TexBook School

មានបង្រៀនថ្នាក់បំប៉នលើមុខវិជ្ជា គណិត រូប គីមី

សៀវភៅកិច្ចការផ្ទះ

គណិត ថ្នាក់ទី 9 . . .

ឈ្មោះ ____________________

ភេទ ____________________

លេខរៀង ____________________

បង្រៀនដោយ៖ ហ៊ឹម ឌុន្ធី

ឆ្នាំសិក្សា ២០២៤. ដល់ ២០២៥

TEXBOOK-STORE លក់សៀវភៅគណិតវិទ្យា
លក់សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២
តម្លៃ 30$
FREE POSTER និង FREE ដឹកជញ្ជូន
FREE
DELIVERY
លេខទំនាក់ទំនងទិញ: 016434006/060701101/012549543 ឬ FB Page: TexBook-Store

អារម្ភកថា

សួស្តីប្អូនៗថ្នាក់ទី៩! ដោយសារតែប្អូនរៀនផ្នែកមេរៀននិងមានលំហាត់គំរូ គឺ មិនទាន់គ្រប់គ្រាន់អាចអោយប្អូនយល់ពីមេរៀនច្បាស់នោះទេ ។ ដើម្បីអោយប្អូនៗយល់មេរៀនបានច្បាស់និងអាចពង្រឹងសមត្ថភាពអោយកាន់តែល្អប្រសើរទាល់ប្អូនអនុវត្តន៍លំហាត់អោយបានច្រើនទើបអាចយល់ពីមេរៀនច្បាស់។ ហេតុនេះហើយទើបសៀវភៅមួយក្បាលនេះលេចជារូបរាងឡើង។

សៀវនេះត្រូវបានរៀបរៀងឡើងក្នុងគោលបំណងចង់អោយសិស្សដោះស្រាយលំហាត់បានកាន់តែច្រើនដើម្បីអោយពួកគាត់យល់ពីមេរៀនកាន់តែច្បាស់ជាងមុន ។

ក្នុងនាមជាអ្នករៀបរៀង ខ្ញុំបាទនឹងរងចាំនូវការរិះគន់ដើម្បីកែលម្អជានិច្ច។ ខ្ញុំជឿជាក់ថាសៀវភៅនេះនៅតែមានកំហុសកើតមានឡើង ហេតុនេះហើយខ្ញុំសូមអភ័យទោសទុកជាមុនរាល់កំហុសទាំងអស់ដែលកើតមានឡើង។ ប្រសិនបើប្អូនៗ រកឃើញនូវកំហុសក្នុងសៀវភៅនេះ សូមទំនាក់ទំនងមកកាន់ខ្ញុំបាទតាមរយៈ *facebook* : *Hing Vothy*

Tel : 016 434 006

បោះពុម្ពឆ្នាំ ២០២២

លោកគ្រូ ហ៊ីង វុទ្ធី

មាតិកា

១ ចំនួនអសនិទាន ១

១.១ ឫស ការេ និងឫស គូប ១

១.២ ប្រមាណវិធីលើរ៉ាឌីកាល់ ២

១.៣ ការបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់ និងបញ្ចូលមួយចំនួនទៅក្នុងរ៉ាឌីកាល់ ២

១.៤ វិធីបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង ៣

១.៥ លំហាត់ ៥

២ សមាមាត្រ ១៥

២.១ លំហាត់ ១៧

៣ កន្សោមពីជគណិត ២៥

៣.១ ផលគុណនៃកន្សោមពីជគណិត ២៥

៣.២ ដាក់ជាកត្តារួម ២៧

៣.៣ វិធីបូក ដកលើកន្សោមសនិទាន ២៩

៣.៤ វិធីគុណ និងចែកលើកកន្សោមសនិទាន ៣០

៣.៥ លំហាត់ ៣១

៤ សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត ៤១

៤.១ លក្ខណៈនៃសមតាព ៤១

៤.២ សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត ៤១

៤.៣ សមីការនៃផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត ៤២

៤.៤ លំហាត់ ៤៤

៥ វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត ៥៣

៥.១ លក្ខណៈនៃវិសមតាព ៥៣

៥.២ វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត ៥៣

៥.៣ ប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត ៥៥

៥.៤ ចំណោទ ៥៦

៥.៥ លំហាត់ ៥៧

៦ បំណែងចែកប្រេកង់ ៦៥

៦.១ ការផ្តុំទិន្នន័យជាប្រេកង់ ៦៥

៦.២ ការផ្តុំទិន្នន័យជាប្រេកង់កើន និងចុះ ៦៦

៦.៣ ការផ្តុំទិន្នន័យជាថ្នាក់ ៦៩

៦.៤ លំហាត់ ៧២

៧ មធ្យមស្ថិតិ ៨១

៧.១ មធ្យម ៨១

៧.២ មេដ្យាន ៨១

៧.៣ ម៉ូត ៨២

៧.៤ ការកំណត់មធ្យមស្ថិតិតាមតារាងប្រេកង់កើន ៨២

៧.៥ លំហាត់ ៨៥

៨ ប្រូបាប ៩៣

៨.១ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៩៣

៨.២ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ ៩៣

៨.៣ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធច្រើនដង ៩៤

៨.៤ លំហាត់ ៩៥

៩ ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច ១០៥

៩.១ ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច ១០៥

៩.២ កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល ១០៥

៩.៣ លំហាត់ ១០៦

១០ សមីការនៃបន្ទាត់ ១១៧

១០.១ ការសង់បន្ទាត់ ១១៧

១០.២ សមីការបន្ទាត់ ១១៨

១០.៣ លក្ខខណ្ឌនៃបន្ទាត់ស្របនិងបន្ទាត់កែង ១១៩

១០.៤ លំហាត់ ១២០

១១ ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១មានពីរអញ្ញាត ១២៩

១១.១ ដំណោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច ១២៩

១១.២ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីជំនួស ១៣០

១១.៣ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីបូកបំបាត់ ១៣០

១១.៤ លំហាត់ ១៣១

១២ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ១៤៥

១២.១ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ១៤៥

១២.២ លំហាត់ ១៤៦

១៣ រង្វង់និងបន្ទាត់ ១៥៣

១៣.១ លក្ខណៈនៃអង្កត់ធ្នូ ១៥៣

១៣.១.១ បន្ទាត់កែងទៅនឹងចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ ១៥៣

១៣.១.២ អង្កត់ធ្នូស្មើគ្នា ១៥៣

១៣.២ បន្ទាត់ប៉ះ ១៨៣

១៣.៣ លក្ខណៈនៃបន្ទាត់ប៉ះ ១៨៤

១៣.៤ អនុវត្តន៍លក្ខណៈជ្រុងឈមនៃចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់ ១៨៤

