

សៀវភៅគណិតវិទ្យា

MATHEMATICS BOOK



សម្រាប់ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ



វិញ្ញាណគណិតវិទ្យាត្រៀមប្រឡងបាត់ដំបង

3.1415926	535897932384626
433832795	028841971693993751058209
7494459230781	640628620899862803482534211706
798214808651328230	66470938446 095505822317
2535940812848111745	0284102701 93852110555
9644622948954930381	9644288109 7566593344
6128475648233	7867831652 7120190914
5648566923	4603486104
5432664821	33936072602
4914127372	458700660631
5588174881	5289209628292
5409171516	436789259636001
1330530548	820486521384146
9519415116	09433057270365
7595919530	9218611738193
2631793105	118548074462
3799627495	67351885752
7248912279	381830119491298336733624406566430860
2139494639	5224737190702179860943702770539217176
2931767523	8467481846766940513200056812714526356



អាមេរិកថា

សៀវភៅ ហ្វឹកហាត់ វិញ្ញាណគណិតវិទ្យាត្រៀមប្រឡងបាក់ឌុប សម្រាប់ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ នេះគឺត្រូវបានរៀបចំដោយបានប្រមូលវិញ្ញាណសាប្រឡងបាក់ឌុបឆ្នាំចាស់ៗ ដែលមានចាប់ពីឆ្នាំ២០០២ ដល់ ឆ្នាំ២០២៣ និង មានបន្ថែមវិញ្ញាណសាត្រៀមប្រឡងបន្ថែមទៀតសម្រាប់ឱ្យសិស្សានុសិស្សយកទៅហ្វឹកហាត់ធ្វើបន្ថែមផងដែរ ។ ក្នុងនាមជាអ្នករៀបរៀងខ្ញុំបាទនឹងរងចាំនូវការវិះគន់ដើម្បីកែលម្អជានិច្ច ។ ខ្ញុំជឿជាក់ថាសៀវភៅនេះនៅតែមានកំហុសកើតមានឡើង ហេតុនេះហើយខ្ញុំសូមអភ័យទោសទុកជាមុនរាល់កំហុស ទាំងអស់ដែលកើតមានឡើង ។ ប្រសិនបើមិត្តអ្នកអាន រកឃើញនូវកំហុសក្នុងសៀវភៅនេះ ដើម្បីស្ថាបនាសូមទំនាក់ទំនងខ្ញុំបាទតាមរយៈ

 <https://www.facebook.com/laychannhan/>

 Page :Re Posts

 lchannhan@gmail.com

 <https://salafree.blogspot.com/>

 <https://laychannhan.wordpress.com/>

 :096 547 2228  :088 408 0192

កំពត ថ្ងៃទី០៦ ខែមេសា ឆ្នាំ២០២៤

ឡាយ ចាន់ហេន

សៀវភៅនេះកម្មសិទ្ធិរបស់សិស្សឈ្មោះ

.....

ឆ្នាំសិក្សា ២០.....-២០.....

ជំពូទី១ ទេវកាន់បាក់ឌុប

១. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០០២	១
២. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០០៣	១៣
៣. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០០៤	២៥
៤. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០០៥	៣៦
៥. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០០៦	៤៨
៦. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០០៧	៥៩
៧. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០០៨	៧១
៨. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០០៩	៨៣
៩. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១០	៩៥
១០. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១១	១០៦
១១. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១២	១១៧
១២. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៣	១២៨
១៣. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៤លើកទី១	១៣៩
១៤. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៤លើកទី២	១៥១
១៥. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៥	១៦២
១៦. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៦	១៧៤
១៧. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៧	១៨៦
១៨. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៨	១៩៨
១៩. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៩	២១០
២០. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០២០	២២២
២១. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០២១	២២៣
២២. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០២២	២៣៤
២៣. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០២៣	២៤៥

១. វិញ្ញាសាប្រាក់ឧបស្ស័្ទ២០០២

I. (០៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយហេន $\begin{cases} f(x) = x - 2 + \frac{e}{\ln x} & \text{បើ } x > 0 \text{ និង } x \neq 1 \\ f(0) = m \end{cases}$

គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ ទាញរកតម្លៃ m ដើម្បីឲ្យ f ជាអនុគមន៍ជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x = 0$ ។

II. (១០ពិន្ទុ) គណនា៖

ក. $A = (1 + i)(2 - i)$

គ. $C = \ln e^{x-2} + e^{\ln 2}$

ខ. $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x}$

ឃ. $D = \int (2x + \cos x) dx$

III. (១០ពិន្ទុ)

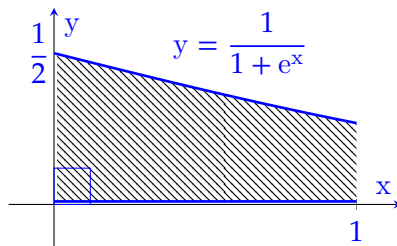
១. គេឲ្យ $z = 1 - i\sqrt{3}$ ។ រួចចូរសរសេរ z និង z^{2002} ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

២. គេឲ្យ $u = x + iy$ និង $z_1 = a + ib$ ។ ចូរគណនា x និង y ជាអនុគមន៍នៃ a និង b បើដឹងថា $u = z_1^2 + iz_1 - \frac{1}{2}$ ។

IV. (១០ពិន្ទុ)

១. កំណត់ α និង β ដែលចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន $\frac{1}{1+e^x} = \alpha + \frac{\beta e^x}{1+e^x}$ ។

២. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ ដែលគូសឆ្លុតនៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (xOy) ។



V. (១៥ពិន្ទុ)

១. ដោះស្រាយសមីការ $2y'' - 3y' + y = 0$ ។

២. កំណត់ចម្លើយ $g(x)$ មួយរបស់សមីការ (E) ដើម្បីឲ្យក្រាបតាងអនុគមន៍ g ប៉ះនឹងបន្ទាត់ ដែលមានសមីការ $y = -\frac{1}{2}x$ នៅត្រង់ចំណុច $O(0,0)$ ។

VI. (៤០ពិន្ទុ)

១. អនុគមន៍ h កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ដោយ $h(x) = e^{2x} - 2x - 1$

• មានតារាងអថេរភាព៖

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

• ដោយប្រើតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ h ចូរបញ្ជាក់ថា $e^{2x} \geq 2x + 1$ ចំពោះគ្រប់ ចំនួនពិត x ។

២. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = (x+1)(e^{-2x} + 1)$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x និង មានក្រាប (C) ។

ក. គណនា $f'(x)$ និង $f'(0)$ ។ បញ្ជាក់ថា $f'(x)$ និងអនុគមន៍ $h(x)$ មានសញ្ញាដូចគ្នា $\forall x \neq 0$ ។

ខ. គណនា $f(0)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ សង្ខេបតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

គ. បង្ហាញថា $f(x) = x + 1 + \left(\frac{x}{e^x}\right)\left(\frac{1}{e^x}\right) + \left(\frac{1}{e^x}\right)^2$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ (D) មានសមីការ $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ខាង $+\infty$ ។

ឃ. សិក្សាទីតាំងរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (D) ។

ង. បន្ទាត់ (Δ) ស្របនឹងបន្ទាត់ (D) ហើយប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ M ។ រកកូអរដោនេចំណុច M និងសមីការបន្ទាត់ (Δ) ។

ច. សង់បន្ទាត់ (D), (Δ) និងក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ តែមួយ ។ (គេអោយ $e = 2.7$)

VII. (៣៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន គេឲ្យចំណុច

$A(3, 0, 1)$; $B(2, 4, 0)$ និង $C(0, 3, 3)$ ។ (បេក្ខជនមិនបាច់គូសរូបទេ)

១. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ D ដែលកាត់តាម O និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u}(1, 1, 1)$ ។

២. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ ទាញថាចំណុច A, B, C មិនរត់ត្រង់គ្នា ។

៣. រកសមីការប្លង់ (ABC) ដោយយកវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។

៤. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

៥. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង (D) និងប្លង់ (ABC) ។

និរោក្រម

២. វិញ្ញាសាចាក់ឧបឆ្នាំ២០០៣

I. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យ $f(x) = \frac{e^x}{ax+b}$ ដែល a និង b ជាចំនួនពិត ។

១. គណនា $f'(x)$ និង $f''(x)$ ។

២. កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍ f មានអប្បបរមាស្មើនឹង e ត្រង់ $x = 1$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z = \frac{2(-1+i\sqrt{3})}{1+i\sqrt{3}}$ ។

១. សរសេរ Z ជាទម្រង់ពីជគណិត រួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

២. សរសេរ $Z' = 1+i$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចទាញរកម៉ូឌុល និងអាកុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $\frac{Z'}{Z}$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{5x^2 + 20x + 6}{x^3 + 2x^2 + x}$ ។

១. សរសេរ $f(x)$ ជារាង $\frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$ ដែល A, B និង C ជាចំនួនថេរដែលត្រូវកំណត់ ។

២. គណនា $\int \frac{5x^2 + 20x + 6}{x^3 + 2x^2 + x} dx$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = \frac{x + \ln x}{x}$ និងមានខ្សែកោង C ។

១. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ។ បង្ហាញថា f មានតម្លៃអតិបរមាមួយ ហើយគណនាតម្លៃអតិបរមានោះ ។

២. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ កំណត់សមីការនៃអាស៊ីមតូតយេរ និងដេក នៃក្រាប (C) ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

V. (៣៥ពិន្ទុ)

១. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = (1-x)e^x - 1$ ។ គណនា $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f (ដោយមិនចាំបាច់គណនាលីមីតត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$) ។ ទាញរកសញ្ញានៃ $f(x)$ ។

២. g ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $g(x) = (2-x)e^x + 2-x$ ។

ក. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ។ គណនា $g'(x)$ ។ ដោយប្រើលទ្ធផលដែលបាននៅសំណួរ១. ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g ។

