

មាតិកា

I. វិញ្ញាសាត្រូវប្រើប្រាស់ក្នុងឆ្នាំ ២០២៣

1	វិញ្ញាសាទី០១	3
2	វិញ្ញាសាទី០២	4
3	វិញ្ញាសាទី០៣	5
4	វិញ្ញាសាទី០៤	6
5	វិញ្ញាសាទី០៥	7
6	វិញ្ញាសាទី០៦	8
7	វិញ្ញាសាទី០៧	9
8	វិញ្ញាសាទី០៨	10
9	វិញ្ញាសាទី០៩	11
10	វិញ្ញាសាទី១០	12
11	វិញ្ញាសាទី១១	13
12	វិញ្ញាសាទី១២	14
13	វិញ្ញាសាទី១៣	15
14	វិញ្ញាសាទី១៤	16
15	វិញ្ញាសាទី១៥	17
16	វិញ្ញាសាទី១៦	18

17 វិញ្ញាណទី១៧ 19



វិញ្ញាបនបត្រវិទ្យាសាស្ត្រពិត

ប្រឡង៖ _____

លេខបន្ទប់៖ _____

លេខតុ៖ _____

សម័យប្រឡង៖ **២៦ ចេស្ថាឆ្នាំ ២០២០**



អ្នករៀន-Education

ហត្ថលេខាអនុរក្ស៖ _____ មណ្ឌលប្រឡង៖ _____

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖ _____

ហត្ថលេខា៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្យសុទ្ធ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រធានវិញ្ញាបនបត្រសាស្ត្រពិតលើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



1. វិញ្ញាបនបត្រ **02**៖ **ប្រើស្តង់ដារឱ្យខ្លាំងទើបគាត់ចេះ** រយៈពេល៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

ប្រធានបទ

I. ក. ចូរគណនាលីមីតខាងក្រោម

$$A = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin x}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \ln x}{e^x + x^2}$$

ខ. ចូរគណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម

$$I = \int_0^2 \left(x + 1 + \frac{3}{x+1} \right) dx$$

$$J = \int_0^4 x e^{x^2} dx$$

$$K = \int_0^\pi x \sin x dx$$

II. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = \frac{(1 + \sqrt{2}) + i}{(1 + \sqrt{2}) - i}$ និង $w = x(y + i) + y(x - i)$ ។

ក. សរសេរ z ជាទម្រង់ពីជគណិតរួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

ខ. កំណត់តម្លៃ x, y ដើម្បីឱ្យ $w = (z - 1)(z + 1)$ ។

III. ក្នុងចំណោមមួយមានប្លឺសរុបចំនួន 12 គ្រាប់ក្នុងនោះមានតែប្លឺពណ៌សនិងប្លឺពណ៌ខ្មៅ ។ រកចំនួនពណ៌ខ្មៅដើម្បីឱ្យប្រូបាបនៃប្លឺពណ៌សស្មើ $\frac{2}{3}$ ។

IV. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : 4y'' + 4y' + y = 0$ ។

ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ។

ខ. រកចម្លើយតែមួយគត់នៃ (E) បើគេដឹងថា $y(0) = 3$ និង $y'(0) = -3$ ។

V. គេឱ្យអ៊ីប៉េបូលមួយដែលមានសមីការ $(H) : 9y^2 - 18y - 4x^2 = 27$ ។

ក. រក ផ្ចិត កំពូល កំណុំ និងអាស៊ីមតូត ។

ខ. សង់អ៊ីប៉េបូល (H) ។

VI. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(0, -2, 3)$ $B(1, 2, 0)$ និង $C(0, 0, 2)$ និង បន្ទាត់មួយមានសមីការ $(D) : \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$ ។

ក. គណនាវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC}$ ទាញបង្ហាញថា $C \notin (AB)$ ។

ខ. គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។

គ. សរសេរសមីការបង្គោល (P) កាត់តាមបីចំណុច A, B, C ។

ឃ. រកចម្ងាយពីចំណុច A មកបន្ទាត់ (D) ។ រកចម្ងាយពីចំណុច $M(2, -1, 1)$ មកបង្គោល (P) ។

VII. ក្នុងបង្គោល (xOy) គេឱ្យចំណុច $M(x, y)$, $A(1, 0)$ និង $B(0, 1)$ ។

ក. គណនាផលគុណស្កាលែនៃ $\vec{AM} \cdot \vec{BM}$ ជាអនុគមន៍នៃ x និង y ។

ខ. រកសំណុំចំណុច M ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $\vec{AM} \cdot \vec{BM} = -2y + y^2 + x^2 + \frac{1}{x}$ ។

គ. ចំពោះសំណុំចំណុច M ដែលរកឃើញខាងលើ ។ ចូរសិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាប (C) តាងសំណុំចំណុច M ។ គណនា $y^{(4)}(x)$ ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រធានវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



2. វិញ្ញាសារទី **០២**៖ **ប្រើស្តង់ដារឱ្យខ្លាំងទើបឆាប់ចេះ** រយៈពេល៖ _____

ប្រធានលំហាត់

I. ក. ចូរគណនាលីមីតខាងក្រោម

$$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x - 1}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1} - x}{x + 1}$$

ខ. ចូរគណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម

$$I = \int x(1+x)^{2022} dx$$

$$J = \int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln x}}$$

$$K = \int \cos x (1 - \sin x + \sin^3 x) dx$$

II. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + i\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ ។

ក. សរសេរ z^2 ជាទម្រង់ពីជគណិត រួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ ទាញរកម៉ូឌុល និង អាគុយម៉ង់នៃ z

ខ. ទាញរកតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos \frac{\pi}{12}$ និង $\sin \frac{\pi}{12}$ ។

III. គេហូតសន្លឹកបៀ 2 សន្លឹកចេញពីហ្វីដែលមានបៀ 52 សន្លឹកដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបាន ។

ក. សន្លឹកក្រហមទាំង 2 សន្លឹក

គ. សន្លឹកគ្មានអាត់ទាំង 2 សន្លឹក

ខ. សន្លឹកក្រហម 1 និងខ្មៅ 1 សន្លឹក

ឃ. សន្លឹកក៏ទាំង 2 សន្លឹក ។

IV. រកចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម ៖

ក. $(e^x + 3)^2 y' = e^{2x} - 2e^x + 9$

ខ. $y'' - \sin x + \frac{1}{x^2} + x + 1 = 0$

គ. $(\ln^2 x - 4) \frac{dy}{dx} - \frac{1}{x} = 0$

V. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះនឹង អ៊ីបេបូល $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ត្រង់ចំណុច (x_0, y_0) មានសមីការ $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$ ។

VI. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(2, 0, 0)$ $B(1, 1, 0)$ និង $C(3, 2, 6)$ ។

ក. គណនាវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \vec{AC} \times \vec{BC}$ ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC និងមាឌចតុមុខ $OABC$ ។