១៣.៥ ទីតាំងរង្វង់ ១៨៥

១៣.៦ បន្ទាត់ប៉ះរួម ១៨៦

១៣.៦.១ រង្វង់គ្មានចំណុចរួម ១៨៦

១៣.៦.២ រង្វង់ប៉ះគ្នា ១៨៧

១៣.៦.៣ រង្វង់កាត់គ្នា ១៨៨

១៣.៦.៤ រង្វង់តូចនៅក្នុងរង្វង់ធំ ១៨៨

១៣.៧ លំហាត់ ១៨៩

១៤ លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់ ១៦៩

១៤.១ មុំផ្ចិត ១៦៩

១៤.២ មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ១៦៩

១៤.៣ មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូតែមួយ ១៦៩

១៤.៤ មុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ១៧០

១៤.៥ មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់ ១៧០

១៤.៦ មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ ១៧០

១៤.៦.១ លក្ខណៈមុំឈម ១៧០

១៤.៧ មុំក្រៅចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ ១៧០

១៤.៨ លំហាត់ ១៧១

១៥ ទ្រឹស្តីបទតាលែស ១៨៧

១៥.១ បន្ទាត់ស្របនិងខ្នាត់ ១៨៧

១៥.២ ទ្រឹស្តីបទតាលែស ១៨៧

១៥.៣ អនុវត្តន៍ក្នុងត្រីកោណនិងចតុកោណ ១៨៨

១៥.៣.១ អនុវត្តន៍ក្នុងត្រីកោណ ១៨៨

១៥.៣.២ អនុវត្តន៍ក្នុងចតុកោណព្នាយ ១៨៨

១៥.៤ លំហាត់ ១៨៩

១៦ ត្រីកោណដូចគ្នា ១៩៧

១៦.១ ត្រីកោណដូចគ្នា ១៩៧

១៦.២ ករណីដំណូច ១៩៧

១៦.២.១ ករណីដំណូច ម.ម ១៩៧

១៦.២.២ ករណីដំណូច ជ.ម.ជ ១៩៨

១៦.២.៣ ករណីដំណូច ជ.ជ.ជ ១៩៨

១៦.៣ ទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែង ១៩៨

១៦.៣.១ សង្ខេបរូបមន្ត ១៩៨

១៦.៤ លំហាត់ ២០១

១៧ **ពហុកោណ** ២១៣
១៧.១ និយមន័យ ២១៣
១៧.២ ផលបូកមុំក្នុងនៃពហុកោណ ២១៣
១៧.៣ ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណ ២១៤
១៧.៤ រង្វាស់មុំនៃពហុកោណនិយ័ត ២១៤
១៧.៥ លំហាត់ ២១៥

១៨ **ស្វូលីត** ២២៣
១៨.១ ផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃស្វូលីត ២២៣
១៨.២ ផលធៀបផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃស្វូលីត ២២៥
១៨.២.១ ផលធៀបផ្ទៃក្រឡា ២២៥
១៨.២.២ ផលធៀបមាឌ ២២៥
១៨.៣ លំហាត់ ២២៦

ថ្នាក់ទី ______________________

គោត្តនាម នាម ______________________

ភេទ ______________________

លេខរៀង______________________

ចំនួនអសនិទាន

១.១ ឫស ការេ និងឫស គូប

ជាទូទៅ ១.១.១

- បើ $a \geq 0$ និង $x^2 = a$ នោះគេបាន $x = -\sqrt{a}$ ឬ $x = \sqrt{a}$ ។
- បើ $x^3 = a$ នោះគេបាន $x = \sqrt[3]{a}$ ដែល a អាចវិជ្ជមានឬអវិជ្ជមាន។

ឧទាហរណ៍ ១

រកឫស នៃសមីការខាងក្រោម:

ក. $x^2 = 0$

ខ. $x^2 = 2$

គ. $x^2 = -2$

ឃ. $x^3 = 0$

ង. $x^3 = 3$

ច. $x^3 = -3$

ចម្លើយ៖

ក. $x = 0$

គេបាន $x = \sqrt{0} = 0$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = 0$

ខ. $x^2 = 2$

គេបាន $x = \pm\sqrt{2}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = -\sqrt{2}$ ឬ $x = \sqrt{2}$

គ. $x^2 = -2$ ដោយ $-2 < 0$

នោះ $x^2 < 0$ មិនពិត

ដូចនេះ សមីការគ្មានឫស

ឃ. $x^3 = 0$

គេបាន $x = \sqrt[3]{0} = 0$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = 0$

ង. $x^3 = 3$

គេបាន $x = \sqrt[3]{3}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = \sqrt[3]{3}$

ច. $x^3 = -3$

គេបាន $x = -\sqrt[3]{3}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = -\sqrt[3]{3}$

១.២ ប្រមាណវិធីលើរ៉ាឌីកាល់

ជាទូទៅ ១.២.១ ចំពោះរ៉ាឌីកាល់ដែលមានសន្ទស្សន៍ដូចគ្នាគេបាន:

1. $\alpha\sqrt{a}+\beta\sqrt{a}=(\alpha+\beta)\sqrt{a}$ ចំពោះ $a\geq 0$
2. $\alpha\sqrt[3]{a}-\beta\sqrt[3]{\beta}=(\alpha-\beta)\sqrt[3]{a}$ ចំពោះ a,b វិជ្ជមាន ឬអវិជ្ជមាន
3. $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ ដែល $a\geq 0, b\geq 0$
4. $\sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{ab}$ ដែល a,b អាចវិជ្ជមាន ឬអវិជ្ជមាន
5. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ ដែល $a\geq 0, b>0$
6. $\dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}=\sqrt[3]{\dfrac{a}{b}}, b\neq 0$

ឧទាហរណ៍ ២

ចូរគណនាប្រមាណវិធីនៃរ៉ាឌីកាល់ខាងក្រោម:

ក. $\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

ខ. $2\sqrt[3]{5}-7\sqrt[3]{5}$

គ. $\sqrt{3}\times\sqrt{2}$

ឃ. $\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{2}$

ង. $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

ច. $\dfrac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{2}}$

ចម្លើយ៖

ក. $\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(1+3)\sqrt{2}$
$=4\sqrt{2}$

ខ. $2\sqrt[3]{5}-7\sqrt[3]{5}=(2-7)\sqrt[3]{5}$
$=-5\sqrt[3]{5}$

គ. $\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{3\times 2}$
$=\sqrt{6}$

ឃ. $\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{5\times 2}$
$=\sqrt[3]{10}$

ង. $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{6}{2}}=\sqrt{3}$

ច. $\dfrac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\dfrac{12}{2}}$
$=\sqrt[3]{6}$

១.៣ ការបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់ និងបញ្ចូលមួយចំនួនទៅក្នុងរ៉ាឌីកាល់

ជាទូទៅ ១.៣.១
- $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ ដែល $a\geq 0, b\geq 0$
- $\sqrt[3]{a^3b}=a\sqrt[3]{b}$ ដែល a,b អាចវិជ្ជមាន ឬអវិជ្ជមាន។

ឧទាហរណ៍ ៣

ចូរបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់នៃចំនួនខាងក្រោម:

ក. $\sqrt{8}$ ខ. $\sqrt{12}$ គ. $\sqrt[3]{16}$ ឃ. $\sqrt[3]{-81}$

ចម្លើយ៖

ក. $\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}$
$=\sqrt{2^2}\sqrt{2}$
$=2\sqrt{2}$

ខ. $\sqrt{12}=\sqrt{4\times 3}$
$=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3}$
$=2\sqrt{3}$

គ. $\sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{8\times 2}$
$=\sqrt[3]{2^3}\times\sqrt[3]{2}$
$=2\sqrt[3]{2}$

ឃ. $\sqrt[3]{-81}=\sqrt[3]{-27\times 3}$
$=\sqrt[3]{(-3)^3}\times\sqrt[3]{3}$
$=-3\sqrt[3]{3}$

ឧទាហរណ៍ ៤

ចូរលុបមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់ខាងក្រោម:

ក. $2\sqrt{2}$ ខ. $2\sqrt{3}$ គ. $2\sqrt[3]{2}$ ឃ. $-3\sqrt[3]{3}$

ចម្លើយ៖

ក. $2\sqrt{2}=\sqrt{2^2\times 2}$
$=\sqrt{4\times 2}$
$=\sqrt{8}$

ខ. $2\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times 3}$
$=\sqrt{4\times 3}$
$=\sqrt{12}$

គ. $2\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2^3\times 2}$
$=\sqrt[3]{8\times 2}$
$=\sqrt[3]{16}$

ឃ. $-3\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{(-3)^3\times 3}$
$=\sqrt[3]{-27\times 3}$
$=\sqrt[3]{-81}$