ខ. បង្ហាញថាខ្សែកោង C តាងអនុគមន៍ g មានបន្ទាត់ $D : y = 2-x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត កាលណា x ខិតជិត $-\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងនៃខ្សែកោង (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ (D) ។

គ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ដែលស្របនឹងបន្ទាត់ (D) ។

ឃ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចបត់របស់ខ្សែកោង (C) ។

ង. សង់ខ្សែកោង (C) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។ (ឯកតាលើអ័ក្សស្មើនឹង $1cm$) ។

VI. (៣០ពិន្ទុ)

១. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន

(ឯកតាលើអ័ក្សស្មើនឹង $1cm$) ចូរដៅចំណុច $A(2, 0, 2)$; $B(1, 2, 0)$ និង $C(0, 2, 3)$ ។

២. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាម A ហើយស្របនឹង $\overrightarrow{BC}$ ។

៣. គណនា $|\overline{AB}|$ និង $|\overline{AC}|$ ។ ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC ។
៤. គណនា $\overline{AB} \times \overline{AC}$ ។ ទាញថាចំណុច A, B, C មិនបីតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។
រកសមីការប្លង់ ABC ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។
៥. រកមាឌតេត្រាអែត OABC ។ ទាញរកចម្ងាយពី O ទៅប្លង់ (ABC) ។

ដំណោះស្រាយ

៣. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០០៤

- I. (១០ពិន្ទុ) កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $y = \frac{ax^2 + bx}{x^2 + 1}$ មានបរមាតែមួយគត់ និងខ្សែកោងនៃអនុគមន៍នោះមានបន្ទាត់ $y = 2$ ជាអាស៊ីមតូតដេក ។
- II. (១០ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $y'' + 4y = 0$ បើ $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$ ។
- III. (១០ពិន្ទុ) រកកំពូល S និងកំណុំ F របស់ប៉ារ៉ាបូល $x^2 - 4x - 12y + 16 = 0$ ។
- IV. (១០ពិន្ទុ) គេចង់ជ្រើសរើសសិស្ស ៣ នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស ១០ នាក់ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស ៦ នាក់ និងសិស្សស្រី ៤ នាក់ ។ រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស ២ នាក់ និងសិស្សស្រី ១ នាក់ ។
- V. (១៥ពិន្ទុ)
១. កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឱ្យ $2xi - y = \frac{(3-2i)(1+i)}{i(1+2i)}$ ។
 ២. គេឱ្យ $Z = \cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9}$ ។ សរសេរ $(1+Z)^4$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- VI. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យ $g(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 2x - 3}$ ។
១. កំណត់ចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឱ្យបាន $g(x) = m + \frac{n}{x+1} + \frac{p}{x-3}$ ចំពោះគ្រប់ $x \in (-1, 3)$ ។
 ២. គណនា $I = \int_0^2 g(x) dx$ ។
- VII. (២៥ពិន្ទុ) ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់វិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(3, 2, 0)$ និង $K(0, -1, 3)$ ។
១. រកសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (AK) ។
 ២. គេឱ្យចំណុច $B(5, 0, 0)$; $C(0, 5, 0)$ និង $D(0, 0, -5)$ ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំណុច B, C និង D ជាចំណុចរបស់ប្លង់ (P) ។
 ៣. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ BCD ។
 ៤. គណនាប្រវែង AK រួចទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែត $KBCD$ ។
- VIII. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $f(x) = 1 + 2\left(\frac{\ln x}{x}\right)$ ហើយមានក្រាប (C) ។
១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃក្រាប (C) ។
 ២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 ៣. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ A រវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ $(D) : y = 1$ ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ (L) ដែលប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច A ។
 ៤. គណនា $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ។ សង់បន្ទាត់ (L) អាស៊ីមតូត និងក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ ។
(គេយក $e = 2.7$, $\frac{2}{e} = 0.7$, $\ln 2 = 0.7$)

និរោកស្រាយ

៨. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០០៥

I. (១០ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិចពីរ $Z_1 = \frac{2(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12})^2}{1 + i\sqrt{3}}$ និង $Z_2 = (1-i)x + (1-y)(1+i)$ ។

១. សរសេរ Z_1 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ហើយសរសេរជាទម្រង់ពិជគណិត ។
២. កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឲ្យបាន $2\bar{Z}_1 - (Z_2 + y - 1) = 0$ ($\bar{Z}_1$ ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃ Z_1) ។

II. (១៥ពិន្ទុ)

១. ដោះស្រាយសមីការ (E) : $y'' + 5y' + 6y = 0$ ។
២. កំណត់ចម្លើយមួយនៃសមីការ(E) បើគេដឹងថាបន្ទាត់ $D : y = x - 1$ ប៉ះក្រាបនៃចម្លើយ ត្រង់ $x = 0$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) ប្រធានវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យានៃការប្រឡងមួយមានលំហាត់ពិជគណិត 6 និងធរណីមាត្រ 4 ។ បេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវធ្វើលំហាត់ 2 ក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំង 10 នេះទៅតាមការជ្រើសរើសរបស់ខ្លួន ។

១. រកចំនួនករណីអាច ។
២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចតទៅ៖
 - ក. A : សិស្ស X ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពិជគណិតទាំងពីរ ។
 - ខ. B : សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីរ ។
 - គ. C : សិស្ស Z ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពិជគណិតមួយ និងលំហាត់ធរណីមាត្រមួយ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{3x^2 - 5x - 2}{x(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ x ដែល $x \neq 0, x \neq 1$ ។

១. កំណត់ចំនួនពិត a, b, c ដើម្បីឲ្យបាន $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 0, x \neq 1$ ។
២. គណនា $I = \int_2^3 f(x) dx$ ។

V. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យ $f(x) = e^x$ និង $g(x) = \ln(x+1) + 1$ ។

១. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាខ្សែកោង $(C_1) : y = f(x)$ និង $(C_2) : y = g(x)$ មានចំណុចរួម $A(0, 1)$ ។
២. គណនា $f'(0)$ និង $g'(0)$ រួចទាញថា (C_1) និង (C_2) ប៉ះគ្នាត្រង់ A ។
៣. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមរវាង (C_1) និង (C_2) ។

VI. (២០ពិន្ទុ) នៅក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យចំណុច $A(0, 2, 2)$ និងបន្ទាត់ (D) ដែលមានសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ $x = 1 + t, y = 1 - t, z = 2 - t, t \in \mathbb{R}$ ។

១. បង្ហាញថាប្លង់ $P : x - y - z + 4 = 0$ កាត់តាមចំណុច A ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (D) ។
២. ប្លង់ (P) កាត់អ័ក្ស Ox ត្រង់ M, Oy ត្រង់ N និង Oz ត្រង់ P ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច M, N និង P រួចសង់ចំណុច A, M, N, P នៅក្នុងតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ។
៣. បង្ហាញថាត្រីកោណ MNP ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។
៤. គណនា $\overrightarrow{MP} \times \overrightarrow{MN}$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ MNP ។

VII. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $f(x) = 2\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$ ហើយមានក្រាប (C) ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។
២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញា $f'(x)$ ។ កំណត់តម្លៃបរមាណៃ f ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
៣. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ M រវាងក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតដេករបស់វា ។
កំណត់សមីការបន្ទាត់ (L) ដែលប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច M ។
៤. សង់បន្ទាត់ (L) និងក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ (គេយក $e = 2.7, \frac{2}{e} = 0.7$) ។
៥. កំណត់តម្លៃនៃចំនួនពិត k ដោយប្រើក្រាប C ដើម្បីឱ្យសមីការ $2\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right) = k$ មានឫស ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ដែលកំណត់ដោយក្រាប (C) អ័ក្ស $(x'Ox)$ បន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = e$ ។

និរោកស្រាយ

៥. វិញ្ញាសាចាក់ឧបឆ្នាំ២០០៦

I. (១០ពិន្ទុ)

១. កំណត់ចំនួនពិត a, b ដើម្បីឱ្យ $x_1 = 1 + i\sqrt{3}$ ជាឫសមួយនៃសមីការ $x^2 + ax + b = 0$ ។
២. រកឫស x_2 មួយទៀតនៃសមីការ។ សរសេរ $Z = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

II. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖

$$១. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + e^x - 1}{x^2 + x} \qquad ២. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x + 2}{x + 1}$$

III. (១០ពិន្ទុ) គេប្រើលេខពី ០ ដល់ ១ ដើម្បីសរសេរចំនួនដែលមានលេខ ៤ ខ្ទង់ ដោយខ្ទង់ដើមដំបូងមិនប្រើលេខ ០ ទេ។

១. តើគេអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួនខុសៗគ្នាតាមរបៀបខាងលើនេះ?
២. តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខទាំង ៤ ខ្ទង់ខុសៗគ្នា?
៣. តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខទាំង ៤ ខ្ទង់ដូចគ្នា?