ខ. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) កាត់តាមចំណុច A ហើយស្រប $\vec{u} = (0, 1, 1)$ និងបន្ទាត់ (L) កាត់តាមចំណុច C ហើយស្រប $\vec{v} = (0, -2, 2)$ ។ រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ I រវាង (D) និង (L) ។

VII. គេឱ្យអនុគមន៍ $y = f(x) = x + e^{-x}$ មានក្រាបតំណាង (C) ។

ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f និងរកលីមីត f ត្រង់ចុងដែន ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

ខ. បង្ហាញថា f មានចំណុចអប្បបរមាតែមួយគត់ដែលគេត្រូវកំណត់ចំណុចអប្បបរមានោះ ។

គ. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ព្រមទាំងសងក្រាប (C) ។

ឃ. គណនាក្រឡាផ្ទៃ S ខណ្ឌដោយក្រាប (C) អាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) និង បន្ទាត់ $x = 0, x = 1$ ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្យសុទ្ធ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រធានវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



3. វិញ្ញាសាទី ០៣៖ **ប្រើនូវឆន្ទៈស្ម័គ្រចិត្តរបស់លោក** រយៈពេល៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

ប្រធានបទ

I. ក. គណនាលីមីតខាងក្រោម

$$A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sin x}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^2 4x}{x^2}$$

ខ. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម

$$I = \int_0^1 (x^2 + 3x - 5) dx$$

$$J = \int_0^{\ln 2} \frac{(e^x + 2) dx}{e^x + 2x + 1}$$

$$K = \int_0^{\pi} (\sin 2x + \cos x) dx$$

II. ចំនួនកុំផ្លិច $z = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ។ ចូរគណនា z^{15} រួចរកតម្លៃនៃ $w = 1 + z + z^2 + \dots + z^{14}$ ។

III. ក្នុងប្រអប់មួយមានសៀវភៅពីគណិតចំនួន 20 ក្បាល និងសៀវភៅធរណីមាត្រចំនួន 15 ក្បាល គេចាប់យកសៀវភៅ 2 ក្បាល ដោយចាប់យកជាបន្តបន្ទាប់ ចាប់ហើយមិនដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. គេចាប់បានសៀវភៅពីគណិតទាំង 2 ក្បាល ។

ខ. គេចាប់បានសៀវភៅធរណីមាត្រទាំង 2 ក្បាល ។

IV. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : y'' + 4y' - 5y = x$ និង $(F) : y'' + 4y' - 5y = 0$ ។

ក. រកចម្លើយទូទៅនិងរកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (F) បើគេដឹងថា $y(0) = 4, y'(0) = 1$ ។

ខ. កំណត់រកចំនួនពិត a, b ដើម្បីអោយអនុគមន៍ $g(x) = ax + b$ ជាចម្លើយមួយនៃ (E) ។

V. គេឱ្យសមីការអេលីប៊ីប្រមូល $(E) : 16y^2 + 9x^2 - 54x - 63 = 0$ ។

ក. ចូរសរសេរ (E) ទៅជាទម្រង់ស្តង់ដារនៃអេលីប៊ីប៊ី (E) ។

ខ. រកកូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ (E) រួចសង់ (E) ។

VI. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មានទិសដៅវិជ្ជមានគេឱ្យចំណុច $A(1, 2, 1), B(0, -2, 3)$ និង $C(0, 3, 2)$ ។

ក. គណនាករទ្បាផ្ទៃត្រីកោណ ABC

ខ. រកកូអរដោនេ ផ្ចិត I កាំ R របស់ស្វ៊ែរ $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - x - 4z - 1 = 0$ ។

គ. បង្ហាញថា A, B មិននៅលើស្វ៊ែរ (S) រួចសរសេរសមីការប្លង់ (P) ហើយកែង $\overrightarrow{AB}$ ។

ឃ. គណនាចម្ងាយពីគាល់ O ទៅប្លង់ (P) រួចរកកូអរដោនេចំណុច H ជាចំណោលកែងនៃ O មកលើប្លង់ (P) ។

VII. អនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = \frac{1 - e^x}{1 + e^x}$ មានក្រាបតំណាង (C) ។

ក. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និងរកលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

ខ. បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

គ. បង្ហាញថា f មានចំណុចរេបត់មួយ។ រកកូអរដោនេចំណុចរេបត់នោះ ។

ឃ. បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍សេស រួចបញ្ជាក់ផ្ចិតផ្ទុះនៃក្រាប (C) ។

ង. សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ចំណុចរេបត់។ សង់ (T) និងក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ។



- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រធានវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



4. វិញ្ញាសាទី **០៤**៖ **ប្រើស្តង់ដារឱ្យខ្លាំងទើបឆាប់ចេះ** រយៈពេល៖ _____

ប្រធានលំហាត់

I. ក. គណនាលីមីតខាងក្រោម

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos 4x}{x^2}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 + \sin x}}{x}$$

ខ. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម

$$I = \int_0^1 x^2 (x^3 + 10) dx$$

$$J = \int_0^{\ln 2} \frac{(e^x + 1) dx}{e^x + x + 1}$$

$$K = \int_0^1 (x^2 + e^{4x} - 3) dx$$

II. ចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ និង $z_2 = \sqrt{3} + i$

ក. សរសេរ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

ខ. សរសេរ z_1^2 និង z_2^2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

III. ក្នុងចំណោមមួយមានឆ្នាំចំនួន 10 គ្រាប់ដែលចុះលេខពី 1 ដល់ 10 ។ រកប្រូបាបដើម្បីឱ្យផលគុណលទ្ធផលនៃឆ្នាំទាំង 2 នោះស្មើ 5 ។

IV. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : y'' - 5y' + 4y = 0$ ។

ក. ចូរដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ។

ខ. រកអនុគមន៍ចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) ដោយដឹងថា $y(0) = -6$ និង $y(\ln 2) = 4$ ។

V. គេមានសមីការប៉ារ៉ាបូលមួយ $(E) : y^2 = 8x$ ។ រកកូអរដោនេ កំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃ (P) រួចសង់ប៉ារ៉ាបូល (P) ។

VI. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មានទិសដៅវិជ្ជមានគេឱ្យចំណុច $A(-1, 2, 3), B(0, -1, 1)$ និង $C(2, 3, 5)$ ។

ក. កំណត់សមីការប្លង់ (P) កាត់តាមចំណុច A ហើយកែងនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{BC}$

ខ. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) កាត់តាមចំណុច B និង C ។

គ. គណនាកូអរដោនេចំណុច H ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (L) ជាមួយប្លង់ (P) ។

ឃ. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ ABC រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC នេះ

VII. គេឱ្យអនុគមន៍កំណត់ដោយ $y = f(x) = 1 - x \ln x$ មានក្រាប (C) ។

ក. រកដែនកំណត់ $f(x)$ និងរកលីមីត $f(x)$ ត្រង់ចុងដែន។ ចូរពន្យល់ តើ f ជាប់ត្រង់ $x = 0$ ខាងស្តាំឬទេ ។