១.៤ វិធីបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង

ជាទូទៅ ១.៤.១

- $\dfrac{1}{\sqrt{a}}=\dfrac{1}{\sqrt{a}}\times\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{(\sqrt{a})^2}=\dfrac{\sqrt{a}}{a}$ ដែល $a>0$
- $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{a}}\times\dfrac{(\sqrt[3]{a})^2}{(\sqrt[3]{a})^2}=\dfrac{\sqrt[3]{a^2}}{(\sqrt[3]{a})^3}=\dfrac{\sqrt[3]{a^2}}{a}$ ដែល $a\neq 0$
- $\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\times\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2}=\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$ ដែល $a>0$ និង $b>0$
- $\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\times\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2}=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$ ដែល $a>0$ និង $b>0$
- $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}\times\dfrac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}=\dfrac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt{b^2}}{(\sqrt[3]{a})^3+(\sqrt[3]{b})^3}=\dfrac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a+b}$
ដែល $a\neq 0$ និង $b\neq 0$
- $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}\times\dfrac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}=\dfrac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{(\sqrt{a})^3-(\sqrt{b})^3}=\dfrac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a-b}$
ដែល $a\neq 0$ និង $b\neq 0$

ឧទាហរណ៍ ៨

ចូរបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃចំនួនខាងក្រោម:

ក. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ខ. $\frac{5}{\sqrt[3]{2}}$ គ. $\frac{4}{\sqrt{3}-1}$ ឃ. $\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ង. $\frac{4}{\sqrt[3]{3}-1}$ ច. $\frac{4}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}}$

ចម្លើយ៖

ក. $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

ខ. $\frac{5}{\sqrt[3]{2}}=\frac{5}{\sqrt[3]{2}}\times\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}}=\frac{5\sqrt[3]{2^2}}{(\sqrt[3]{2})^3}=\frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$

គ. $\frac{4}{\sqrt{3}-1}=\frac{4}{\sqrt{3}-1}\times\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}=\frac{4(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2-1^2}=\frac{4(\sqrt{3}+1)}{3-1}=2(\sqrt{3}+1)$

ឃ. $\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{4(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{4(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3-2}=4(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

ង. $\frac{4}{\sqrt[3]{3}-1}=\frac{4}{\sqrt[3]{3}-1}\times\frac{\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3\times1}+1^2}{\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3\times1}+1^2}=\frac{4(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1)}{(\sqrt[3]{3})^3-1^3}=\frac{4(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1)}{3-1}=2(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1)$

ច. $\frac{4}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}}=\frac{4}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}}\times\frac{\sqrt[3]{3^2}-\sqrt[3]{3\times2}+\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3^2}-\sqrt[3]{3\times2}+\sqrt[3]{2}}=\frac{4(\sqrt[3]{3^2}-\sqrt[3]{3\times2}+\sqrt[3]{2})}{(\sqrt[3]{3})^3-(\sqrt[3]{2})^3}=\frac{4(\sqrt[3]{3^2}-\sqrt[3]{3\times2}+\sqrt[3]{2})}{3-2}=4(\sqrt[3]{3^2}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{2})$

១.៥ លំហាត់

លំហាត់ ១

ចូរគណនា

ក. $\sqrt{9}$ ខ. $\sqrt{16}$ គ. $\sqrt{36}$ ឃ. $\sqrt{100}$ ង. $\sqrt[3]{-8}$ ច. $\sqrt[3]{27}$ ឆ. $\sqrt[3]{125}$ ជ. $\sqrt[3]{216}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ២

ចូរគណនា

ក. $\sqrt{\frac{9}{16}}$ ខ. $\sqrt{\frac{49}{9}}$ គ. $-\sqrt{\frac{81}{4}}$ ឃ. $\sqrt{\frac{196}{25}}$ ង. $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ ច. $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$ ឆ. $\sqrt[3]{\frac{512}{343}}$ ជ. $\sqrt[3]{-\frac{216}{1000}}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣

រកឫស ការេនៃសមីការខាងក្រោម៖

១. $x^2 = 2$

២. $x^2 = 4$

៣. $x^2 = 16$

៤. $x^2 = -47$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៤

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

១. $x^3 = 27$

២. $x^3 = \frac{1}{125}$

៣. $\frac{x^2}{2} = \frac{4}{x}$

៤. $3x^3 - 1 = 84$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៥

បញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់នៃចំនួននីមួយៗខាងក្រោម៖

១. $\sqrt{18}$
២. $\sqrt{32}$
៣. $\sqrt{44}$
៤. $\sqrt{120}$
៥. $\sqrt[3]{81}$
៦. $\dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{64}}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៦

បញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់នៃចំនួននីមួយៗខាងក្រោម៖

១. $\sqrt{\dfrac{30}{49}}$
២. $\sqrt{\dfrac{10}{121}}$
៣. $\sqrt[3]{40}$
៤. $\sqrt[3]{192}$
៥. $\sqrt[3]{16a^5}$
៦. $\sqrt{36a^2b^3}, a, b > 0$
៧. $\sqrt{27a^4b^3}, a, b > 0$
៨. $\sqrt[3]{16m^3n^3}$
៩. $\sqrt[3]{-54x^4b^3}$
១០. $-\sqrt[3]{128a^5y^3}$
១១. $\sqrt[3]{24p^3q^5}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៧

បញ្ចូលមួយចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់នៃចំនួនខាងក្រោម៖

1. $3\sqrt{2}$
2. $2\sqrt{5}$
3. $5\sqrt{3}$
4. $3\sqrt[3]{2}$
5. $2\sqrt[3]{5}$
6. $\frac{1}{5}\sqrt[3]{3}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៨

បញ្ចូលមួយចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់នៃចំនួនខាងក្រោម៖

1. $5\sqrt{6}$
2. $2m\sqrt{m}, m > 0$
3. $\frac{\sqrt{23}}{y^3}, y > 0$
4. $2\sqrt[3]{5}$
5. $2x\sqrt[3]{4}$
6. $\frac{\sqrt[3]{3m}}{2n}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៩

សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

១. $3\sqrt{5}+5\sqrt{5}$

២. $\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

៣. $3\sqrt{5}-5\sqrt{5}$

៤. $\frac{6\sqrt{2}}{7}-\frac{3\sqrt{2}}{7}$

៥. $\sqrt{3}\sqrt{7}$

៦. $\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{3}$

៧. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{4}}$

៨. $\frac{10\sqrt[3]{6}}{5\sqrt[3]{2}}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១០

សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

១. $3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

២. $5\sqrt{2}-3\sqrt{3}-6\sqrt{2}+5\sqrt{3}$

៣. $3\sqrt{15}-4\sqrt{3}-3\sqrt{15}+6\sqrt{3}$

៤. $4\sqrt{3}-2\sqrt{17}+3\sqrt{17}-3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

៥. $2\sqrt{8}-3\sqrt{98}-2\sqrt{200}$

៦. $-3\sqrt{50}-\sqrt{32}+5\sqrt{200}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១១

ចូរគណនា

ក. $(2\sqrt{3}-8)(9+2\sqrt{5})$

ខ. $(3\sqrt{5}-2\sqrt{10})(\sqrt{50}-2\sqrt{80})$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១២

ចូរគណនា

ក. $(\sqrt{50}-\sqrt{75})(\sqrt{32}-\sqrt{48})$

ខ. $(\sqrt{125}-\sqrt{75})(\sqrt{80}-\sqrt{48})$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៣

គេឱ្យ $a=3\sqrt{5}-2\sqrt{10}, b=5\sqrt{7}+2\sqrt{10}, c=\sqrt[3]{18}-\sqrt[3]{27}$ និង $d=3\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{8}$។ ចូរគណនា

ក. $-3ab$
ខ. a^2+b^2
គ. a^2-2b^2
ឃ. b^2-2ab
ង. $\frac{1}{2}cd$
ច. c^2-b^2
ឆ. c^2+2cd

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៤

បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃចំនួនខាងក្រោម៖

១. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ២. $\frac{2}{\sqrt{7}}$ ៣. $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$ ៤. $\frac{4}{\sqrt[4]{3}}$ ៥. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ៦. $\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៥

បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃចំនួនខាងក្រោម៖

១. $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ២. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ ៣. $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ ៤. $\frac{1+\frac{2}{\sqrt{2}}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៦

បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃចំនួនខាងក្រោម៖

១. $\frac{36-\sqrt{6}}{\sqrt{8}}$ ៣. $\frac{8}{2\sqrt{75}-3\sqrt{50}}$ ៥. $\frac{9-\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{32}}$ ៧. $\frac{2\sqrt[3]{6}}{2\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{9}}$

២. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3\sqrt{20}}$ ៤. $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{80}-\sqrt{45}}$ ៦. $\frac{5\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{3}}{8\sqrt[3]{13}}$ ៨. $\frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{12}}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៧

គេឱ្យ $m=3\sqrt{8}+\sqrt{5}$ និង $n=3\sqrt{8}-\sqrt{5}$ ។ ចូរគណនា $\frac{mn+m^2}{m}$, $\frac{m^2-n^2}{m+n}$ និង $\frac{n^2-2mn}{n^2}$ ។

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ______________________

គោត្តនាម នាម ______________________

ភេទ ______________________

លេខរៀង______________________

សមាមាត្រ

ជាទូទៅ ២.០.១
- $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}\Leftrightarrow ad=bc$ ដែល $b\neq 0$ និង $d\neq 0$
- ភាគរយនៃ a ធៀបនឹង b កំណត់ដោយ $\dfrac{a}{b}\times 100\%$
- បើគេបង្កើនពី a ទៅ b ភាគរយនៃកំណើន កំណត់ដោយ $\dfrac{b-a}{a}\times 100\%$
- បើគេបន្ថយពី b មក a ភាគរយនៃតំហយ កំណត់ដោយ $\dfrac{b-a}{b}\times 100\%$
- បើ P_0 ជាប្រាក់ដើម , r ជាអត្រាការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំ និង t ជារយៈពេលនៃការដាក់យកតម្រៃ គេបាន ប្រាក់សរុបគឺ $P=P_0(1+r)^t$

ឧទាហរណ៍ ៦

ពីភពព្រះចន្ទមកភពផែនដីមានចម្ងាយប្រមាណ 240 000 mile ។ បើគេប្រើវិទ្យុទាក់ទងដែលមានល្បឿន 186 000 mile ក្នុងមួយវិនាទីដើម្បីទាក់ទងគ្នា តើគេត្រូវប្រើពេលអស់ប៉ុន្មានទើបទទួលសញ្ញាចេញពីភពព្រះចន្ទ ?

ចម្លើយ៖ តាង n ជារយៈពេលដែលទទួលសញ្ញាចេញពីភពព្រះចន្ទ

186 000mile ក្នុង១វិនាទីដើម្បីទាក់ទងគ្នា

240 000mile ក្នុង n វិនាទីដើម្បីទាក់ទងគ្នា

តាមសមមាត្រ គេបាន $\dfrac{186\,000\text{ mile}}{240\,000\text{ mile}}=\dfrac{1\text{ s}}{n\text{ s}}\Leftrightarrow 240\,000=186\,000n$

$$n=\frac{240\,000}{186\,000}$$

$$n=1.2903$$

ដូចនេះ គេត្រូវប្រើពេលអស់ 1.2903 វិនាទីដើម្បីទាក់ទងពីភពព្រះចន្ទមកភពផែនដី។

ឧទាហរណ៍ ៧

សាលារៀន A មានសិស្សចំនួន 2 400 នាក់ និងសាលា B មានសិស្សចំនួន 3 000 នាក់។ ចូររកភាគរយនៃចំនួនសិស្សសាលារៀន A ធៀបនឹងសាលារៀន B ។

ចម្លើយ៖ ភាគរយនៃចំនួនសិស្សសាលារៀន A ធៀបនឹងសាលារៀន B គឺ $\dfrac{2\,400}{3\,000}\times 100\%=80\%$

ឧទាហរណ៍ ៨

សុខទិញខោមួយតម្លៃ 32 000៛ ជាតម្លៃមួយដែលគេបានបញ្ចុះតម្លៃអស់ 60% ។ ចូរកំណត់តម្លៃខោនេះនៅពេលដែលគេមិនទាន់បញ្ចុះតម្លៃ ។

ចម្លើយ៖ តាង n ជាតម្លៃដើមរបស់ខោ

គេបាន $\frac{n-32\,000}{n}\times 100\% = 60\%$

$$10(n-32\,000) = 6n$$

$$10n-320\,000-6n = 0$$

$$4n = 320\,000$$

$$n = \frac{320\,000}{4} = 80\,000$$

ដូចនេះ តម្លៃដើមរបស់ខោគឺ 80 000 ៛

ឧទាហរណ៍ ៩

រកតម្លៃដើមនៃសម្ភារៈមួយដែលបន្ទាប់ពីបង្កើន 30% លក់ក្នុងតម្លៃ 780$ ។

ចម្លើយ៖ តាង n ជាចំនួនដើមបន្ទាប់ពីបង្កើនដល់ 780$

គេបាន $\frac{780-n}{n}\times 100\% = 30\%$

$$10(780-n) = 3n$$

$$7800-10n = 3n$$

$$13n = 7800$$

$$n = 600$$

ដូចនេះ តម្លៃដើមនៃសម្ភារៈគឺ 600$

ឧទាហរណ៍ ១០

ពូសុខយកប្រាក់ចំនួន 500 000 ៛ ទៅដាក់ធនាគារពីរឆ្នាំក្រោយមកគាត់ទទួលបានប្រាក់សរុបចំនួន 605 000 ៛ ។ រកអត្រានៃការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំ ។

ចម្លើយ៖ តាមរូបមន្ត $P = P_0(1+r)^t$

$$605\,000 = 500\,000(1+r)^2$$

$$\frac{605}{500} = (1+r)^2$$

$$(1+r)^2 = \frac{121}{100}$$

$$(1+r)^2 = \left(\frac{11}{10}\right)^2$$

គេបាន $1+r = \frac{11}{10}$ នាំឱ្យ $r = \frac{11}{10}-1 = \frac{11-10}{10} = \frac{1}{10} = 10\%$ ឬ $1+r = -\frac{11}{10}$ នាំឱ្យ $r = -1-\frac{11}{10} < 0$ មិនយក

ដូចនេះ ពូសុខទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 10% ក្នុងមួយឆ្នាំ

២.១ លំហាត់

លំហាត់ ១៨

ចូរគណនា n ដែល

ក. 30% នៃ n ស្មើនឹង 48

ខ. 25% នៃ 28 ស្មើនឹង n

គ. 17 ជា $n\%$ នៃ 85

ឃ. $n\%$ នៃ 150 ស្មើនឹង 20

ង. n ស្មើនឹង 30% នៃ 400 ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៩

អាងមួយអាចចំណុះទឹក7650dm^3 បើគេបញ្ចូលទឹកក្នុងល្បឿន $85dm^3$ក្នុង2 វិនាទី តើគេត្រូវប្រើពេលប៉ុន្មានទើបបញ្ចូល ទឹកឱ្យពេញអាង ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ២០

បើកង់វិលបាន 1 750 ជុំក្នុងរយៈពេល 5វិនាទី តើក្នុងរយៈពេលមួយម៉ោងវាវិលបានប៉ុន្មានជុំ ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ២១

តេស្តមួយមាន 20 សំណួរ នារីធ្វើត្រូវបាន 17 សំណួរ ។ រកភាគរយនៃសំណួរដែលធ្វើត្រូវ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២២

ក្រូចចំនួន 5 ផ្លែមានតម្លៃ 2 000 ៛ តើក្រូចចំនួន 73 ផ្លែមានតម្លៃចំនួនប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៣

សុខឆ្លៀតពេលជួយលក់កាសែតឱ្យគេបានប្រាក់សរុប75000៛ ហើយទទួលបានប្រាក់កម្រៃ 6000 ៛។ តើសុខទទួលបានប្រាក់កម្រៃប៉ុន្មានភាគរយ ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៤