IV. (១៥ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $y'' - 2y' + 5y = 0$ ដោយដឹងថា $y(0) = -1, y'(0) = 1$ ។

V. (១៥ពិន្ទុ)

១. កំណត់ចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឱ្យ $\frac{2x+1}{x^2(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x+1}$ ចំពោះគ្រប់ x ដែល $x \neq 0, x \neq -1$ ។
២. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 \left(\frac{2x+1}{x^2(x+1)} \right) dx$ ។

VI. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{\ln x}{x^3}$ ហើយមានខ្សែកោង C ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃខ្សែកោង C ។
២. បង្ហាញថា f មានតម្លៃអប្បបរមាត្រង់ $x = \sqrt[3]{e}$ ។ គណនា $f(\sqrt[3]{e})$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
៣. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ M រវាងខ្សែកោង C និងអាស៊ីមតូតដេក។ សរសេរសមីការបន្ទាត់ T ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង C ត្រង់ចំណុច M ។
៤. សង់បន្ទាត់ T និងខ្សែកោង C នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មួយ។ (គេយក $e = 2.7, \sqrt[3]{e} = 1.4, \frac{1}{3e} = 0.12$)
កំណត់តម្លៃ k ដើម្បីឱ្យសមីការ $1 - \frac{\ln x}{x^3} > k$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះគ្រប់ $x > 0$
ដោយប្រើខ្សែកោង C ។

VII. (៣៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(1, 0, 1)$ និងវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} = (-1, 2, 1)$ ។

១. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B ។ រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមចំណុច A និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\overrightarrow{AB}$ ។
២. គេឱ្យចំណុច $C(2, 1, 0)$ និង $D(1, 3, 1)$ ។ រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AC}$ និង $\overrightarrow{CD}$ ។ គណនា $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ រួចបង្ហាញថា $ABDC$ ជាចតុកោណកែង។
៣. គណនា $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ABDC$ ។
៤. រកមាឌចតុមុខ $OABC$ ។ ទាញរកចម្ងាយពីគល់ O ទៅប្លង់ ABC ។

ដំណោះស្រាយ

៦. វិញ្ញាសាចាក់ឧបស្ស័្ទ២០០៧

I. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $A = (\sqrt{3}-1) + i(\sqrt{3}+1)$ និង $B = \frac{x+iy}{1+i}$ ដែល x, y ជាចំនួនពិត ។

១. សរសេរ A^2 ជាទម្រង់ពិជគណិត ហើយជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

២. សរសេរ B ជាទម្រង់ពិជគណិត ។ រក x និង y បើ $2\bar{B} - A^2 = 0$ ($\bar{B}$ ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃ B) ។

II. (១៥ពិន្ទុ) យើងមានសមីការ (E) : $y' - y \ln 3 = 0$ ។

១. រកសំណុំចម្លើយនៃ (E) ។

២. កំណត់ f ដែលជាចម្លើយនៃ (E) ដោយដឹងថា $f(1) = 2$ ។

៣. បង្ហាញថា $g(x) = 3^{x-1}$ ជាចម្លើយនៃ (E) ។ (សម្គាល់ $U(x) = a^x$ នោះ $U'(x) = a^x \ln a$)

III. (១៥ពិន្ទុ)

១. កំណត់ចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឲ្យបាន $\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2(x+2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + \frac{c}{x+2}$ ចំពោះ $x \neq -2, x \neq 1$ ។

២. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_{-1}^0 \left(\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2(x+2)} \right) dx$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ)

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \ln x + 1}{x^2}, x > 0$ ។

២. គណនាដេរីវេនៃ $y = e^x \ln(x+1), x > 1$ ។ ទាញរកព្រឹត្តិមិទ័រនៃ $f(x) = e^x \ln(x+1) + \frac{e^x+1}{x+1}$ ដោយដឹងថាព្រឹត្តិមិទ័រនោះស្មើនឹង 1 ចំពោះ $x = 0$ ។

V. (៣៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យចំណុច $S(0,0,3)$ និងវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = (1,1,1)$ ។

១. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ D ដែលកាត់តាមចំណុច S ហើយស្របនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ ។

២. $M(x,y,z)$ ជាចំណុចមួយនៅក្នុងតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ។ គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{u} \cdot \overrightarrow{SM}$ ។ កំណត់សមីការមួយដែលជាប់ទាក់ទងនឹង x, y, z ដើម្បីឲ្យ $\overrightarrow{SM}$ អត្តកូណាល់នឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ ។ តើសំណុំចំណុច M ជាអ្វី?

៣. គេឲ្យចំណុច $A(3,0,0)$ និង $B(0,3,0)$ ។ បង្ហាញថាត្រីកោណ SAB ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។

៤. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{SA} \times \overrightarrow{SB}$ ។ ទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ SAB ។

៥. រកសមីការស្វ័យដែលមានផ្ចិត O ហើយកាត់តាមចំណុច S, A និង B ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x \in D = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ ដោយ $y = f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$ ហើយមានខ្សែកោង C នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មួយ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរទាំងពីរនៃក្រាប C ។

២. គណនា និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ បើដឹងថា $x(x-1) > 0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in D$ ។ គណនាតម្លៃអប្បបរមា និងអតិបរមានៃអនុគមន៍ f ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $L: y = -\frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង C ។

៤. សង់អាស៊ីមតូតទាំងអស់ និងក្រាប C (គេយក $\ln 2 = 0.7$, $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2 = -0.7$) ក្នុងតម្រូវអរតូណរម៉ាល់មួយ។ រកតម្លៃ a ដើម្បីឱ្យសមីការ $-\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right) = a$ មាន ឬសអវិជ្ជមានពីរផ្សេងគ្នា ដោយប្រើខ្សែកោង C។

ដំណោះស្រាយ

៧. វិញ្ញាសាចាក់ឧបឆ្នាំ២០០៨

I. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z = x + iy$ និង $W = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ដែល x និង y ជាចំនួនពិតខុសពី ០ ហើយ α ជាចំនួនពិត។

១. កំណត់ទំនាក់ទំនងរវាង x និង y ដើម្បីឲ្យ $|Z| = |W|$ ។

២. ក្នុងលក្ខខណ្ឌ $|Z| = |W|$ ចូរបង្ហាញថា $\frac{1}{Z} = \bar{Z}$ ។

៣. រក x និង y រួចរក α ដើម្បីឲ្យ $Z = 1, W = 1$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ គេឲ្យខ្សែកោង (E) : $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ។

១. បញ្ជាក់ប្រភេទនៃខ្សែកោង (E) រួចបញ្ជាក់កូអរដោនេនៃផ្ចិត កំណុំ កំពូល និងចំណុចប្រសព្វរវាង (E) និង អ័ក្សតូច ។

២. សង់ (E) ។

III. (១៥ពិន្ទុ) ក្រុមត្រង់ 20 ផ្ទៃដែលដាក់លក់មាន 16 ផ្ទៃមានរសជាតិផ្អែម និង 4 ផ្ទៃទៀតមានរសជាតិជួរ។ អ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសយកក្រុម 3 ផ្ទៃដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

១. A : ក្រុមទាំង 3 ផ្ទៃសុទ្ធតែជួរ។

២. B : ក្រុមទាំង 3 ផ្ទៃសុទ្ធតែផ្អែម។

៣. C : យ៉ាងតិចមានក្រុម 1 ផ្ទៃមានរសជាតិផ្អែម។

IV. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $f'' + 2f' = 0$ ។

១. គេតាង $g = f'$ ។ បង្ហាញថា g ជាចម្លើយនៃសមីការ $g' + 2g = 0$ ។

២. ដោះស្រាយសមីការ $g' + 2g = 0$ រួចទាញរកចម្លើយនៃសមីការ $f'' + 2f' = 0$ ។

៣. ជ្រៀងផ្ទាត់ចម្លើយនៅសំណួរ២ ដោយដោះស្រាយសមីការ $f'' + 2f' = 0$ តាមសមីការសម្គាល់។

V. (៣០ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយគេមានចំណុច $A(-1, 1, 0); B(2, 0, 1); C(1, 2, 2); D(0, 1, -2)$ និង $M(x, y, z)$ ។

១. រកទំនាក់ទំនងរវាង x, y និង z ដើម្បីឲ្យ $\overline{AM}$ កែងនឹង $\overline{BM}$ ។ តើសំណុំចំណុចនៃចំណុច M ជាអ្វី?

២. គណនា $\vec{n} = \overline{BC} \times \overline{BD}$ ។ រកចំនួនពិត m ដើម្បីឲ្យផ្ទៃក្រឡា S នៃ $\triangle BCD$ ជ្រៀងផ្ទាត់សមភាព $S = \sqrt[3]{e^m}$ ។

៣. រកសមីការប្លង់ BCD ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ N រវាងប្លង់ BCD និងបន្ទាត់ $L : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ ។

៤. គណនាចម្ងាយពីចំណុច A ទៅប្លង់ BCD ។ រួចទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែត ABCD ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ដោយ $y = f(x) = -x - 2 + \frac{4e^x}{e^x + 1}$ ហើយ មានខ្សែកោង C នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ មួយដែលមានឯកតា 1cm ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង C កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

២. គណនា $f'(x)$ ហើយបង្ហាញថា $f'(x) \leq 0, x \in \mathbb{R}$ ។ គណនា $f'(0), f(0)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. បង្ហាញថាគល់កូអរដោនេ O ជាចំណុចរបត់ និងជាផ្ចិតឆ្លុះរបស់ខ្សែកោង C ។

៤. រក $f(3)$ រួចសង់ខ្សែកោង C (គេយក $e^3 = 20$) ។ ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{4e^x}{e^x + 1} \geq x + 2$ ដោយប្រើខ្សែកោង C ។

ដំណោះស្រាយ

៨. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០០៩

I. (១០ពិន្ទុ) សរសេរ $A = \frac{2(1+i)^2}{1-i\sqrt{3}}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ហើយជាទម្រង់ពីជគណិត ។

II. (១៥ពិន្ទុ) មេបញ្ជាការកងទ័ពការពារព្រំដែន បានបង្កើតចំនួនសម្ងាត់ដែលជាចំនួនគត់មានលេខបីខ្ទង់ ហើយលេខទាំងបីខ្ទង់នោះខុសៗគ្នា ដោយប្រើលេខក្នុងចំណោមលេខពី ១ ដល់ ៩ ។

១. តើមេបញ្ជាការអាចបង្កើតចំនួនសម្ងាត់បានទាំងអស់ប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា ។
២. មេបញ្ជាការបានជ្រើសរើសយកចំនួនសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យ ដើម្បីប្រើការក្នុងពេល ចេញធ្វើប្រតិបត្តិការសឹក ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ៖