ខ. បង្ហាញថា $f(x)$ មានចំណុចអប្បបរមាមួយគត់ដែលគេត្រូវកំណត់កូអរដោនេចំណុចនោះ ។

គ. គូសតារាងអថេរភាពនៃ $f(x)$ រួចសង់ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ។

ឃ. គណនាកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយបន្ទាត់មានសមីការ $y = 1 - x$ ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រឡងវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



5. វិញ្ញាសាទី **០៥**៖ **ប្រើស្តង់ដារឱ្យខ្លាំងទើបគប់ចុះ** រយៈពេល៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

ប្រធានបទ

I. ក. គណនាលីមីតខាងក្រោម

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{\sin^2 x}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + x \sin x - 1}{x^2}$$

ខ. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម ។

$$I = \int_0^4 \frac{(x^2 + 3x - 4)}{x + 1} dx$$

$$J = \int_0^{\ln 2} x^2 e^x dx$$

$$K = \int_0^4 \left(2x - 1 + \frac{4}{x-3} \right) dx$$

II. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = (\sqrt{2} + \sqrt{2}i)(\sqrt{3} - i)$ ។

ក. សរសេរ z ជាទម្រង់ពីជីគណិត និងជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

ខ. ទាញរកតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos \frac{\pi}{12}$ និង $\sin \frac{\pi}{12}$ ។

III. ក្នុងប្រអប់មួយមានមានឃ្លីក្រហម 9 គ្រាប់និងឃ្លីសចំនួន 5 ហើយឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 4 គ្រាប់គេចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បាន ៖

A : ឃ្លីក្រហមទាំង 3 គ្រាប់ ។

C : ឃ្លីពណ៌ស 1 និងឃ្លីក្រហម 2 ។

B : ឃ្លីពណ៌ស 2 និងឃ្លីខៀវ 1 ។

D : ឃ្លីគ្រប់ពណ៌ ។

IV. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $4y'' + 4y' + y = 0$ ។

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) រកចម្លើយតែមួយគត់នៃ (E) ដោយស្គាល់ $y(0) = 3$ និង $y'(0) = -3$ ។

V. គេឱ្យសមីការអេលីប្សូ (E) : $\frac{(x-1)^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ ។ ចូររកកូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ (E) រួចសង់ក្រាបនៃអេលីប (E) ។

VI. គេមានចំណុច $A(2, -1, 3)$ និងវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = (3, 6, 2)$ ។

ក. សរសេរសមីការប្លង់ (P) កាត់តាម A ហើយមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}$ រួចសង់ក្រាបនៃប្លង់ (P) ។

ខ. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្របន្ទាត់ (D) កាត់តាម $M(3, -2, -1)$ ហើយកែងនឹងប្លង់ (P) ។

គ. រកចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (D) ជាមួយនឹងប្លង់ (P) ។

ឃ. សរសេរសមីការប្លង់ (Q) កាត់តាម $N(3, 2, 3)$ ហើយស្របនឹងប្លង់ (P) ។

VII. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = -2x + 1 + \frac{e^{2x} - 3}{e^{2x} + 1}$ មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

ក. ចំពោះ $\forall x$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x) = -2x - 2 + \frac{4e^{2x}}{e^{2x} + 1}$ ។ គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1) : y = -2x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $-\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_1) ។

ខ. ចំពោះ $\forall x$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x) = -2x + 2 - \frac{4}{e^{2x} + 1}$ ។ គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1) : y = -2x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $+\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (C) និង (d_2) ។

គ. ចំពោះ $\forall x$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = -2 \left(\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \right)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ $f(x)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្យសុទ្ធ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រឡងវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



6. វិញ្ញាសាទី **០៦**៖ **ប្រើស្មើធន៍ខ្សែខ្វែងស្របគ្នា** រយៈពេល៖ _____

ប្រធានបទ

- I. ក. ចូរគណនាលីមីតខាងក្រោម ៖

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 1) - \cos x}{\tan^2 2x}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{4+x} - 2}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{-x^2 + x}$$

- ខ. ចូរគណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម ៖

$$I = \int_1^2 (x^3 + 2x + 1) dx$$

$$J = \int_1^e x \ln x dx$$

$$K = \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

- II. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $Z = (\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{3} + 1)i$ ។

- ក. សរសេរ z^2 ជាទម្រង់ពីជគណិត និងជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

- ខ. ប្រើលទ្ធផលខាងលើទាញរកតម្លៃប្រាជកនៃ $\cos \frac{5\pi}{12}$ និង $\sin \frac{5\pi}{12}$ ។

- III. ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីលឿងចំនួន 8 គ្រាប់ ឃ្លីស 7 គ្រាប់គេចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែល ៖

A : ចាប់បានឃ្លីលឿងទាំង 3 គ្រាប់ ។

B : ចាប់បានឃ្លីលឿង 2 គ្រាប់ និងឃ្លីសចំនួន 1 គ្រាប់ ។

C : ចាប់បានឃ្លីសចំនួន 1 គ្រាប់យ៉ាងតិច ។

- IV. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $4y'' + 4y' + y = 0$ ។

- ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ។

- ខ. រកចម្លើយតែមួយគត់នៃ (E) ។ ដោយស្គាល់ $y(0) = 3, y'(0) = -3$ ។

- V. គេឱ្យសមីការអេលីប៊ីប្រាប (E) : $4x^2 + y^2 - 8x + 4y - 8 = 0$ ។

- ក. ចូរសរសេរ (E) ទៅជាទម្រង់ស្តង់ដារនៃអេលីប៊ីប្រាប (E) ។

- ខ. រក ផ្ចិត កំពូល កំណុំ និង អ៊ិចសង់ទ្រីស៊ីតេ រួចសង់ (E) ។

- VI. ក្នុងតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មានទិសដៅវិជ្ជមានគេឱ្យប្លង់ (P) : $x + y + z - 1 = 0$ និង $A(1, -3, 0), C(5, -1, -2)$ ។

- ក. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (AB) ។

- ខ. រកកូអរដោនេចំណុច I ជាចំណុចប្រសព្វរវាងប្លង់ (P) ជាមួយបន្ទាត់ (AB) ។

- គ. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (Δ) កាត់តាម A ហើយកែងប្លង់ (P) ។

- VII. គេឱ្យអនុគមន៍កំណត់ដោយ $y = f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$ មានក្រាប (C) ។

- ក. រកដែនកំណត់ $f(x)$ និងរកលីមីត $f(x)$ ត្រង់ចុងដែន។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

- ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ f គ្មានបរិមាណរៀប ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

- គ. គណនា $f(-1)$ និង $f(1)$ រួចសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ។