សុខត្រូវរកប្រាក់ឱ្យបាន 35 លានរៀលសម្រាប់សង់លំនៅស្ថានមួយ ឥឡូវនេះគាត់សន្សំបាន 60% នៃប្រាក់នេះហើយ។ រកប្រាក់ដែលគាត់សន្សំបាន។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៥

អាវមួយធ្លាប់លក់ថ្លៃ 25 000 រៀល ហើយឥឡូវលក់ថ្លៃ 20 000 រៀល ។ ចូររកភាគរយនៃការលក់បញ្ចុះថ្លៃ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៦

វណ្ណាចង់ទិញកង់មួយថ្លៃ 35 000 រៀល ឥឡូវគាត់សន្សំបានប្រាក់ 60% នៃថ្លៃកង់រួចហើយ។ តើគាត់នៅខ្វះប្រាក់ចំនួនប៉ុន្មានទៀតទើបទិញកង់នោះបាន ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៧

សុខសន្សំបានប្រាក់ 60$ ដែលត្រូវជា 80% នៃតម្លៃម៉ាស៊ីនថតរូប។ តើម៉ាស៊ីននោះមានតម្លៃប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨

សុខនិងបូណាបានសហការជួយលក់ទំនិញឱ្យក្រុមហ៊ុនមួយ។ក្រុមហ៊ុនឱ្យប្រាក់កម្រៃទៅសុខចំនួន10% នៃប្រាក់ដែលបានលក់ ហើយសុខចែករំលែកទៅបូណាចំនួន20$ នៃប្រាក់ដែលបានទទួលពីក្រុមហ៊ុន។តើបូណាត្រូវទទួលប្រាក់ប៉ុន្មាន បើប្រាក់ដែលលក់បានស្មើនឹង 4លានរៀល។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៩

ក្រុមហ៊ុនអចលនវត្ថុលក់ដីឱ្យគេដោយទទួលប្រាក់កម្រៃ1800$ ត្រូវនឹង3% នៃថ្លៃដី។តើដីដែលត្រូវលក់ថ្លៃប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣០

ប្រេងសាំងពីមុនលក់មួយលីត្រថ្លៃ4800 រេវឡូវនេះលក់ថ្លៃតែ 4200៛។ តើប្រេងសាំងចុះថ្លៃអស់ប៉ុន្មានភាគរយ ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣១

ឆ្នាំនេះសាលារៀនទទួលបានសិស្សចំនួន 4 200 នាក់ ទូរលេខនេះកើនជាងឆ្នាំមុន 20% ។ ចូររកចំនួនសិស្សនៃឆ្នាំចាស់។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣២

ទំនិញមួយបានលក់បញ្ចុះតម្លៃ 16% ដោយលក់ក្នុងតម្លៃ 4 200 រៀល រកតម្លៃមុនបញ្ចុះតម្លៃ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៣

ឆ្នាំទៅសាលារៀនមួយទទួលសិស្សបានតែ800 នាក់។ប៉ុន្តែឆ្នាំនេះការទទួលសិស្សបានកើនឡើង 10%។ តើឆ្នាំនេះមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៤

ពូសុខយកប្រាក់400000 ៛ ទៅដាក់យកការប្រាក់ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់6% ក្នុងមួយឆ្នាំ បើគាត់នៅបន្តដាក់យកការប្រាក់ជាបន្តបន្ទាប់រហូតដល់ឆ្នាំទី៤តើប្រាក់គាត់នឹងកើនបានប៉ុន្មាន? គាត់តម្កល់ទុកទាំងការប្រាក់និងប្រាក់ដើម។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៥

កាលពីឆ្នាំមុនសាលាមានសិស្សចំនួន2500 នាក់ ឆ្នាំនេះសិស្សបានកើន 10%។ តើឆ្នាំនេះមានសិស្សចំនួនប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៦

មីងសំបានខ្ចីប្រាក់ពីធនាគារ១លានរៀល ដែលមានអត្រាការប្រាក់ 12% ។ គាត់យកប្រាក់ 600 000 ៛ ទៅរកស៊ីចំណេញបាន 180 000 ៛ ហើយប្រាក់ដែលនៅសល់ 400 000 ៛ យកទៅបន្តចងការឱ្យគេក្នុងអត្រាការប្រាក់ 14% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ នៅពេលដំណាច់ឆ្នាំ តើមីងសំចំណេញឬខាត?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៧

នៅឆ្នាំនេះគេផ្ដល់អាហារូបករណ៍ឱ្យសិស្សចំនួន 8% នៃសិស្សដែលបានប្រឡងជាប់សញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ដើម្បីបន្តសិក្សានៅមហាវិទ្យាល័យ។ ចូររកចំនួនសិស្សដែលបានទទួលអាហារូបករណ៍ បើការប្រឡងសញ្ញាប័ត្រទុតិយភូមិជាប់ត្រឹមតែ 70% ក្នុងចំណោមបេក្ខជន 80 000 នាក់។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៨

មីងស៊ីនួនយកប្រាក់ចំនួន 5 370 000 រៀល ទៅផ្ញើរនៅធនាគារមួយដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 9.5% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ ធនាគារទូទាត់ប្រាក់ឱ្យគាត់មួយឆ្នាំម្តង ។ រកចំនួនប្រាក់សរុបរបស់គាត់នៅរយៈពេល 5 ឆ្នាំក្រោយមក។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៩

ពូហ៊ឹង ទិញប័ណ្ណសន្សំប្រាក់ពីធនាគារតម្លៃ 50 000 រៀល ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6% ក្នុង១ឆ្នាំ។ បើគាត់បន្តទុកប្រាក់នោះនៅធនាគារបាន ៣ឆ្នាំទៀត តើប្រាក់របស់គាត់សរុបត្រូវជាប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ______________________

គោត្តនាម នាម ______________________

ភេទ ______________________

លេខរៀង______________________

កន្សោមពីជគណិត

៣.១ ផលគុណនៃកន្សោមពីជគណិត

ជាទូទៅ ៣.១.១ ចំពោះ a,b,d ជាចំនួនពិត គេបាន:

១. $a(b+c)=ab+ac$

២. $a(b-c)=ab-ac$

៣. $(a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)$

៤. $(a+b)(c+d+e)$

៥. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

៦. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

៧. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

៨. $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-3b^3$

៩. $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

១០. $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

១១. $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

១២. $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

!

ប្រមាណវិធីលើសញ្ញា:

- $(-)(-)=+$
- $(+)(+)=+$
- $(-)(+)=-$
- $(+)(-)=-$
- $\frac{(-)}{(-)}=+$
- $\frac{(+)}{(+)}=+$
- $\frac{(-)}{(+)}=-$
- $\frac{(+)}{(-)}=-$

ឧទាហរណ៍ ១១

ចូរពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម:

ក. $(x+1)(x+2)$

ខ. $(x-1)(x+2)$

គ. $(x-1)(x-2)$

ឃ. $(x+2)(x^2+2x+1)$

ង. $(x-2)(x^2+2x+1)$

ច. $(x^2-x+1)(x^2+2x-3)$

ចម្លើយ៖

ក. $(x+1)(x+2)=x(x+2)+1(x+2)$
$=x^2+2x+x+2$
$=x^2+3x+2$

ខ. $(x-1)(x+2)=x(x+2)-1(x+2)$
$=x^2+2x-x-2$
$=x^2+x-2$

គ. $(x-1)(x-2)=x(x-2)-1(x-2)$
$=x^2-2x-x+2$
$=x^2-3x+2$

ឃ. $(x+2)(x^2+2x+1)=x(x^2+2x+1)+2(x^2+2x+1)$
$=x^3+2x^2+x+2x^2+4x+2$
$=x^3+4x^2+5x+2$