- A. ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់គូ
- B. ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់សេស

III. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' + 2y = 2x + 1$ ។

១. ដោះស្រាយសមីការ(E_1) : $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។ កំណត់ចម្លើយ f នៃ (E_1) ដែល $f(0) = 3$ និង $f'(0) = 4$ ។
២. កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ $g(x) = ax + b$ ជាចម្លើយនៃ (E) ។

IV. (១៥ពិន្ទុ)

១. រកកូអរដោនេនៃផ្ចិត កំពូល និងកំណុំនៃអេលីប (E) : $4x^2 + 9y^2 - 8x + 36y + 4 = 0$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន($O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) ។
២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង (E) និងអ័ក្សទាំងពីរនៃតម្រុយហើយសង់អេលីប (E) ។ ដោយយក $\frac{4\sqrt{2}}{3} = 1.9$ ។

V. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន($O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) មួយ គេដាច់ណុច $A(2, 2, 0), B(0, 2, 2), C(1, 0, 1)$ ។

១. រកសមីការស្វ៊ែរ S ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត AB ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វទាំងពីររវាង ស្វ៊ែរ S និងបន្ទាត់ d សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ $x = 1 + t, y = 2$ និង $z = 1 + t$ ដែល t ជាចំនួនពិត ។
២. រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រផលគុណ $\vec{n} = \overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CB}$ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ $\triangle ABC$ ។ រកសមីការប្លង់ ABC ។
៣. ប្លង់ ABC ជួប (Ox) ត្រង់ M និងជួប Oz ត្រង់ N ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច M និង N ។ បង្ហាញថា $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$ និង $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MN} = 0$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា ABNM ជាចតុកោណកែង ។
៤. រកចម្ងាយពីចំណុច $D(0, 2, 0)$ ទៅប្លង់ ABC ។ ទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែត DBCA ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន x ដោយ $y = f(x) = -x - \frac{4 \ln x}{x}$ ហើយមានខ្សែកោង C នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ($O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) មួយ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C ។
២. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $L : y = -x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ។ សិក្សាទីតាំងរវាងក្រាប C និងបន្ទាត់ L ។
៣. បង្ហាញថាដេរីវេ $f'(x) < 0$ បើគេដឹងថា $x^2 + 4 - 4 \ln x > 0$ ចំពោះ $x > 0$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។ បន្ទាត់ D ប៉ះនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច A ហើយស្របនឹង បន្ទាត់ L ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច A និងសមីការនៃបន្ទាត់ D ។

៤. សង់ L, D និងក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ដោយយក $e = 2.7, \frac{4}{e} = 1.5$ ។ គេយក $S(a)$ ជាផ្ទៃក្រឡាផ្នែក ប្លង់កំណត់ដោយក្រាប C និងអាស៊ីមតូតទ្រេត L ដែលត្រូវ នឹង $1 \leq x \leq a$ ។ រកតម្លៃ a ដើម្បីឲ្យ $S(a) = 2$ ឯកតា ផ្ទៃ ។

-----*ដំណោះស្រាយ*-----

៩. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១០

I. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖ $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\cos x + 1}$ $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(a+x)^3} - \frac{1}{a^3}}{x}$

II. (១៥ពិន្ទុ)

១. ដោះស្រាយសមីការ $z - \sqrt{z} + 4 = 0$ (1) ក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច។ រកម៉ូឌុលនិង អាគុយម៉ង់នៃបូសនីមួយៗរបស់សមីការ (1) ។

២. សរសេរ $w = \left(\frac{\sqrt{+i\sqrt{}}}{\sqrt{-i\sqrt{}}} \right)$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

III. (១៥ពិន្ទុ)

១. ដោះស្រាយសមីការ $y'' - 6y' + 8y = 0$ (α) ។

២. រកអនុគមន៍ g ដែលជាចម្លើយមួយនៃ (α) ដោយដឹងថាក្រាប (G) របស់វាប៉ះនឹងបន្ទាត់ ដេកមួយនៅត្រង់ $E(0, -1)$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) ទេសចរណ៍មួយក្រុមមានបុរស 3 នាក់ និងស្រ្តី 5 នាក់ បានឈររបន្តគ្នាជាជួរដោយចៃដន្យ ដើម្បីទិញសំបុត្រចូលទស្សនាប្រាសាទអង្គរវត្ត។

១. រកចំនួនរបៀបនៃការឈររបន្តគ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរណ៍នោះ។

២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ៖

i. ទេសចរដែលឈរនៅមុខគេបង្អស់ជាស្រ្តី

ii. ទេសចរជាបុរសទាំងអស់ឈរនៅជាប់ៗគ្នា

V. (៣៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មានចំណុច $A(-1, 1)$; $B(1, -6, -1)$ និង $C(, ,)$ ។

១. គណនា $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ កំណត់សមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមចំណុច A, B និង C ហើយមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}$ ។ កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ d កាត់តាមចំណុច $J(-, 0, 0)$ និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u} = (3, 0, 1)$ ។

២. រកកូអរដោនេនៃផ្ចិត I និងកាំ r នៃស្វ៊ែរ S ដែលមានសមីការ $x^2 + y^2 + z^2 - y + z = 0$ ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងស្វ៊ែរ S និងបន្ទាត់ d ។

៣. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។ គណនាចម្ងាយពីចំណុច $D(0, 1, -1)$ ទៅប្លង់ P ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ $f(x) = \frac{x^3 + 3x + 6}{x + 1}$ កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x \neq -1$ និងមានខ្សែកោង C ។

១. គណនា $f'(x)$ ។ រកតម្លៃបរមានៃ f ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង C ។ គណនាលីមីតនៃ f កាលណា x ខិតទៅ $+\infty, -\infty$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

២. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង C ត្រង់ចំណុច $x_0 = 1$ ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ A រវាងសមីការបន្ទាត់ប៉ះនិងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង C ។

៣. សង់ខ្សែកោង C សមីការបន្ទាត់ប៉ះនៃខ្សែកោង C និងអាស៊ីមតូត នៅក្នុងតម្រុយ អរតូណរម៉ាល់តែមួយ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយខ្សែកោង C អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងបន្ទាត់ $x = 1, x = 1$ ។

ដំណោះស្រាយ

Handwriting practice lines consisting of 30 horizontal dotted lines.

១០. វិញ្ញាសាឆ្នាំ២០១១

I. (១០ពិន្ទុ)

១. រកបូស t_1, t_2 នៃសមីការ $-t^2 + 2t - 4 = 0$ ដោយយក t_1 ជាបូសដែលមាន ផ្នែកនិមិត្តអវិជ្ជមាន ។

២. សរសេរ $Z = \frac{4t_2}{t_1^3}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II. (១០ពិន្ទុ) រកចំនួនពិត p និង q ដើម្បីឲ្យ $M(1, 0)$ ជាចំណុចរបត់នៃក្រាបតាងអនុគមន៍

$$y = g(x) = px^3 + qx^2 + \frac{2}{3} \text{ ។}$$

III. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងចង់មួយមានបីចំណុចក្រហម ៨ និងបីចំណុចខៀវ ៦ ។ គេចាប់យកបីចំណុច ៥ ព្រមគ្នាចេញពី ចង់ដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាប៖

A. បីចំណុច ៥ ពណ៌ក្រហម

B. បីចំណុច ៣ ពណ៌ក្រហម និងបីចំណុច ២ ពណ៌ខៀវ

C. មានបីចំណុចខៀវ ១ យ៉ាងតិចក្នុងចំណោមបីចំណុចទាំង ៥

IV. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 2y' + 5y = nx^2 + px + q$ ។

១. ដោះស្រាយសមីការ (F) : $y'' - 2y' + 5y = 0$ ។ រកចម្លើយនៃ (F) បើ $y(0) = 2$ និង $y'(0) = 6$ ។

២. រកចំនួនពិត n, p និង q ដោយដឹងថា $y = 2x^2 + 3x + 1$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E) ។ រកចម្លើយទូទៅ y នៃសមីការ (E) ។

V. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y = f(x) = x - 1 + 2e^{-x}$ ហើយមានក្រាប C ។

១. រក $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត L_1 នៃក្រាប C ។ បង្ហាញថា f មានអប្បបរមា ត្រង់ $x = \ln 2$ ។

២. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។ រកសមីការបន្ទាត់ L_2 ដែលប៉ះក្រាប C ត្រង់ចំណុច $A(0, 1)$ ។

៣. សង់បន្ទាត់ L_1, L_2 និងក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេតែមួយ ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$

៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយអាស៊ីមតូតទ្រេត L_1 ក្រាប C បន្ទាត់ឈរ $x = 0$ និង $x = 1$ ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(1, 2, 4)$

$B(2, -1, 3)$ និង $C(-2, 3, -2)$ ។

១. រកសមីការស្តង់ដារនៃស្វ៊ី S ដែលមានផ្ចិត A និងកាំ $r = \frac{1}{2} |\overline{BC}|$ ។ រកសមីការទូទៅនៃប្លង់ P ដែលមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\overline{AC}$ ហើយកាត់តាមចំណុច B ។ រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាមចំណុច C ហើយមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\overline{AB}$ ។

២. រកចម្ងាយ D_{BA} ពីចំណុច B ទៅ A ។ រកចម្ងាយ D_{Bd} ពីចំណុច B ទៅបន្ទាត់ d ។ រកចម្ងាយ D_{DP} ពីចំណុច $D(3, -3, -3)$ ទៅប្លង់ P ។

៣. រកផ្ទៃក្រឡារបស់ប្រលេឡូក្រាម និងផ្ទៃក្រឡារបស់ត្រីកោណ ដែលសង់លើវ៉ិចទ័រ $\overline{BA}$ និង $\overline{BC}$ ។

Handwriting practice lines consisting of 30 horizontal dotted lines.