ឃ. គណនាក្រឡាផ្ទៃផ្ទៃក្នុងប្លង់ដោយក្រាប (C) អ័ក្ស (x', x) បន្ទាត់ $x = 1$ និង 3 ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាឆ្នាំទី១សម្រាប់សិស្ស

ប្រឡង៖ _____

លេខបន្ទប់៖ _____

លេខតុ៖ _____

សម័យប្រឡង៖ **២០២០-២០២១**



អ្នករៀន-Education

ហត្ថលេខាអនុរក្ស៖ _____ មណ្ឌលប្រឡង៖ _____

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត៖ _____

ហត្ថលេខា៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រឡងវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



7. វិញ្ញាសាទី **០៧**៖ **ប្រើស្ថានភាពស្របគ្នា** រយៈពេល៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

ប្រធានបទ

I. ចូរគណនាលីមីតខាងក្រោម :

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos 2x}{x^2}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \tan 3x}{x - 2 \sin 2x}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{x^2}$$

II. ចូរគណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម :

$$I = \int_0^2 x(x^2 + 3) dx$$

$$J = \int_0^2 \frac{e^x dx}{e^x + 4}$$

$$K = \int_0^3 |x^2 + 2x - 3| dx$$

III. ចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 3 + 3\sqrt{3}i$ និង $z_2 = \sqrt{3} + i$ ។

ក. គណនា $z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។

ខ. សរសេរ $z_1 \times z_2$ និង $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

IV. ក្នុងប្រអប់មួយមានសៀវភៅពិជគណិតចំនួន 15 ក្បាល និងសៀវភៅធរណីមាត្រចំនួន 10 ក្បាល គេចាប់យកសៀវភៅ 2 ក្បាល ដោយចាប់យកជាបន្តបន្ទាប់ ចាប់ហើយមិនដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ :

ក. គេចាប់បានសៀវភៅពិជគណិតទាំង 2 ក្បាល ។

ខ. គេចាប់បានសៀវភៅធរណីមាត្រទាំង 2 ក្បាល ។

V. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : 4y'' + 4y' + y = xe^x$ និង $(F) : 4y'' + 4y' + y = 0$ ។

ក. រកចម្លើយទូទៅនិងរកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (F) បើគេដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយមានបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ $A(0, 4)$ កែងបន្ទាត់ពុះមុំទី១នៃគល់តម្រុយអនុគមន៍រង្វង់មាត់ ។

ខ. កំណត់រកចំនួនពិត a, b ដើម្បីអោយអនុគមន៍ $g(x) = (ax + b)e^x$ ជាចម្លើយមួយនៃ (E) ។

VI. គេឱ្យសមីការអេលីប្រាប្ស $(E) : 16x^2 + 9y^2 - 54y - 63 = 0$ ។

ក. ចូរសរសេរ (E) ទៅជាទម្រង់ស្តង់ដារនៃអេលីប្រាប្ស (E) ។

ខ. រកកូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ (E) រួចសង់ (E) ។

VII. នៅក្នុងតម្រុយអនុគមន៍រង្វង់មាត់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មានទិសដៅវិជ្ជមានគេឱ្យចំណុច $A(1, 0, 0), B(0, 3, 0)$ និង $C(0, 0, 4)$ ។

ក. សង់ត្រីកោណ A, B, C រួចស្រាយថាត្រីកោណ ABC មានមុំក្នុង A, B, C សុទ្ធតែជាមុំស្រួច ។

ខ. កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC និង មាឌតេត្រាអែត $OABC$ ។

គ. សរសេរសមីការស្វ័យ (S) មានផ្ចិត $O(0, 0, 0)$ ហើយប៉ះប្លង់ (ABC) ។

VIII. គេឱ្យអនុគមន៍កំណត់ដោយ $y = f(x) = (ax + b)e^x$ មានក្រាបតំណាង (C) ។

a. រកមេគុណ a, b បើដឹងថាក្រាប (C) មានបន្ទាត់ប៉ះក្រាបត្រង់ចំណុច $A(-1, -\frac{1}{e})$ ស្របជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

b. ចំពោះមេគុណ a, b ដែលរកឃើញ ។

ក. សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ ។

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (L) ប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ B ដែលជាចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប (C) ជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

គ. ដោះស្រាយនិងពិភាក្សាតាមតម្លៃ m នូវអត្ថិភាពនិងសញ្ញាបូសសមីការ $xe^x - m = 0$ ដោះប្រើក្រាប (C) ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រធានវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



8. វិញ្ញាសាទី **០៨**៖ **ប្រើស្នូលនៃស៊េរីឌីរីស្ត្រាស់** រយៈពេល៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

ប្រធានបទ

I. ក. គណនាលីមីតខាងក្រោម :

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{e^{5x}} - 1}{\tan 5x}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sin(x - 1)}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x)}{x}$$

ខ. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម :

$$I = \int_2^4 \frac{x^2 - 1}{x - 1} dx$$

$$J = \int_0^{\ln 4} \frac{e^x dx}{e^x + 2}$$

$$K = \int_0^1 \frac{(x^2 + 2x + 3)dx}{x + 1}$$

II. ចំនួនកុំផ្លិច $Z_1 = 1 - i$ និង $Z_2 = \sqrt{3} + i$ ។

ក. គណនា $Z_1 \times Z_2$ និង $\frac{Z_1}{Z_2}$ ។

ខ. សរសេរ $Z_1 \times Z_2$ និង $\frac{Z_1}{Z_2}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

III. ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីក្រហមចំនួន 9 គ្រាប់ហើយមានឃ្លីស្ករចំនួន 5 គ្រាប់និងឃ្លីខៀវចំនួន 4 គ្រាប់ ។ គេចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់ចេញពីក្នុងចុងដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បាន :

ក. ឃ្លីក្រហមទាំង 3 គ្រាប់

គ. ឃ្លីស្ករ 1 គ្រាប់និងឃ្លីក្រហម 2 គ្រាប់

ខ. ឃ្លីស្ករ 2 គ្រាប់និងឃ្លីខៀវ 1 គ្រាប់

ឃ. ឃ្លីគ្រប់ពណ៌ ។

IV. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : y'' + 4y' - 5y = 0$ ។ រកចម្លើយមួយនៃ (E) បើដឹងថា $y(0) = -8$ និង $y'(0) = 16$ ។

V. គេឱ្យសមីការអ៊ីប៉េរូលូមមានសមីការ $(H) : \frac{(x-2)^2}{4} - \frac{(y+3)^2}{1} = 1$ ។

ក. ផ្ចិត កំពូល កំណុំ និងអាស៊ីមតូតនៃ (H)

ខ. សង់ក្រាបនៃអ៊ីប៉េរូលូម (H) ។

VI. នៅក្នុងលំហមានទិសដៅវិជ្ជមានគេឱ្យចំណុច $A(-2, 4, 3)$ និងប្លង់ $(P) : 2x - 3y + 6z + 19 = 0$ ។

ក. សរសេរសមីការប្លង់ Q កាត់តាម A ហើយស្របនឹងប្លង់ (P) រួចគណនាចម្ងាយរវាងប្លង់ទាំងពីរ ។