ង. $(x-2)(x^2+2x+1)=x(x^2+2x+1)-2(x^2+2x+1)$
$=x^3+2x^2+x-2x^2-4x-2$
$=x^3-3x-2$

ច. $(x^2-x+1)(x^2+2x-3)=x^2(x^2+2x-3)-x(x^2+2x-3)+1(x^2+2x-3)$
$=x^4+2x^3-3x^2-x^3-2x^2+3x+x^2+2x-3$
$=x^4+x^3-4x^2+5x-3$

ឧទាហរណ៍ ១២

ចូរពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម:

ក. $(x+1)^2$

ខ. $(x-1)^2$

គ. $(x-1)^3$

ឃ. $(x+2)^3$

ង. $(x-1)(x^2+x+1)$

ច. $(x+1)(x^2-x+1)$

ចម្លើយ៖

ក. $(x+1)^2=(x+1)(x+1)$
$=x(x+1)+1(x+1)$
$=x^2+x+x+1$
$=x^2+2x+1$

ខ. $(x-1)^2=(x-1)(x-1)$
$=x(x-1)-1(x-1)$
$=x^2-x-x+1$
$=x^2-2x+1$

គ. $(x-1)^3=(x-1)(x-1)^2$
$=x(x^2-2x+1)-1(x^2-2x+1)$
$=x^3-2x^2+x-x^2+2x-1$
$=x^3-3x^2+3x-1$

ឃ. $(x+2)^3=(x+2)(x+2)^2$
$=x(x^2+4x+4)+2(x^2+4x+4)$
$=x^3+4x^2+4x+2x^2+8x+8$
$=x^3+6x^2+12x+8$

ង. $(x-1)(x^2+x+1)=x(x^2+x+1)-1(x^2+x+1)$
$=x^3+x^2+x-x^2-x-1$
$=x^3-1$

ច. $(x+1)(x^2-x+1)=x(x^2-x+1)+1(x^2-x+1)$
$=x^3-x^2+x+x^2-x+1$
$=x^3+1$

៣.២ ដាក់ជាកត្តារួម

ជាទូទៅ ៣.២.១ បើ $ka \pm kb$ នោះគេបាន កត្តារួមគឺ $k(a \pm b)$ ដែល k ហៅថាកត្តារួម ។
កំណត់សរសេរដោយ: $ka \pm kb = k(a \pm b)$

ឧទាហរណ៍ ១៣

ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា:

1. $\sqrt{2}x^2 + xy$
2. $x^2(x+1) - y(x+1)$
3. $6x^2(x+1) - 2x(x+1)$
4. $3(x-1)(x+2) + (x^2 - x)(x+2)$

ចម្លើយ៖

1. $\sqrt{2}x^2 + xy = x(\sqrt{2}x + y)$
2. $x^2(x+1) - y(x+1) = (x+1)(x^2 - y)$
3. $6x^2(x+1) - 2x(x+1) = 3x[2x(x+1)] - 2x(x+1) = 2x(x+1)(3x-1)$
4. $3(x-1)(x+2) + (x^2 - x)(x+2) = 3(x-1)(x+2) + x(x-1)(x+2)$

$$= (x-1)(x+2)(3+x)$$

វិធាន ១

ដើម្បីដាក់កន្សោមពហុធាដឺក្រេទី២មាន មួយអញ្ញាតជាផលគុណកត្តា:

១. ទំរង់ $ax^2 + bx + c, a \neq 0$ ប្រើរូបមន្ត

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

២. ទំរង់ $ax^2 - bx + c, a \neq 0$ ប្រើរូបមន្ត

- $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

ឧទាហរណ៍ ១៤

ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា:

ក. $x^2 + 6x - 7$

ខ. $x^2 - 5x + 6$

ចម្លើយ៖

ក. $x^2 + 6x - 7 = x^2 + 2x(3) - 7 + 9 - 9$

$$\begin{aligned} &= x^2 + 2x(3) + 3^2 - 16 \\ &= (x+3)^2 - 4^2 \\ &= [(x+3) - 4][(x+3) + 4] \\ &= (x+3-4)(x+3+4) \\ &= (x-1)(x+7) \end{aligned}$$

ខ. $x^2-5x+6 = x^2-2x\times\frac{5}{2}+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}+6$

$$= x^2-2x\times\frac{5}{2}+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$$

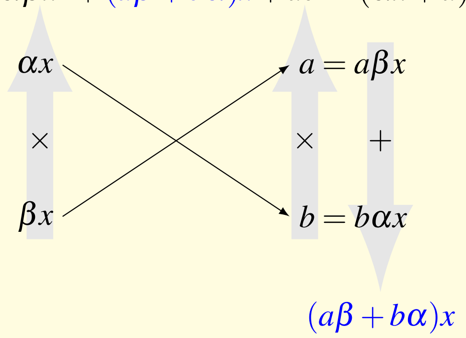
$$= \left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \left(x-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\right)$$

$$= (x-3)(x-2)$$

វិធាន ២: វិធីគុណខ្វែង

$$\alpha\beta x^2+(a\beta+b\alpha)x+ab = (\alpha x+a)(\beta x+b)$$



ឧទាហរណ៍ ១៥

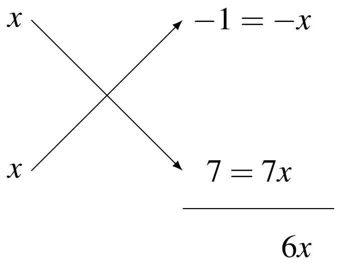
ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា:

ក. x^2+6x-7

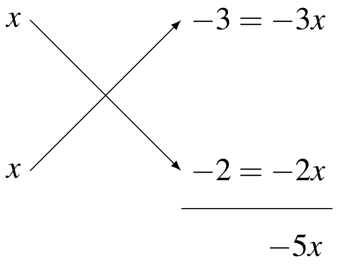
ខ. x^2-5x+6

ចម្លើយ៖

ក. $x^2+6x-7 = (x-1)(x+7)$



ខ. $x^2-5x+6 = (x-3)(x-2)$



៣.៣ វិធីបូក ដកលើកន្សោមសនិទាន

ជាទូទៅ ៣.៣.១ ដើម្បីបូកឬដកកន្សោមសនិទាន

- ដាក់ភាគយកនិងភាគបែងនៃប្រភាគជាផលគុណនៃកត្តា
- សម្រួលប្រភាគនីមួយៗបើអាច
- តម្រូវភាគបែងរួម
- បូកឬដកភាគយកដោយរក្សាទុកភាគបែងរួម
- សម្រួលលទ្ធផលបើអាច។ (ដោយឱ្យកត្តាសម្រួលខុសពីសូន្យ)

!

- $\dfrac{\alpha}{a+b}+\dfrac{\beta}{c+d}=\dfrac{\alpha(c+d)+\beta(a+b)}{(a+b)(c+d)}$
- $\dfrac{\alpha}{a+b}-\dfrac{\beta}{c+d}=\dfrac{\alpha(c+d)-\beta(a+b)}{(a+b)(c+d)}$

ឧទាហរណ៍ ១៦

ចូរគណនាកន្សោមសនិទាននិមួយៗខាងក្រោម:

1. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x+1}$
2. $\dfrac{2}{3x+1}-\dfrac{3}{x-2}$
3. $\dfrac{2}{3x+1}-\dfrac{3}{x-2}+\dfrac{4x+6}{(3x+1)(x-2)}$

ចម្លើយ៖

1. $$\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{1(x+1)+2(x)}{x(x+1)}=\dfrac{x+1+2x}{x(x+1)}=\dfrac{3x+1}{x(x+1)}$$

2. $$\dfrac{2}{3x+1}-\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{2(x-2)-3(3x+1)}{(3x+1)(x-2)}=\dfrac{2x-4-9x-3}{(3x+1)(x-2)}=\dfrac{-7x-7}{(3x+1)(x-2)}$$

3. $$\dfrac{2}{3x+1}-\dfrac{3}{x-2}+\dfrac{4x+6}{(3x+1)(x-2)}=\dfrac{-7x-7}{(3x+1)(x-2)}+\dfrac{4x+6}{(3x+1)(x-2)}=\dfrac{-3x-1}{(3x+1)(x-2)}=\dfrac{-(3x+1)}{(3x+1)(x-2)}\quad ,3x+1\neq 0$$
$$=-\dfrac{1}{x-2}$$

៣.៤ វិធីគុណ និងចែកលើកកន្សោមសនិទាន

ជាទូទៅ ៣.៤.១ ដើម្បីគុណឬចែកកន្សោមសនិទាន:

- ដាក់ភាគយកនិងភាគបែកនៃប្រភាគជាផលគុណនៃកត្តា
- ចំពោះវិធីគុណ គេគុណភាគយកនិងភាគយក ហើយភាគបែងនិងភាគបែង
- ចំពោះវិធីចែក គេយកប្រភាគពី១គុណចម្រាសនៃប្រភាគទី២ ហើយសម្រួលលទ្ធផលបើអាច។

!