១១. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១២

I. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $x = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $y = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ។

១. គណនា $A = x - y^2$ និង $B = x^2 + x + 1$ ។

២. សរសេរ x និង y ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ហើយបង្ហាញថា $C = x^{2013} + y^{2013}$ ជាចំនួនពិត ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខ ៣ ខ្ទង់ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសៗគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ ១, ២, ៣, ៤, ៥, ៦, ៧, ៨, ៩ ។

១. រកចំនួនករណីអាច ។

២. រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ ៣ ខ្ទង់នោះ ជាពហុគុណនៃ ៥ ។

៣. រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ ៣ ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនគូ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ $y = g(x) = xe^{2x}$ ។

១. រកដេរីវេ $g'(x)$ និង $g''(x)$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ g មានអប្បបរមាត្រង់ $x = -0.5$ ។

២. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាង $y = g(x)$ ត្រង់ $x = 1$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការ $y'' - 4y' + 5y = 0$ (E) ។

១. រកចម្លើយទូទៅ y_c នៃសមីការ (E) ។

២. គេដឹងថា $y_p = a \cos x + b \sin x$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ $y'' - 4y' + 5y = 4 \cos x - 12 \sin x$ (F) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។ រកចំនួនពិត a និង b ហើយទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (F) ។

V. (៣០ពិន្ទុ)

១. អេលីប E មួយមានសមីការ $25x^2 + 16y^2 - 150x + 64y = 111$ ។

ក. រកកូអរដោនេនៃផ្ចិត កំពូល និងកំណុំរបស់អេលីប E ។

ខ. សង់អេលីប E ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។

២. ចំណុច $M(-1, 0, 1)$; $N(0, 1, 2)$ និង $P(1, 2, -1)$ ស្ថិតនៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយ ។ ប្លង់ α មួយមានសមីការ $x - 2y + z - 4 = 0$ ។

ក. រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{MN} \times \overrightarrow{MP}$ ហើយទាញរកសមីការប្លង់ β ដែលកាត់តាម ចំណុច M, N និង P ។

ខ. រកសមីការស្តង់ដារនៃស្វ៊ែរ S មួយដែលមានផ្ចិត M ហើយកាត់តាមចំណុច N ។ តើប្លង់ α ជួបនឹងស្វ៊ែរ S ឬទេ?

VI. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{2 \ln x}{x}$ ហើយមានក្រាប C ។

១. រក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣. សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។ គេឲ្យ $e = 2.7, \frac{2}{e} = 0.7$ ។

៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = e$ ។

Handwriting practice lines consisting of 30 horizontal dotted lines.

១២. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៣

I. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = 2\sqrt{3} - 2i$ និង $b = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។

១. សរសេរ $Z = a^2 + b^2 + 4ai + \sqrt{2}b$ ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

២. សរសេរ a, b និង ab ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ស ២ គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ ១, ២ និងឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ៣ គ្រាប់ ដែលមានចុះលេខ ១, ២, ៣ គេចាប់យកឃ្លី ២ គ្រាប់ ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់នោះ ។

១. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A : «គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា» ។

២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B : «គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ ៣ » ។

៣. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C : «គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ ៣ ដោយបានដឹងថា វាមានពណ៌ដូចគ្នា» ។

III. (១៥ពិន្ទុ)

១. កំណត់ចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យ

$$\frac{x^2 + 6x + 5}{(x-2)(x^2 + x + 1)} = \frac{m}{x-2} + \frac{nx + p}{x^2 + x + 1} \quad (x \neq 2) \quad \text{។}$$

២. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^1 \frac{x^2 + 6x + 5}{(x-2)(x^2 + x + 1)} dx$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E_1) : -y'' - y' + 6y = 6x^2 - 2x + 4$ ។

១. ដោះស្រាយសមីការ $(E_2) : -y'' - y' + 6y = 0$ ។

២. រកពហុធា $p(x) = ax^2 + bx + c$ ដែលជាចម្លើយមួយនៃសមីការ (E_1) ។ ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃ (E_1) ។

V. (៣០ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យបីចំណុច $A(1, 0, 1)$, $B(0, 2, 2)$ និង $C(2, 1, 0)$ ។

១. បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល A ។

២. គណនា $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចរកសមីការប្លង់ ABC ។

៣. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាម $D(1, -1, 3)$ ហើយកែងនឹងប្លង់ ABC ត្រង់ M ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច M ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 2 + \frac{\ln x}{x^2}$ ហើយមានក្រាប C ។

១. រក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប C និងអាស៊ីមតូតដេក ។ សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយ កូអរដោនេមួយ ។ គេឲ្យ $e = 2.72$, $e^{0.5} = 1.65$ ។

៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយ ក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = e^{0.5}$ ។

သိကျေးဇူးတင်မှု

Handwriting practice lines consisting of 30 horizontal dotted lines.

១៣. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៨លើកទី១

I. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin(x - \frac{\pi}{4})}{\frac{\pi}{4} - x}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 3x}{-2x^2}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 5x}{\sqrt{5} - \sqrt{x+5}}$

ឃ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{|x|}$

II. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = -1 - i\sqrt{3}$ ។

ក. គណនា $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 z_2$ ។

ខ. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

គ. បង្ហាញថា z_1 និង z_2 ជាឫសរបស់សមីការ $z^3 - 8 = 0$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងធុងមួយមានប៊ូល ១២ ដែលមានសរសេរលេខពី ១ ដល់ ១២ ។ គេចាប់យកប៊ូល ៣ ពីក្នុងធុង ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបដែល

ក. គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង៣

ខ. គេចាប់បានមានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង៣

គ. គេចាប់បានមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានផលសងរួម $d = 3$

IV. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $]0, +\infty[$ ដោយ $f(x) = x - 5 + \frac{8 \ln x}{x} + \frac{9}{x}$ និង C ក្រាបរបស់វា ។

១. ក. រក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ខ. រក $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ។

គ. ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ Δ ដែលមានសមីការ $y = x - 5$ ជាអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង C នៅជិត $+\infty$ ។

ឃ. កំណត់អាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វរវាង Δ និងខ្សែកោង C ។

២. ក. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x នៅលើ $]0, +\infty[$ គេបាន $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ។

ខ. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ដោយដឹងថាសមីការ $g(x) = 0$ មានចម្លើយ $x = 1$ ($1 < \alpha$) ។

V. (៤៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 4 - x - 2e^{-x}$ ។ គេតាងដោយ C ជាក្រាបរបស់វា ។

១. ក. រក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ខ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ D មានសមីការ $y = -x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង C ។

គ. តើខ្សែកោង C នៅលើឬក្រោមបន្ទាត់ D ចូរបញ្ជាក់ ។

ឃ. ជៀងផ្ទាត់ថាគ្រប់ចំនួនពិត x ; $f(x) = \frac{4e^x - xe^x - 2}{e^x}$ ។

ង. រក $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (ប្រើលទ្ធផល $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$) ។

២. ក. គណនា $f'(x)$ ។ សិក្សាអថេរភាពនៃ f ។ កំណត់តម្លៃពិតនៃអតិបរមារបស់ f ។

ខ. A ជាចំណុចនៅលើខ្សែកោង C ដែលមានអាប់ស៊ីស 0 ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះ ខ្សែកោង C ត្រង់ចំណុច A ។

គ. បង្ហាញថាសមីការ $f(x) = 0$ មានចម្លើយតែមួយគត់ដែលគេតាងដោយ β នៅក្នុងចន្លោះ $[-1, 0]$ ។

Handwriting practice lines consisting of 30 horizontal dotted lines.

Handwriting practice lines consisting of 40 horizontal dotted lines.

១៨. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៨លើកទី២

I. (២០ពិន្ទុ) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x - 1}{1 + \sin x}$ គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$
 ឃ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{-x} + e^x) \sin^2 x}{2x^2}$ ង. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\ln(x+2) - \ln x - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{4} \right)$

II. (២០ពិន្ទុ)

១. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{2}$, $z_2 = -i\sqrt{2}$, $z_3 = +i\sqrt{2}$ ។

ក. គណនា $z_1 + z_2$, $z_1 + z_3$, $(z_1 + z_2)(z_1 + z_3)$ ។

ខ. កំណត់ម៉ូឌុល និងអាកុយម៉ង់នៃ $z_1 + z_2$, $z_1 + z_3$, $\left(\frac{z_1 + z_3}{z_1 + z_2}\right)^2$ ។

២. កំណត់ i^n ចំពោះតម្លៃនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n \geq 1$ ។ ទាញរកតម្លៃ $i^{2015} - i^{2014}$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សអាស៊ី៤ នាក់ សិស្សអាហ្វ្រិក ២ នាក់ និងសិស្សអឺរ៉ុប ៣ នាក់។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមស្វ័យសិក្សាក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស ៣ នាក់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម៖

១. យ៉ាងតិចមានសិស្ស ២ នាក់ ជាសិស្សអាស៊ី

២. យ៉ាងតិចមានសិស្ស ២ នាក់ ជាសិស្សអឺរ៉ុប

៣. មានសិស្សម្នាក់ក្នុងមួយទ្វីប

IV. (៣៥ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $I =]0, +\infty[$ ដោយ $f(x) = \frac{x + \ln x}{x^2}$ ។

១. h ជាអនុគមន៍កំណត់លើ I ដោយ $h(x) = -x + 1 - 2 \ln x$ ។ គណនា $h(1)$ និងសិក្សាអថេរភាពនៃ $h(x)$ ដោយគេមិនតម្រូវឲ្យគណនាលីមីតនៃ $h(x)$ ត្រង់ 0 និងត្រង់ $+\infty$ ឡើយ ។

២. ក. គណនាលីមីតនៃ $f(x)$ ត្រង់ 0 និងត្រង់ $+\infty$ ។

ខ. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)$ ។

គ. បង្ហាញថានៅលើ I , $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $h(x)$ ។

ឃ. ទាញយកអថេរភាពនៃ $f(x)$ លើ I និងសង់ក្រាប C នៃ $f(x)$ នៅលើប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

V. (១៥ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : y'' + 4y = x^2 + 2x - 1$ ។

១. រកអនុគមន៍ $f_1(x) = ax^2 + bx + c$ ជាចម្លើយរបស់សមីការ (E) ។

២. បង្ហាញថាបើ $f(x)$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E) នោះ $g(x) = f(x) - f_1(x)$ ជាចម្លើយនៃសមីការ $y'' + 4y = 0$ ។

VI. (២០ពិន្ទុ)

ក. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដេរីវ្យូមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(2, 2, 1)$, $B(4, -2, 0)$, $C(3, 1, 1)$, $D(1, 5, 2)$ បង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម រួចរកផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាមនេះ ។

ខ. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ ដែលកាត់តាមចំណុច $A(2, 2, 1)$ និង $B(4, -2, 0)$ ។

គ. រកសមីការប្លង់ ដែលកាត់តាមចំណុច $A(2, 2, 1)$, $B(4, -2, 0)$, $D(1, 5, 2)$ ។

Handwriting practice lines consisting of 40 horizontal dotted lines.