ខ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ (AH) ដែលកែងនឹងប្លង់ (P) ត្រង់ H ។ រកកូអរដោនេចំណុច H ។

VII. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = x - 2 + \frac{2}{e^x + 1}$ មានក្រាបតំណាង (C) ។

ក. គណនាលីមីត នៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $+\infty$ និងត្រង់ $-\infty$ ។

ខ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_1) : y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតខាង $+\infty$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) ជាមួយ (d_1) ។

គ. បង្ហាញថាគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ គេបាន $f(x) = x - \frac{2e^x}{e^x + 1}$ ។ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់ $(d_2) : y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតខាង $-\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) ជាមួយបន្ទាត់ (d_2) ។

ឃ. គណនា $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញា $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

ង. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (T) ប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ $x = 0$ ។

ច. សង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ (d_1) , (d_2) និង (T) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រឡងវិញ្ញាបនបត្រសាងកម្មក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



9. វិញ្ញាបនបត្រ **០៩** ប្រើស្តង់ដារឱ្យខ្លាំងទើបគាត់ចេះ រយៈពេល៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

ប្រធានបទ

I. ក. គណនាលីមីតខាងក្រោម :

$$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2(x-2) + x^2 + x - 1}{1-x} B = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{x^2 + 2x} - (x+1)] C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3x - \sin x}{\tan x}$$

ខ. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម :

$$I = \int_0^1 (x^2 + 3)^2 dx \quad J = \int_0^{\ln 6} (e^x - e^{-x}) dx \quad K = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) dx$$

II. ចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{3} + i, z_2 = \sqrt{3} - i$ និង $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$ ។

ក. សរសេរ z_1, z_2 និង z_3 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

ខ. គណនា $A = z_1^{2023} + z_2^{2023}$ ។

III. ក្នុងចំណោមមូលដ្ឋាន 16 គ្រាប់ ដែលសរសេរលេខពីលេខ 1 ដល់លេខ 16 គ្រាប់ ។ គេចាប់យកមូលដ្ឋាន 3 គ្រាប់ចេញពីក្នុងចំណោមមូលដ្ឋាន 16 ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់យកបាន :

ក. មូលទាំង 3 សុទ្ធតែមានលេខចែកដាច់នឹង 4

គ. មូលតែមួយគត់ដែលមានលេខចែកដាច់នឹង 4

ខ. មូលទាំង 3 សុទ្ធតែមានលេខចែកមិនដាច់នឹង 5

ឃ. មូលតែមួយគត់ដែលមានលេខចែកដាច់នឹង 5 ។

IV. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : y'' + 4y' = 5y$ ។ រកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) បើដឹងថា ក្រាបនៃចម្លើយកាត់តាមចំណុច $A(0, 3)$ ហើយមានបន្ទាត់ប៉ះក្រាបនៃចម្លើយត្រង់ចំណុចនេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -3 ។

V. គេមានសមីការ $(E) : (2x + 3y)^2 = 12(xy + 3)$ ។

ក. បង្ហាញថាសមីការនេះជាអេលីប (E) រួចរក ផ្ចិត កំពូល កំណុំនៃ (E) ។

ខ. សង់ក្រាបនៃអេលីប (E) ។

VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(1, 2, 3), B(3, 0, 1), C(-1, 0, 1)$ និង $D(2, 1, 2)$ ។

ក. រកកូអរដោនេវ៉ិចទ័រ $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ និង $\vec{BC}$ ។

ខ. គណនា $\vec{AB} \times \vec{AC}$ បង្ហាញថាចំណុច A, B, C មិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

គ. កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ ABC ។

VII. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = \frac{x}{e^x - x}$ មានក្រាបតំណាង (C) ។

ក. គណនាលីមីត នៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $+\infty$ និងត្រង់ $-\infty$ ។ ទាញរកអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

ខ. គណនា $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញា $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

គ. បង្ហាញថា f មានចំណុចអតិបរមាមួយដែលគេត្រូវកំណត់ចំណុចអតិបរមានោះ ។

ឃ. គណនា $f(-1), f(0)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាបនៃ (C) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រធានវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



10. វិញ្ញាសាទី ១០ ៖ ប្រសិទ្ធភាពនៃឱ្យឆ្លងទឹកបាត់ចោល រយៈពេល ៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

ပြည်သူ့ဆန္ဒမေးမြန်း

- I. ដោះស្រាយសមីការ $z^2 + (1 + \sqrt{3})z + 2 + \sqrt{3} = 0$ ក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិចរួចសរសេរបួសនេះជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
 - II. គណនាលីមីតខាងក្រោម :

$$A = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1 - \sqrt{x}} - \frac{2}{1 - \sqrt[3]{x}} \right) \quad B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + \ln x - 3} \quad C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5e^x - 5)(1 - \cos 4x)}{x^3}$$
 - III. គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : 2y'' + 5y' - 4y = 0$ ។ ចូររកចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការបន្ទាត់ $y = -2x + 3$ ប៉ះក្រាបនៃចម្លើយ (E) ត្រង់ $x = 0$ ។
 - IV. ក្នុងចង់មួយមានក្រូច 16 ផ្លែក្នុងនោះមាន 7 ផ្លែមានរសជាតិជូរ ហើយ 3 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម 4 ផ្លែទៀតមានរសជាតិសាប និង 2 ផ្លែមានរសជាតិហាង ។ ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានក្រូច :
 ក. ក្រូចមានរសជាតិខុសគ្នា
 ខ. ក្រូចមានរសជាតិតែមួយ ។
 - V. ក្នុងប្លង់ (Oxy) គេអោយចំណុច $M \left(2 + \frac{3}{\cos t}, 3 + \tan t \right)$ ដែល $t \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ដែល $k \in \mathbb{Z}$ ។
 ក. ស្រាយថាសំណុំចំណុច M ជាអ៊ីបេរូល (H) ដែលគេត្រូវបញ្ជាក់សមីការស្តង់ដា ។
 ខ. រកកូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូលកំណុំ និង អ៊ីសង់ទ្រីស៊ីតេ នៃអ៊ីបេរូល (H) ។ រកអាស៊ីមតូតទ្រេត រួចសង់ (H) ។
 - VI. ក្នុងតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មានទិសដៅវិជ្ជមានគេមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ និង $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ។
 ក. គណនា $\vec{a} = \vec{a} \times \vec{b}$ ។
 ខ. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាម B ហើយស្របនឹង $\vec{a}$ ។
 គ. រួចសរសេរសមីការប្លង់ (P) កាត់តាមចំណុច A ហើយកែងនឹង $\vec{a}$ ។
 ឃ. គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ OAB ។
 - VII. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = \frac{x(e^x + 1)}{e^x}$ មានក្រាបតំណាង (C) ។
 ក. គណនាលីមីត f កាលណា $x \rightarrow \pm\infty$ ។ រួចរកអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ។
 ខ. បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ម៉ូណូតូន។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
 គ. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $h(x) = e^x + 1 - x$ រួចគណនាលីមីត h កាលណា $x \rightarrow \pm\infty$ ។ សិក្សាសញ្ញានៃ h' គូសតារាងអថេរភាពនៃ h ។
 ឃ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (L) ប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ $x = 0$ ។ សង់ (T) និងក្រាប (C) ។
 ង. ដោះស្រាយនិងពិភាក្សាតាមតម្លៃ m និងសញ្ញាបួសរបស់សមីការ $x(e^x + 1) + e^x(1 - 2x - m) = 0$ ដោយប្រើក្រាប (C) ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រធានវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