- $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$
- $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$

ឧទាហរណ៍ ១៧

ចូរគណនា

ក. $\frac{x+1}{x-1}\times\frac{x+2}{x-2}$ ខ. $\frac{2x+1}{3x-1}\div\frac{1-x}{x-2}$ គ. $\frac{x^2}{x^2-25}\div\frac{x^2+b}{x^2-20x+25}$

ចម្លើយ៖

ក. $\frac{x+1}{x-1}\times\frac{x+2}{x-2}=\frac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x-2)}$

$=\frac{x(x+2)+1(x+2)}{}$

$=\frac{x^2+2x+x+2}{(x-1)(x-2)}$

$=\frac{x^2+3x+2}{(x-1)(x-2)}$

ខ. $\frac{2x+1}{3x-1}\div\frac{1-x}{x-2}=\frac{2x+1}{3x-1}\times\frac{x-2}{1-x}$

$=\frac{2x(x-2)+1(x-2)}{(3x-1)(1-x)}$

$=\frac{2x^2-4x+x-2}{(3x-1)(1-x)}$

$=\frac{2x^2-3x-2}{(3x-1)(1-x)}$

គ. $\frac{x^2}{x^2-25}\div\frac{x^2+b}{x^2-20x+25}=\frac{x^2}{x^2-5^2}\times\frac{x^2-2\times x\times 5+5^2}{x^2+b}$

$=\frac{x^2(x-5)^2}{(x-5)(x+5)(x^2+b)}$

$=\frac{x^2(x-5)}{(x+5)(x^2+b)}$

$=\frac{x^3-5x^2}{(x+5)(x^2+b)}$

៣.៥ លំហាត់

លំហាត់ ៤០

ចូរពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម៖

1. $(x+1)(x-3)$
2. $(x-3)(x+5)$
3. $(x+4)(x+10)$
4. $(3x+4)(3x-5)$
5. $(3-2x)(3+2x)$
6. $\left(y^2+\frac{3}{2}\right)\left(y^2-\frac{3}{2}\right)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៤១

ចូរពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម៖

1. $(x+3)(x-3)$
2. $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$
3. $(x+2)^2$
4. $(y-3)^2$
5. $(3-2x)^3$
6. $(1-x)^3$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៤២

ចូរពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម៖

1. $(x+1)(x-1)(x+2)$
2. $(1-x)(x-1)(x-2)$
3. $(x+4)(x^2-4x+1)$
4. $(x-2)(x^2+2x-1)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៤៣

ចូររកតម្លៃ a ដើម្បីឱ្យ

1. $(x+a)(x-8)=x^2-12x+32$
2. $(t+a)(x-1)(2t-6)=2t^2+8t-42$
3. $4x^2-3ay^4=(2x+9y^2)(2x-9y^2)$
4. $16x^2+5ay^4=(4x+5y^2)(4x-5y^2)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៨៨

ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា៖

1. $8x+2x^4$
2. $a(x+1)+b(x+1)$
3. $z(y-3)+2(y-3)$
4. $xy+2x-7y-14$
5. $ab+7a+4b+28$
6. $xy-8x-3y+24$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៨៩

ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

1. $a(x-1)+b(x-1)$
2. $b(y+2)+(y+2)$
3. $am-mb-an+nb$
4. $xy-8x-3y+24$
5. $2ab-8a+3b-12$
6. $xy-5x-5y+25$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៤៦

ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា៖

1. $at+bt+ct+2a+2b+2c$
2. $ax+ay-az-bx-by+bz$
3. $(x+y)^2-z^2$
4. $(x^2-2xy+y^2)-t^2$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៤៧

ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា៖

1. x^2-4
2. $2x^2-49$
3. $3(x+1)-x^2-2x-1$
4. $(x+1)^2-(x^2-1)+2x+2$
5. x^2+3x+2
6. x^2+5x+4

ចម្លើយ

លំហាត់ ៥៨

ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា៖

1. x^2+5x+6
2. $x^2+8x+15$
3. $x^2-10x+9$
4. $t^2-11t+28$
5. t^2+7t-8
6. $2t^2+5t-3$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៤៩

ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា៖

1. $2a^2+24a+70$
2. $3x^2+21x+36$
3. $5a^2-15a-90$
4. $2x^2-4x-160$
5. $4bc^2+12bc-40b$
6. $6xy^4+18xy^2-168x$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៥០

ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖

1. $x^2+3xy+2y^2+x-y-6$
2. $2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$
3. $(x-y)^2-4(x-y)+4$
4. $(a+1)^3+(a-1)^3$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៨១

ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖

1. $(x-y)(x-y+5)+6$
2. $a^2-2ab+b^2-9$
3. $x^2-(4a-3b)x-12ab$
4. $4(x-3y)^2-9(x-3y)+5$
5. $(2x-3)^3-(2y-x)^3$
6. $x^2+xy-6y^2+5x+35y-36$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៤២

ចូរគណនាកន្សោមសនិទានខាងក្រោម៖

1. $3x-\dfrac{x+2}{x}$
2. $3n+\dfrac{2n+3}{4n+5}$
3. $\dfrac{6x-1}{81-x^2}-\dfrac{2x}{x+9}$
4. $\dfrac{10y-1}{100-y^2}-\dfrac{5y}{y+10}$
5. $\dfrac{t}{2(t+3)}-\dfrac{2}{3(t+3)}$
6. $\dfrac{4z+2}{16-z^2}+\dfrac{4}{z-4}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៥៣

ចូរសម្រួលកន្សោមសនិទានខាងក្រោម៖

1. $\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{3}{y}}{\dfrac{4}{y}}$

2. $\dfrac{\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}}{-\dfrac{5}{y}}$

3. $\dfrac{\dfrac{3x}{x^2-49}+\dfrac{7}{x+7}}{\dfrac{1}{x-7}-\dfrac{7}{2x+14}}$

4. $\dfrac{\dfrac{1}{a+1}}{a-\dfrac{1}{a+\dfrac{1}{a}}}$

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ____________________

គោត្តនាម នាម ____________________

ភេទ ____________________

លេខរៀង____________________

សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

៤.១ លក្ខណៈនៃសមភាព

ជាទូទៅ ៤.១.១
- បើ $a=b$ នោះ $a+c=b+c$
- បើ $a=b$ នោះ $a-c=b-c$
- បើ $a=b$ នោះ $ac=bc$
- បើ $a=b$ នោះ $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ ដែល $c\neq 0$

៤.២ សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ជាទូទៅ ៤.២.១ សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាតមានរាង $ax+b=0$ ដែល $a\neq 0$ គេបានឫសនៃសមីការគឺ $x=-\frac{b}{a}$