១៥. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៥

I. (១៥ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ និង $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ ។

១. គណនា $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \times z_2$ ។

២. សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រនៃចំនួនកុំផ្លិច $z_1 - z_2$, $z_1 \times z_2$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖ ក. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x} + 2 - 2}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 3x}{x}$

III. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងស្បែងមួយមានប៊ូលពណ៌ស ៣ ប៊ូលពណ៌ខៀវ ៣ និងប៊ូលពណ៌ក្រហម ២ ។ គេចាប់យកប៊ូលម្តង ៣ ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បែងដោយចៃដន្យ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែល ចាប់បានប៊ូលនីមួយៗជាសមប្រូបាប។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A. យ៉ាងតិចមានប៊ូលពីរពណ៌ខៀវ

B. ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ខុសៗគ្នា

IV. (១៥ពិន្ទុ)

ក. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{3} - \frac{x}{2} + 3 \right) dx$ ។

ខ. គេមានអនុគមន៍ $f(x) = -\frac{2-x}{(x-1)^2}$ ។ បង្ហាញថា $f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1}$ ។ គណនា $K = \int_{-1}^0 f(x) dx$ ។

V. (២៥ពិន្ទុ)

១. គេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{w} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ។ រកវ៉ិចទ័រ៖ ក. $\vec{u} + \vec{v}$ ខ. $\vec{w} \times \vec{u}$ គ. $\vec{w} \times \vec{v}$ ។

២. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប ដែលមានកំណុំមួយមានកូអរដោនេ $(-1, 0)$ និងចំណុច កំពូលពីរមានកូអរដោនេ $(-3, 0)$ និង $(3, 0)$ ។ សង់អេលីបនេះ។

VI. (១០ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y' + 2y = 2\frac{e^{-x}}{1+2e^x}$ ។

១. ជ្រៀងផ្ទាត់ថាអនុគមន៍ f ដែល $f(x) = e^{-2x} \ln(1+2e^x)$ ជាចម្លើយនៃ (E) ។

២. បង្ហាញថាអនុគមន៍ φ ជាចម្លើយនៃ (E) លុះត្រាតែ $(\varphi - f)$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E') : $y' + 2y = 0$ ។

VII. (៣៥ពិន្ទុ)

A. គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 + \ln x$ ។

១. ក. បង្ហាញថា g ជាអនុគមន៍កើនដាច់ខាតលើ $(0, +\infty)$ ។

ខ. គណនា $g(1)$ ។

២. ក. ទាញលទ្ធផលពីសំណួរទី១ បញ្ជាក់ថា៖ បើ $x \geq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \geq 1$ និងបើ $0 < x \leq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \leq 1$ ។

ខ. កំណត់សញ្ញានៃកន្សោម $x^2 + \ln x - 1$ កាលណា x នៅលើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

B. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x + 1 - \frac{\ln x}{x}$ និងតាងដោយ C ជាក្រាបរបស់វាក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ (យើងដឹងថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) ។

២. បង្ហាញថាដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{x^2 + \ln x - 1}{x^2}$ ។

៣. ប្រើលទ្ធផលនៃសំណួរ A សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f លើ $(0, +\infty)$ ។

៤. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ Δ មានសមីការ $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ $+\infty$ ។

ខ. សិក្សាទីតាំង C ធៀបនឹង Δ និងបញ្ជាក់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ I រវាង ក្រាប C និង Δ ។ សង់ Δ និង ក្រាប C ។

១៦. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៦

I. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{x^2+2-3x}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x^3-27}$

គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin 5x}{x}$

II. (១៥ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{3}-i$; $z_2 = (1-\sqrt{3}) + (1-\sqrt{3})i$ និង $z_3 = -\frac{1}{2}$ ។

គណនា $z_1 + z_2$, $(z_1 + z_2) \times z_3$ ។ សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រនៃចំនួនកុំផ្លិច $Z = (z_1 + z_2) \times z_3$ ។ ទាញរកតម្លៃនៃ Z^3 ។

III. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល

A. $= \int_0^2 (6x^2 - 3x - 1) dx$

B. $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - 2 \sin^2 x) dx$

គេមាន f កំណត់លើ $\mathbb{R}^*$ ដោយ $f(x) = -2\left(\frac{x+1}{x^2}\right)$ ។ បង្ហាញថា $f(x) = -\frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}$ ។ គណនា $= \int_1^e f(x) dx$

IV. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល ១៥ ដែលចែកជា ប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន៧ និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៧នេះតាមលេខរៀងពី១ ដល់៧ រួចប៊ូលខៀវចំនួន៥ និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៥ នេះតាមលេខរៀងពី១ ដល់៥ ចុងក្រោយប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន៣ និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៣នេះ តាមលេខរៀងពី១ដល់៣ ។ គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

- A. ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង
- B. ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស
- C. ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង និងលេខសេស

V. (២៥ពិន្ទុ)

A. គេមានសមីការ $18x^2 + 10y^2 = 90$ ។

ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។ រកប្រវែងអ័ក្សធំ, ប្រវែងអ័ក្សតូច និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ ។

ខ. សង់អេលីបនេះ ។

B. នៅក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $M(2,3,4)$, $N(3,5,6)$, $P(4,6,7)$, $Q(3,4,5)$ ។

ក. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{QP}$ ។

ខ. ទាញបង្ហាញថាចតុកោណ $MNPQ$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

VI. (១០ពិន្ទុ)

ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' + 2y' - 3y = 0$ ។

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0) = 1$, $y'(1) = e$ ។ (e ជាចំនួនពិតដែល $\ln e = 1$)

VII. (៣៥ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ ។ គេតាង C ជាក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់

ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

1. a. គណនាលីមីត f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$ ។

b. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 2$ ។

2. a. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x , $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3}\right)^2$ ។

b. សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ $\mathbb{R}$ និង សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

3. a. តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I ដែលមាន អាប់ស៊ីស $\ln(3)$?

b. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។

4. a. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីសសូន្យមាន សមីការ $y = \frac{1}{4}x + 1$ ។

b. ដោយសន្មតថាចំនុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប C និងក្នុងតម្លៃប្រហែលនៃ $\ln(3)$ ។ ចូរសង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ប៉ះ d_1, d_2, d_3 ។ (នៅក្នុងតម្រុយនេះមួយឯកតាស្មើ 2cm)

និរោកស្រាយ

១៧. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៧

I. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីត៖

a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{x^3-x^2+x-1}$ 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{-x}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{\sin x}$

II. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស៧០នាក់ ដែលក្នុងនោះ ៤ នាក់ជាសិស្សស្រី និង 6 នាក់ ជាសិស្សប្រុស ។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់ ដោយចៃដន្យ យកទៅ ប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សនៃថ្នាក់ដទៃ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

- a. : " ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី "
- b. : " ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស "
- c. : " ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស "

III. (១៥ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ និង $z_2 = 6 \left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ ។

- a. សរសេរ z_1 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- b. រកម៉ូឌុល និង អាកុយម៉ង់នៃ z_1^3 ។
- c. សរសេរផលគុណ $z_1 \times z_2$ ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

IV. (២៥ពិន្ទុ)

A. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(-2, 1, 0)$, $B(0, 1, 1)$, $C(1, 2, 2)$ និង $D(0, 3, -4)$ ។

ក. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$ ។

ខ. គណនាប្រវែង AB , AC , AD , BD និង CD ។ ទាញបង្ហាញថាត្រីកោណ ABD និង ACD កែងគ្នាត្រង់ A ។

B. គេមានសមីការ $9y^2 - 16x^2 = 144$ ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអ៊ីពែបូល ។ រកកូអរដោនេរបស់កំពូលទាំងពីរ និង កំណុំទាំងពីរនៃអ៊ីពែបូល ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតរបស់អ៊ីពែបូលនេះ និងសង់អ៊ីពែបូលនេះ ។

V. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល៖

A. $= \int_1^3 (x-2+3x^2) dx$ B. $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 2x - \cos x) dx$ C. $= \int_0^1 \frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} dx$

ដើម្បីគណនា C យើងត្រូវបង្ហាញថា $\frac{x^3 + (x+1)^2}{x^2 + 1} = x + 1 + \frac{x}{x^2 + 1}$ ។

VI. (១០ពិន្ទុ)

ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល(E) ដែល $y(0) = 1$ និង $y'(1) = 2e^2$ ។

VII. (៣៥ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + \frac{1-3e^x}{1+e^x}$ ។ គេតាងដោយ C ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

- 1. បង្ហាញថា $f(x) = x + 1 - \frac{4e^x}{1+e^x}$ និងគណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ $-\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ។

2. គណនាលីមីត f ត្រង់ $+\infty$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ d_2 ដែលមានសមីការ $y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ $+\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_2 ។
3. a. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងបង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនពិត x , $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ។
- b. សិក្សាអថេរភាពនៃ f រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។ សង់ក្រាប C និងអាស៊ីមតូត d_1 និង d_2 របស់វា។

Handwriting practice lines consisting of 30 horizontal dotted lines.