11. វិញ្ញាសាទី **១១**៖ **ប្រើស្មើធន៍ខាងក្រោមនេះ** រយៈពេល៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

ប្រធានបទ

I. ក. គណនាលីមីតខាងក្រោម ៖

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + 3e^x - 4}{e^{2x} - 1}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 2} \right)$$

ខ. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម ៖

$$I = \int_{\sqrt{e}}^e \ln x dx$$

$$J = \int_0^2 \frac{e^{2x} dx}{e^{2x} + 2023}$$

$$K = \int_0^4 |(x-1)(x-2)| dx$$

II. ចំនួនកុំផ្លិច $z = x + yi$ និង $w = a + bi$ ។

ក. គណនា x និង y ជាអនុគមន៍នៃ a និង b បើគេឱ្យ $z = w^2 + wi + 1$ ។

ខ. ចំពោះ $a = 1$ និង $b = 1$ ចូរសរសេរ z និង w ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

III. អ្នកលក់ឃ្លីម៉ាក់មានឃ្លីក្នុងថង់ចំនួនពីរប្រភេទដែលក្នុងនោះមានឃ្លីសំចំនួន 20 ឃ្លីខ្មៅចំនួន 15 គ្រប់។ អ្នកលក់ចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ ចេញពីក្នុងថង់។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលអ្នកលក់ចាប់បាន ៖

A : ឃ្លីសំទាំងអស់

C : ឃ្លី 1 យ៉ាងតិច

B : ឃ្លីខ្មៅទាំងអស់

D : ឃ្លីខ្មៅតែ 2 គត់ ។

IV. គេឱ្យអនុគមន៍ $y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ ។

ក. គណនាលីមីតនៃ y កាលណា $x \rightarrow -\infty$ និង $x \rightarrow +\infty$ ។ រួចបង្ហាញថា $dy = \left(\frac{1 - y^2}{2} \right) dx$

ខ. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : y'^2 + y'y - 2y^2 = 0$ ។

V. គេឱ្យសមីការអេលីប្រូប្រាប $(E) : 3x^2 + 4y^2 - 24x = 0$ ។ រកកូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល កំណុំនៃ (E) រួចសង់ (E)

VI. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មានទិសដៅវិជ្ជមានគេឱ្យចំណុច $A(1, 1, 1), B(2, 3, 4)$ និង $C(6, 5, 2)$ ។

ក. រកកូអរដោនេចំណុច D ដើម្បីឱ្យ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។ គណនាក្រឡាផ្ទៃប្រលេឡូក្រាមនេះ ។

ខ. កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC និង មាឌតេត្រាអែត $OABC$ ។

គ. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (δ) កាត់តាម D ហើយកែងប្លង់ (ABC) ។

VII. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = e^x - x - 1$ មានក្រាប (C) ។

ក. គណនាលីមីតចុងដែនកំណត់នៃ $f(x)$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ $y = -x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រូតកែក្រាប (C) ខាង $-\infty$ ។

ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ f មានតម្លៃអប្បបរមាមួយត្រង់ $x = 0$ ។ កំណត់រកចំណុចអប្បបរមានោះ ។

គ. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f រួចសង់ក្រាប (C) ។

ឃ. គណនាក្រឡាផ្ទៃផ្នែកបង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) អ័ក្សអាប់ស៊ីសនិងបន្ទាត់ $x = 0$ និង $x = 2$ ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រឡងវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



12. វិញ្ញាសាទី **១២**៖ **ប្រើស្មើធរណីមាត្រដើម្បីដោះស្រាយ** រយៈពេល៖ _____

ប្រធានបទ

I. ក. គណនាលីមីតខាងក្រោម

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

$$A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\pi - 3x}{\sqrt{3} - 2 \sin x}$$

ខ. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម ។

$$I = \int_1^e x \ln x dx$$

$$J = \int_0^2 \left(\frac{2x+1}{x^2+x+1} \right) dx$$

$$K = \int \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx$$

II. ចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 1 + i$ និង $z_2 = \sqrt{3} - i$ ។

ក. គណនា $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \times z_2$ និង $\frac{z_1}{z_2}$ ។

គ. សរសេរ $z_1 \times z_2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

ខ. សរសេរ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

ឃ. ទាញរកតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos \frac{\pi}{12}$ និង $\cos \frac{\pi}{12}$ ។

III. ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌សចំនួន 2 គ្រាប់ចុះលេខរៀង 1, 2 និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួនឃ្លី 3 គ្រាប់ចុះលេខរៀង 1, 2, 3 ។ គេចាប់យកឃ្លី 2 គ្រាប់ ព្រមគ្នាចែងនូវចេញពីក្នុងថង់។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បាន ៖

B : ចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ដូចគ្នា ។

A : ចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ។

IV. គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$ ។

ក. រកចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ។

ខ. រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការ (E) បើគេដឹងថា $y(0) = 2, y'(0) = -2$ ។

V. ប៉ារ៉ាបូល (P) មួយមាន កំពូល $V(3, 3)$ បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = 4$ ។ រកសមីការស្តង់ដារ និងកូអរដោនេ កំណុំនៃ (P) រួចសង់ (P)

VI. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មានទិសដៅវិជ្ជមានគេឱ្យចំណុច $A(3, -1, 0)$ និង $B(0, 3, 3)$ ។

ក. កំណត់សមីការបង្គោល (P) ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (AB) ។

ខ. E, C, D ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបង្គោល (P) ជាមួយអ័ក្ស $\vec{Ox}, \vec{Oy}, \vec{Oz}$ រៀងគ្នា ។ គណនាកូអរដោនេ E, C, D ។

គ. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (δ) កាត់តាម D ហើយកែងបង្គោល (P) ។

VII. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$ មានក្រាប (C) ។

ក. រកដែនកំណត់រួចគណនាលីមីតចុងដែនកំណត់នៃ $f(x)$ ។ ទាញរកជាអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