១៨. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៨

I. (១០ពិន្ទុ) ក្នុង៥ដងមួយមានឆ្លើយត្រឹមត្រូវចំនួន ២ ឆ្លើយពណ៌ក្រហមចំនួន ៤ និងឆ្លើយពណ៌ខៀវចំនួន ៤។ គេចាប់យកឆ្លើយ ៣ ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

- A. ឆ្លើយទាំង ៣ មានពណ៌ក្រហម
 B. យ៉ាងតិចមានឆ្លើយ ២ មានពណ៌ខៀវ
 C. ឆ្លើយទាំង ៣ មានពណ៌ខុសៗគ្នា

II. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2(x-2) + x^2 + x - 1}{1-x}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{\sin 3x}$

គ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x}{2(\pi - 3x)}$

III. (១៥ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 3 + 3i\sqrt{3}$ និង $z_2 = \sqrt{3} + i$ ។

- ក. គណនា $z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។
 ខ. សរសេរ $z_1 \times z_2$ និង $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ
 គ. សរសេរ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^3$ ជាទម្រង់ពិជគណិត

IV. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល

A. $\int_1^2 (2-x+x^2) dx$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\cos 2x - \frac{1}{2} \cos 4x \right) dx$

C. $\int_2^3 \left(3x - 2 + \frac{1}{x-1} \right) dx$

V. (២៥ពិន្ទុ)

A. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច A (1, 2, 3); B (3, 0, 1); C (-1, 0, 1) និង D (2, 1, 2) ។

- ក. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ ។
 ខ. បង្ហាញថាចំណុច A, B និង C មិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ។
 គ. បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $\vec{n}(0, 1, -1)$ ជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ទៅនឹងប្លង់ (ABC) ។

B. គេមានសមីការ $(2x + 3y)^2 = 12(xy + 3)$ ។ បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។ រកប្រវែងអ័ក្សតូចអ័ក្សធំ កូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ និងសង់អេលីបនេះ។

VI. (១០ពិន្ទុ)

- a. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' + 4y' = 5y$ ។
 b. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) បើគេដឹងថាក្រាប (C) នៃអនុគមន៍ ចម្លើយនេះកាត់តាមចំណុច (0, 3) ហើយបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះមាន មេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -3 ។

VII. (៣៥ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(1, +\infty)$ ដោយ $f(x) = -x + 4 + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ ។ គេតាងដោយ (C) ក្រាបរបស់វានៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

1. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 1 និងត្រង់ $+\infty$ ។

2. ស្រាយបំភ្លឺថានៅលើ $(1, +\infty)$ គេបានដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{-(x^2+1)}{(x+1)(x-1)}$ ។ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f លើ $(1, +\infty)$ ។
3. a. បង្ហាញថាបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = -x + 4$ អាស៊ីមតូតទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $+\infty$ ។
b. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x លើ $(1, +\infty)$ $\frac{x+1}{x-1} > 1$ និងទាញយកការប្រៀបធៀបទីតាំងនៃ (C) ធៀបនឹង d_1 ។
4. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនៅលើ (C) ដែលបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចនេះ មានមេគុណ ប្រាប់ទិសស្មើ $-\frac{5}{3}$ និងសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះ d_2 នេះ ។
5. សង់ក្រាប (C) អាស៊ីមតូត d_1 និងបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។ ប្រើតម្លៃប្រហែល $\ln 3 = 1.1$ និងក្រាប (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស ត្រង់ចំណុច $(4.5, 0)$ ។

နိဂုံးချုပ်

Blank lined paper for writing.

Handwriting practice lines consisting of 30 horizontal dotted lines.

Blank lined paper for writing.

Blank lined paper for writing.

Blank lined paper for writing.

Blank lined paper for writing.

១៩. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០១៩

I. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\sqrt{x^2 + 2x + 3} - (x + 1) \right]$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x \sin x}{1 - 2 \cos^2 x}$

គ. $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x}{\sin^4 x - 1}$

II. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងចង្កោមមានប៊ូល ១៦ ដែលគេសរសេរលេខពី ១ ដល់ ១៦ ។ គេចាប់យកប៊ូល៣ចេញពីចង្កោមដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

- A. គេចាប់បានប៊ូលទាំង៣មានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 4
- B. គេចាប់បានប៊ូលទាំង៣មានលេខសុទ្ធតែចែកមិនដាច់នឹង 5
- C. គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 4 ។

III. (១៥ពិន្ទុ)

- a. ដោះស្រាយនៅក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច C សមីការ $z^2 - 8z + 64 = 0$ ។
- b. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 4 + 4i\sqrt{3}$ និង $z_2 = 4 - 4i\sqrt{3}$ ។ សរសេរ $(2z_1 + \overline{z_2})$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ និងគណនា $(2z_1 + \overline{z_2})^3$ ។ (យើងតាង $\overline{z_2}$ ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃ z_2) ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល

A. $= \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$

B. $= \int_0^{\ln 6} (e^x - 1) dx$

C. $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\sin \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin^4 x \cos x \right] dx$

V. (២៥ពិន្ទុ)

ក. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ។ គេមានចំណុច $A(1, -1, 4)$, $B(7, -1, -2)$ និង $C(1, 5, -2)$ ។

- ១. a. គណនាកូអរដោនេរបស់វ៉ិចទ័រ $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ និង $\vec{BC}$ ។
- b. ស្រាយបំភ្លឺថាចំណុច A , B , C កំណត់បានប្លង់មួយ។
- c. បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = (1, 1, 1)$ ជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ទៅនឹងប្លង់ (ABC)
- d. ទាញបង្ហាញថាសមីការប្លង់របស់ (ABC)

២. បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

២. គេមានប៉ារ៉ាបូល ដែលមានសមីការទូទៅ : $y^2 + 4y - 4x - 12 = 0$ ។ ចូរបង្កើនសមីការនេះជាទម្រង់សមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល ។ ចូររកកូអរដោនេនៃ កំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស រួចសង់ប៉ារ៉ាបូលនេះ ។

VI. (១០ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល : $y'' + 3y' + 3y = 2y' + 5y(E)$ ។ ដោះស្រាយសមីការនេះ ។ បង្ហាញថា អនុគមន៍ $y = -e^{-2x} + 2e^x$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ (E) ។

VII. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x} - \ln x$, គេតាង (C) ក្រាបរបស់អនុគមន៍ f នៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រូវអត្ថណរម្យលំដាប់ $(0, i, j)$ ។

១. a. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x នៅលើ $(0, +\infty)$ គេអាចសរសេរ $f(x) = x \left(1 - \frac{\ln x}{x} - \frac{2}{x^2} \right)$ និង $f(x) = \frac{1}{x} (x^2 - x \ln x - 2)$ ។
 b. ប្រើលក្ខណៈនេះដើម្បីគណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ ។
២. a. គណនាដេរីវេនៃ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)$ និងបង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ x លើ $(0, +\infty)$ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $x^2 - x + 2$ ។
 b. សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាពរបស់វា ។
៣. a. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច A នៅលើ (C) ដែលមានអាប់ស៊ីសស្មើ 1
 b. រកកូអរដោនេចំណុច B នៃ (C) ដែលបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹង (C) ត្រង់ B ស្របនឹងបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y = x$ ។
៤. សង់ក្រាប (C) និង បន្ទាត់ប៉ះត្រង់ A និង ត្រង់ B ។ គេឱ្យតម្លៃ $\ln 2 = 0.7$

Blank lined paper for writing.

Blank lined paper for writing.

២០. វិញ្ញាសាចាក់ឧបស្ស័្ទ២០២០

សម័យក្នុងអត់បានប្រឡង!!!!!!!!!!!!!!

២១. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០២១

I. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x^2 - 11}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3} \sin(x - \frac{\pi}{3})}{(\frac{\pi}{3} - x)}$

គ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 7 - 11 \ln x)$

II. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងចង់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន ២ ឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន ៣ និង ឃ្លីពណ៌ស ចំនួន ៤ ។ គេចាប់យកឃ្លីចំនួន ៣ ពីក្នុងចង់ដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម

A. ឃ្លីទាំង៣ មានពណ៌ស

B. ឃ្លីទាំង៣ មានពណ៌ខុសៗគ្នា ។

III. (១៥ពិន្ទុ)

ក. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។ រក $\overline{z_1}, (\overline{z_1})^2$ ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃ z_1

ខ. រកម៉ូឌុល និង អាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច z_1 ។ សរសេរ z_1 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

គ. បង្ហាញថា $\overline{z_1}$ ជាឫសរបស់សមីការ $z^2 = 2(z\sqrt{2} - 2)$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល

A. $\int_0^1 (3x^2 - 2x + 1) dx$

B. $\int_0^1 \left(\frac{e^x}{e^x + 1} \right) dx$

C. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x \cos x) dx$

V. (២៥ពិន្ទុ)

1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច: $A(0; -2; 0), B(-4; 1; 2), C(0; 3; 7)$ និង $D(4; 0; 5)$ ។ រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ និង $\overrightarrow{AD}$ រួចបង្ហាញថាចតុកោណ ABCD ជាចតុកោណកែងតែមិនមែនជាការេ ។