ខ. គណនា $f'(x)$ រួចបង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍ចុះ ជានិច្ច។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

គ. តើចំណុច $I(0, \frac{1}{2})$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ឬទេ។

ឃ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះក្រាប C ត្រង់អាប់ស៊ីស $x = \ln 2$ ។

ង. សងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ប៉ះ (T) ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រធានវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



13. វិញ្ញាសាទី **១៣**៖ **ប្រើស្តង់ដារឱ្យខ្លាំងទើបឆាប់ចេះ** រយៈពេល៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

ប្រធានបទ

- I. ក. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $w = \frac{1+i}{2(1-i)} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ។ សរសេរ w ជាទម្រង់ពីជគណិត រួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ និងសរសេរ w^{100} ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- ខ. សរសេរ $k = (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20}$ ជាទម្រង់ពីជគណិត រួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- II. ក. គណនាលីមីត :
- $$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x} \qquad B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-4 \tan x}{\sqrt{2x+1}-1} \qquad C = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+2}-2}{x^2+x-2}$$
- ខ. គណនាអាំងតេក្រាល :
- $$I = \int_0^1 \frac{\sin x dx}{2 + \cos x} \qquad J = \int 27 \sin 3x dx \qquad K = \int \frac{x dx}{4x-4}$$
- III. គេមានសមីការប៉ារ៉ាបូល $(P) : x^2 - 4x + 4y + 8 = 0$ ។
- ក. រកសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ។
- ខ. រកកូអរដោនេ កំពូល កំណុំ និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស (D) ។ សង់ក្រាបនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ។
- IV. គេប្រើលេខពី 0 ដល់ 9 ដើម្បីសរសេរចំនួនដែលចំនួន 3 ខ្ទង់ ដោយខ្ទង់ដំបូងមិនប្រើលេខ 0 ។
- ក. តើគេអាចសរសេរចំនួននេះបានប៉ុន្មានរបៀបខុសគ្នាតាមរបៀបខាងលើនេះ ?
- ខ. តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលលេខទាំង 3 ខ្ទង់ខុសគ្នា ?
- V. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E) : 16y'' + y = 0$ ។
- ខ. រកចម្លើយតែមួយគត់នៃសមីការ (E) ដោយស្គាល់ $y(\pi) = 1$ និង $y'(0) = 3$ ។
- VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ នៃលំហគេឱ្យចំណុច $A(1,0,2), B(2,1,0)$ និង $C(0,1,2)$ ។
- ក. បង្ហាញថា ABC ជាត្រីកោណកែង ។
- ខ. គណនា $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC}$ ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។
- គ. សរសេរសមីការប្លង់ (P) កាត់តាមបីចំណុច A, B, C ។ កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យ $S = \sqrt[m]{e}$ ។
- VII. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = e^{2x} - e^x$ មានក្រាបតំណាង (C) ។
- ក. កំណត់ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ $f(x)$ រួចគណនាលីមីតនៃ $f(x)$ ត្រង់ចុងដែន ។ រកអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។
- ខ. គណនា និងសិក្សាសញ្ញា $f'(x)$ ។ គូសតាងអថេរភាពនៃ $f(x)$ រួចរកចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប (C) ជាមួយអ័ក្សទាំងពីរនៃតម្រុយ ។ សង់ក្រាប (C) ។ $\left(\text{គេយក } \frac{1}{e} = 0.36 \right)$ ។
- គ. គណនាក្រឡាផ្ទៃខ័ណ្ឌដោយក្រាប (C) អ័ក្សអាបស៊ីស បន្ទាត់ $x = a$ ($a > \ln 2$) រួចគណនា $\lim_{a \rightarrow \infty} S$ ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រធានវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



14. វិញ្ញាសាទី **១៤**៖ **ប្រើស្មើស្មុំស្មើស្របគ្នា** រយៈពេល៖ _____

ប្រធានបទ

I. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ។ តាង $A = z + z^4$ និង $B = z^2 + z^3$

ក. ចូរគណនា Z^5 រួចបង្ហាញថា A និង B ជាចំនួនពិត ។

ខ. សរសេរសមីការដឺក្រេទី២ ដែលមាន A និង B ជាឫស ។ ទាញបញ្ជាក់ថា $\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

II. ក. ចូរគណនាលីមីតខាងក្រោម :

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{5x} - e^{-3x}) \sin \frac{x}{2}}{x^2} \quad B = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{|x - 2|} \quad C = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} (2 - 3x) \sin \frac{2}{x}$$

ខ. ចូរគណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម :

$$I = \int \left(\frac{2x^2 + x - 1}{x} \right) dx \quad J = \int \frac{dx}{\sqrt{2x-5}} \quad K = \int \sqrt{x^4 + x^{-4} + 2} dx$$

III. អេលីប (E) មានសមីការទូទៅ (E) : $x^2 + 4y^2 - 2x + 16y + 13 = 0$ ។

ក. រកកូអរដោនេ កំពូល កំណុំ នៃអេលីប (E) ។

ខ. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងអេលីប (E) ជាមួយអ័ក្សអរដោនេ ($y'y$) ។

IV. ក្នុងផងមួយមានឃ្លីចំនួន 10 គ្រាប់ដែលចុះលេខពី 1 ដល់ 10 ។ រកប្រូបាបដើម្បីឱ្យផលបូកលទ្ធផលនៃឃ្លីទាំង 2 ជាលេខសេស ។

V. ក. រកចម្លើយទូទៅ y_c នៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' + 10y' + 25y = 0$ ។

ខ. កំណត់រកចំនួនពិត m ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $g(x) = mx^2 e^{-5x}$ ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ (F) : $y'' + 10y' + 25y = 4e^{-5x}$ ។

VI. ក្នុងតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(-1, 0, 2), B(3, 1, 0), C(0, 1, 1)$ និងបន្ទាត់ (D) : $x = \frac{y-9}{2} = \frac{z-5}{3}$ ។

ក. កំណត់សមីការបង្គោល (ABC) និងគណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។

ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា (ABC) $\perp$ (D) ។ តាង H ជាចំណុចប្រសព្វរវាង (D) និង (ABC) រួចទាញរកកូអរដោនេចំណុច H ។

គ. ស្រាយថា H ជាអវត្ថុសង់នៃត្រីកោណ ABC រួចគណនាមាឌចតុមុខ OABC ។

VII. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = \ln(x^2 - 1)$ មានក្រាបតំណាង (C) ។

ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចរកលីមីត f ត្រង់ចុងដែន ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

ខ. គូសតារាងភាពពិតនៃ f រួចសង់ក្រាប (C) ។

- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រឡងវិញ្ញាសាដាក់លើក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



16. វិញ្ញាសាទី **១៦**៖ **ប្រើស្មើធម៌ឱ្យខ្លាំងទើបឆាប់ចេះ** រយៈពេល៖ _____

អក្សរសម្ងាត់

ប្រធានបទ

I. ក. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $z = \frac{2 \left(\cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5} \right)^{25}}{1 + \sqrt{3}i}$ ជាទម្រង់ពីជគណិតរួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

ខ. កំណត់តម្លៃ a, b ដើម្បីឱ្យ $az + b\bar{z} = 1$

គ. យក $w = 2\bar{z}$ ។ កំណត់តម្លៃ m, n ដើម្បីឱ្យ w ជាឫសនៃសមីការ $x^2 + mx + n = 0$ ។

II. ក. គណនាលីមីត

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2-3x} - e^2) \sin \pi x}{2x^2} \quad B = \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\cot x} \quad C = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{2x-1} - \sqrt{2x-1}}{x-1}$$

ខ. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{3x+1}{(2x+1)^2}$ ដែល $x \neq -\frac{1}{2}$ ។

កំណត់ចំនួនពិត A, B ដើម្បីឱ្យ $f(x) = \frac{A}{2x+1} + \frac{B}{(2x+1)^2}$ រួចគណនា $I = \int f(x) dx$ ។

III. រកសមីការស្តង់ដារប៉ារ៉ាបូល (P) មួយមានកំពូល $V(-2, 0)$ និងមាន $(x'x)$ ជាអ័ក្សឆ្លុះហើយមានក្រាបកាត់អ័ក្ស $(y'y)$ បានអង្កត់ $[MN]$ ដែល $[MN] = 4$ ឯកតាប្រវែង។ ទាញរកកូអរដោនេ កំណុំ និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) ។ សង់ក្រាបនៃ (P)

IV. គេឱ្យត្រីកោណកែងមួយមានរង្វាស់អ៊ីប៉ូតេនុស $\sqrt{5}$ ហើយជ្រុងកែងពីរទៀតមានរង្វាស់ x, y ហើយកម្ពស់ $h = 3x + y$ ។

ក. គណនា h ជាអនុគមន៍នៃ x ។

ខ. គណនាប្រវែងអប្បបរមានៃ h ។

V. ចូរដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលតាមលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យខាងក្រោម :

ក. $\frac{1}{9}y'' + y = 0$ ដោយស្គាល់ $y(0) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ និង $y'(0) = 3\sqrt{2}$ ។

ខ. $y' - 3x^2 - 1 - 2\cos x = 0$ ដោយស្គាល់ $y(0) = 1$ ។

VI. ក្នុងតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យស្វ៊ែរ $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 1 = 0$ និង $(P) : 2x - y - 2z + 3 = 0$ និង ចំណុច $A(3, 2, -1), B(5, -2, 0)$ ។

ក. រកផ្ចិត I កាំ R របស់ស្វ៊ែរ (S) ។

គ. គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ IAB ។

ខ. សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងស្វ៊ែរ (S) និង (P) ។

ឃ. សរសេរសមីការប្លង់ (IAB) ។

VII. f អនុគមន៍កំណត់ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = \frac{x}{2} - 1 + e^{-\frac{x}{2}}$ មានក្រាប (C) ។

ក. រកលីមីត f កាលណា $x \rightarrow \pm\infty$ រួចទាញរកអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ f មានចំណុចអប្បបរមាតែមួយគត់ដែលគេត្រូវកំណត់ចំណុចអប្បបរមានោះ ។

គ. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងក្រាប (C) ជាមួយអាស៊ីមតូតទៀត។ សង់ក្រាប (C) ។

ឃ. គណនាក្រឡាផ្ទៃខណ្ឌដោយក្រាប (C) អ័ក្សអាប់ស៊ីស អាស៊ីមតូត $x = 0$ និង $x = 2$ ។



- បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើក្រដាសប្រឡងឡើយ។ ក្រដាសប្រឡងណាដែលមានសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ
- បេក្ខជនមិនត្រូវចម្លងប្រឡងវិញ្ញាសាក៏ដោយក្រដាសប្រឡងជាដាច់ខាត



17. វិញ្ញាសាទី **១៧**៖ ប្រើស្ថានភាពខ្សែជ័រស្របគ្នា រយៈពេល៖ _____

ប្រធានបទ

- I. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{-2}$ ជាចំនួនពិត ។
- ខ. ធ្វើផលគុណ $A = 3(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$ និង $B = 5(\cos 130^\circ + i \sin 130^\circ)$ ជាទម្រង់ $a + bi$ ។
- គ. រកម៉ូឌុលនិងអាក្យមង្គលនៃ $Z = -3\left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}\right)\left(\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}\right)$ ។
- II. ក. រកតម្លៃ a, b ដើម្បីឱ្យ $f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{បើ } x \geq 0 \\ x^2 + ax + b & \text{បើ } x < 0 \end{cases}$ មានដេរីវេត្រង់ 0 ។
- ខ. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :
- ក. $f(x) = e^{\cos 2023x}$ ខ. $g(x) = x \ln \cos x$ គ. $h(x) = \sin(\ln x)$
- III. គេមានសមីការទូទៅនៃអេលីប (E) : $9y^2 + 4x^2 - 36y - 8x + 4 = 0$ ។
- ក. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប (E) ។
- ខ. រកកូអរដោនេ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ នៃ (E) ។ សង់ក្រាបនៃអេលីប (E) ។
- IV. ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌សចំនួន 5 គ្រាប់ និងឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 4 គ្រាប់ ។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ឃ្លីគ្រាប់ចេញក្រៅប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែល :
- A : ចាប់បានឃ្លីពណ៌សទាំងអស់ B : ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខុសៗគ្នា C : ចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហម 1 យ៉ាងតិច
- V. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$ ។
- ខ. រកចម្លើយមួយនៃ (E) បើដឹងថាក្រាបនៃអនុគមន៍ចម្លើយកាត់តាមចំណុច $M(0, 4)$ ហើយមានមេគុណប្រាប់ទិស $x = 2$ ។
- VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ នៃលំហគេឱ្យចំណុច $A(3, -1, 3), B(1, -2, 3), C(5, 1, 4)$ និង $M(4, 0, 2)$ ។
- ក. គណនា $\vec{m} = \vec{AB} \times \vec{AC}$ ។ ទាញថា $A \notin (BC)$ ។
- ខ. គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។ កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យ $S = \sqrt[3]{m}$
- គ. សរសេរសមីការប្លង់ (P) កាត់តាមបីចំណុច A, B, C ។ រកមាឌតេត្រាអែត $ABCM$ ។
- VII. f អនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $y = f(x) = \frac{e^x - 4}{e^x + 2}$ មានក្រាប (C) ។
- ក. គណនាលីមីត f ត្រង់ចុងដែនកំណត់ ។ រកអាស៊ីមតូតរបស់វានៃក្រាប (C)
- ខ. គណនា $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញា $f'(x)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
- គ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ $x = 0$ ។
- ឃ. សង់ក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតរបស់វានៃក្រាប (C) ។