2. គេមានសមីការ $9y^2 = 25(3-x)(3+x)$ ។ បង្ហាញថា សមីការនេះជាអេលីប ។ រកប្រវែងអ័ក្សធំ អ័ក្សតូច កូអរដោនេកំពូលទាំងពីរ និង កូអរដោនេកំណុំទាំងពីររបស់អេលីប ។ សង់អេលីបនេះ ។

VI. (១០ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' = -4y$ ។

a. បង្ហាញថា $y = \lambda \cos 2x + \mu \sin 2x$ ដែល λ, μ ជាចំនួនពិត ជាចម្លើយរបស់សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ។

b. រកចម្លើយពិសេសរបស់សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y''(0) = 1$ និង $y'(0) = 0$ ។

VII. គេមានអនុគមន៍ f ដែល $f(x) = x - 2 + \frac{2(x+1)}{e^x}$ ។ យើងតាង (C) ជាក្រាបរបស់អនុគមន៍ f នៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

1. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។ គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (យើងដឹងថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$) ។

2. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (D) ដែលមានសមីការ $y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ត្រង់ $+\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំង (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ (D) ។

3. យើងតាង $f'(x)$ ជាដេរីវេនៃ $f(x)$ បង្ហាញថា $f'(x) = \frac{e^x - 2x}{e^2}$ ។ គេដឹងថាគ្រប់ x ជាធាតុរបស់ $\mathbb{R}, e^x - 2x > 0$ ។ ប្រើផលធៀបនេះដើម្បីទាញយកការសិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

4. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ (Δ) ទៅនឹង (C) ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីស ០ ស្របនឹងបន្ទាត់ (D) ។ សង់បន្ទាត់ (D), (Δ) និង ក្រាប (C) ។ កខ

Blank lined paper for writing.

Handwriting practice lines consisting of 40 horizontal dotted lines.

Blank lined paper for writing.

Handwriting practice lines consisting of 40 horizontal dotted lines.

២២. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០២២

I. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីត

ក. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + 1}{2e^x}$

ខ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x} - 1}$

គ. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}(\frac{\pi}{3} - x)}{\sin(x - \frac{\pi}{3})}$

II. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល

ក. $I = \int_0^1 (2 - x + 2x^2) dx$

ខ. $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\cos 4x - \cos 2x}{2} \right) dx$

គ. គេមាន $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x - 1}$ ចូរបង្ហាញថា $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4(2x - 1)}$ ។ គណនា $K = \int_{-1}^0 f(x) dx$

III. (១៥ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $Z_1 = i(3 + 2i)(2 + i)^2$

a. សរសេរ Z_1 ជាទម្រង់ពិជគណិតរួចរក $\overline{Z_1}$ ចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃ Z_1 ។

b. សរសេរ $Z_2 = Z_1 + 19$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ គណនា Z_2^4 និង Z_2^6

IV. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងមណ្ឌលសុខភាពមួយមានបុគ្គលិកនារី ១នាក់និងបុគ្គលិកបុរស ៥នាក់ ។ គេរៀបជាក្រុមមានគ្នា ៤នាក់ដោយចៃដន្យឱ្យចុះទៅធ្វើការតាមភូមិ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A. ក្រុមការងារដែលរៀបចំមានបុគ្គលិក ៤នាក់សុទ្ធតែជានារី

B. ក្រុមការងារដែលរៀបចំមានបុគ្គលិក ៥០% ជានារី ។

V. (២៥ពិន្ទុ) 1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច: $M(0; 1; 1), N(1; 2; 2), P(0; 3; -4)$ និង $Q(-2; 1; 0)$ ។

a. រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP}, \overrightarrow{NQ}$ និង $\overrightarrow{PQ}$ និងរកប្រវែងវ៉ិចទ័រទាំងបួននេះ ។

b. បង្ហាញថាត្រីកោណ NPQ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ Q និងរកផ្ទៃក្រឡារបស់ត្រីកោណនេះ ។

2. រកកូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសរបស់ប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ $(y + 2)^2 = -8(x - 2)$ ។ សង់ប៉ារ៉ាបូលនេះ ។

VI. (១០ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : y' + y = 2(x + 1)e^x$

1. បង្ហាញថាអនុគមន៍ y_0 កំណត់លើ R ដោយ $y_0(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$ ជាចម្លើយមួយរបស់សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ។

2. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E') : y' + y = 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $y(0) = e$ ។

VII. (៤០ពិន្ទុ) A គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x - \ln(x + 1)$ ។ យើងតាងដោយក្រាប (C) ក្រាបរបស់ក្រាប f ។

1. រកដែនកំណត់ D នៃអនុគមន៍ f ។ គណនា $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

2. សិក្សាអថេរភាពរបស់នៃអនុគមន៍ដោយភ្ជាប់តារាងអថេរភាពនៅលើ D និងបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f(x)$ លើ D ។

B គេចង់សិក្សាទីតាំងរបស់ក្រាប C នៃ f ធៀបទៅនឹងក្រាប (P) ដែលមានសមីការ $y = \frac{1}{2}x^2$ ។

1. ក្នុងនេះគេបង្កើតអនុគមន៍ g កំណត់លើ D ដែលកំណត់របស់ f ដោយ $g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$ ។ សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ g និងទាញរកសញ្ញានៃ $g(x)$ កាលណា x រត់លើ D ។ សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប (C) ធៀបនឹង (P) ។

2. សង់ក្រាប (C) និង ក្រាប (P) ក្នុងតម្រុយអរតូណម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

Handwriting practice lines consisting of 30 horizontal dotted lines.

Blank lined paper for writing.

Blank lined paper for writing.

Handwriting practice lines consisting of 30 horizontal dotted lines.

Blank lined paper for writing.

២៣. វិញ្ញាសាបាក់ឌុបឆ្នាំ២០២៣

I. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីត

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right]$ គេដឹងថា $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

b. $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{2 + 2 \sin x}$

c. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{27(\sqrt{x+6} - 3)}$

II. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល

a. $I = \int_0^3 (x-1)(x+3)dx$

b. $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos x dx$

c. $K = \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{3}{2x+1} \right) dx$

III. (១៥ពិន្ទុ) ដោះស្រាយក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិចសមីការ $z^2 + 4z + 16 = 0$ ។ សរសេរចម្លើយទាំងពីរតាងដោយ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

IV. (១០ពិន្ទុ) អ្នកលក់បន្ទាត់ម្នាក់ គាត់មានបន្ទាត់សំប៉ែតចំនួន 25 ដែលក្នុងនោះមានបន្ទាត់ 3 ដែលឆែបចុង ។ គេចាប់យកបន្ទាត់មួយក្នុងចំណោម 25 ដោយចៃដន្យ ។

1. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A : "បន្ទាត់ដែលចាប់បានមិនឆែបចុង"
2. អ្នកទិញគាត់ចាប់យកដោយមិនបានផ្ទៀងផ្ទាត់ ហើយគាត់ចង់បានដាច់ខាតបន្ទាត់ល្អចំនួន 7 ។ តើគាត់ត្រូវទិញបន្ទាត់យ៉ាងតិចចំនួនប៉ុន្មាន?
3. គេចាប់យកបន្ទាត់ 2 ម្តងដោយចៃដន្យក្នុងចំណោមបន្ទាត់ទាំង 25 ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B : "បន្ទាត់ទាំងពីរចាប់បានមិនឆែបចុង" ។

V. (២៥ពិន្ទុ)

1. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(5, -5, 2), B(-1, 1, 0), C(0, 1, 2)$ និង $(6, 6, -1)$
 - a. បង្ហាញថាចំណុច A, B, C មិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។
 - b. បង្ហាញថាត្រីកោណ BCD ជាត្រីកោណកែង និង រកផ្ទៃក្រឡារបស់ត្រីកោណនេះ ។
2. គេឱ្យសមីការ $12(xy + 3) - (3x + 2y)^2 = 0$
 - a. បង្ហាញថាសមីការនេះ ជាសមីការអេលីប ។
 - b. ចូររកប្រវែងអ័ក្សតូច អ័ក្សធំ និង កូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ ។ រួចសង់អេលីបនេះ ។

VI. (១០ពិន្ទុ)

- a. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $3y'' = 9y - 6y'$ ។
- b. រកចម្លើយពិសេសមួយរបស់សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0) = 1$ និង $y'(1) = e$ ។ ($\ln e = 1$)

VII. (៤០ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 4 - x - 2e^{-x}$ ។ គេតាង (C) ក្រាបរបស់ f ។ ផ្នែក A.

1. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាគ្រប់ចំនួនពិត x ; $f(x) = \frac{4e^x - xe^x - 2}{e^x}$ ។

គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ ។

2. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (D) ដែលមានសមីការ $y = -x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

3. សិក្សាទីតាំងធៀបនៃ (C) ធៀបនឹង (D) ។

ផ្នែក B.

1. គណនា $f'(x)$ ដែល $f'(x)$ ជាដេរីវេនៃ $f(x)$ ។ សិក្សាអថេរភាពនៃ f និង គណនាតម្លៃអតិបរមារបស់ f ។

2. A ជាចំណុចនៃ (C) ដែលមានអាប់ស៊ីស $x = 0$ ។ រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (T) ទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច A ។

3. បង្ហាញថាសមីការ $f(x) = 0$ មានចម្លើយតែមួយគត់ β នៅក្នុងចន្លោះ $[-1, 0]$ ។

4. សង់បន្ទាត់ប៉ះ (T) អាស៊ីមតូត (D) និង ក្រាប (C) ។

Blank lined paper for writing.

Blank lined paper for writing.

Blank lined paper for writing.

Blank lined paper for writing.

Handwriting practice lines consisting of 30 horizontal dotted lines.

Blank lined paper for writing.

Blank lined paper for writing.



<https://linktr.ee/laychannhan>