ឧទាហរណ៍ ១៨

ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

ក. $x+1=0$ គ. $x+1=3$ ង. $2x=4$ ឆ. $\frac{x+1}{2}-1=0$

ខ. $3x=0$ ឃ. $x-3=1$ ច. $\frac{1}{2}x=3$ ជ. $\frac{1+12x}{3}=\frac{2x-3}{2}$

ចម្លើយ៖

ក. $x+1=0$

$x+1-1=0-1$

$x=-1$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=-1$

ខ. $3x=0$

$3x\times\frac{1}{3}=0\times\frac{1}{3}$

$x=\frac{1}{3}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=\frac{1}{3}$

គ. $x+1=3$

$x+1-1=3-1$

$x=2$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=2$

ឃ. $x-3=1$

$x-3+3=1+3$

$x=4$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=4$

ង. $2x = 4$

$2x \times \frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{2}$

$x = 2$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = 2$

ច. $\frac{1}{2}x = 3$

$\frac{1}{2}x \times 2 = 3 \times 2$

$x = 6$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = 6$

ឆ. $\frac{x+1}{2} - 1 = 0$

$\frac{x+1}{2} - 1 + 1 = 0 + 1$

$\frac{x+1}{2} = 1$

$\frac{x+1}{2} \times 2 = 1 \times 2$

$x + 1 - 1 = 2 - 1$

$x = 1$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = 1$

ជ. $\frac{1+12x}{3} = \frac{2x-3}{2}$

$\frac{1+12x}{3} \times 3 = \frac{2x-3}{2} \times 3$

$(1+12x)2 = (2x-3) \times 6$

$1 + 12x = 6x - 9$

$1 + 12x - 6x - 1 = 6x - 9 - 6x - 1$

$6x = -10$

$x = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = -\frac{5}{3}$

៤.៣ សមីការនៃផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ជាទូទៅ ៤.៣.១ បើ $AB = 0$ នោះ $A = 0$ ឬ $B = 0$ ។ កំណត់សរសេរដោយ $AB = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A = 0 \\ B = 0 \end{array}\right.$

ឧទាហរណ៍ ១៩

ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

ក. $x(x+1) = 0$ ខ. $(x-2)(x+3) = 0$ គ. $(2x-1)\left(\frac{1}{2}x+1\right) = 0$

ចម្លើយ៖

ក. $x(x+1) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{array}\right.$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = -1$ ឬ $x = 0$

ខ. $(x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-2 = 0 \\ x+3 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = -3$ ឬ $x = 2$

គ. $(2x-1)\left(\frac{1}{2}x+1\right) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1 = 0 \\ \frac{1}{2}x+1 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 1 \\ \frac{1}{2}x = -1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x = -2 \end{array}\right.$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = -2$ ឬ $x = \frac{1}{2}$

ឧទាហរណ៍ ២០

ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

ក. $(x-1)^2=0$

ខ. $x^2-4=0$

គ. $(x+1)^2=(2x-1)^2$

ឃ. $x^2-4x+2=0$

ចម្លើយ៖

ក. $(x-1)^2=0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1$

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយ $x=1$

ខ. $x^2-4=0 \Rightarrow x^2-2^2=0$

$$\Rightarrow (x-2)(x+2)=0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x+2=0 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=-2$ ឬ $x=2$

គ. $(x+1)^2=(2x-1)^2 \Rightarrow (x+1)^2-(2x-1)^2=0$

$$\Rightarrow [(x+1)-(2x-1)][(x+1)+(2x-1)]=0$$

$$\Rightarrow (x+1-2x+1)(x+1+2x-1)=0$$

$$\Rightarrow (-x+2)(3x)=0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} -x+2=0 \\ 3x=0 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right.$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=0$ ឬ $x=2$

ឃ.

$$x^2-4x+2=0$$

$$x^2-2x(2)+4-2=0$$

$$(x-2)^2-(\sqrt{2})^2=0$$

$$(x-2-\sqrt{2})(x-2+\sqrt{2})=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-2-\sqrt{2}=0 \\ x-2+\sqrt{2}=0 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=2-\sqrt{2} \\ x=2+\sqrt{2} \end{array}\right.$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=2-\sqrt{2}$ ឬ $x=2+\sqrt{2}$

៤.៤ លំហាត់

លំហាត់ ៥៨

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $x-2=7$ គ. $2x-3=7$ ង. $\frac{x}{3}+\frac{5}{2}=-\frac{3}{2}$

ខ. $x+3=10$ ឃ. $2x+9=4$ ច. $\frac{15}{4}-7x=9$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៥៩

ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $3x=2x+18$ គ. $4z+3=6+2z$ ង. $5x+9=5+3x$

ខ. $5t-3=3t-5$ ឃ. $2x-1=14-x$ ច. $8x+4=3(x-1)+7$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៥៦

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $17x+12=54-4x$

គ. $4x-4=3x+2$

ខ. $6x-16=5x-9$

ឃ. $5x-3x=36-x$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៥៧

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $13x-25=9x-13$

គ. $6x-30=60-8x-20$

ខ. $3x+39=2x+42$

ឃ. $30-x+12=3x+2$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៥៨

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $5x-10+2x=6(x+1)-x$

ខ. $2(5x+1)=x+2$

គ. $5(x+1)=2(x-5)+6$

ឃ. $3(x-2)-2(x-3)-5=0$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៥៩

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $\frac{x-5}{3}=\frac{x-3}{5}$

ខ. $\frac{2x-1}{5}+2=x$

គ. $\frac{1+16x}{7}=\frac{5x-4}{2}$

ឃ. $\frac{x}{3}-\frac{5}{3}-\frac{x-3}{4}=\frac{3}{4}+1$

ង. $\frac{3x-1}{5}-\frac{5x+1}{6}=\frac{x+1}{8}-3$

ច. $\frac{3t-2}{4}-\frac{2t+3}{3}=\frac{2}{3}-t$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៦០

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x(x+3)=0$　　គ. $(x+1)(2x-1)=0$　　ង. $(x-1)^2-4=0$

ខ. $(x+4)(x-1)=0$　　ឃ. $(1-x)x=0$　　ច. $4(x-1)^2-(2x-3)^2=0$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៦១

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x^2=2$　　គ. $x^2-4=0$　　ង. $(x+2)^2-16=0$

ខ. $x^2=3$　　ឃ. $x^2+4=0$　　ច. $(x-2)^2=8$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៦២

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x^2-4x+2=0$	ឃ. $2x^2-2x-3=0$	ឆ. $3x^2+12x+5=0$
ខ. $x^2+1=4x$	ង. $x^2+6x+7=0$	ជ. $2x^2+3x+1=0$
គ. $x^2+4x=1$	ច. $x^2=2x+6$	ឈ. $x^2-2\sqrt{2}x+2=0$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៦៣

កាលពី 6 ឆ្នាំមុនខ្ញុំមានអាយុ 40 ឆ្នាំ។ តើឆ្នាំនេះខ្ញុំមានអាយុប៉ុន្មានឆ្នាំ ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៦៤

នៅ 4 ឆ្នាំទៀតខ្ញុំនឹងមានអាយុ 32 ឆ្នាំ។ តើឆ្នាំនេះខ្ញុំមានអាយុប៉ុន្មានឆ្នាំ ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៦៤

ពាក់កណ្ដាលនៃអាយុខ្ញុំ ទើបស្មើនឹង 27 ឆ្នាំ។ រកអាយុខ្ញុំ ។

ចម្លើយ

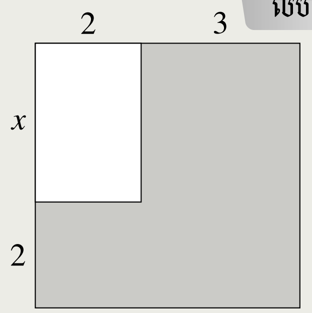
លំហាត់ ៦៦

បច្ចុប្បន្នកាលនេះឪពុកមានអាយុ 42 ឆ្នាំ ហើយកូនមានអាយុ 15 ឆ្នាំ តើនៅប៉ុន្មានឆ្នាំទៀតទើបអាយុឪពុកស្មើនឹងពីរដងនៃអាយុកូន ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៦៧

ចតុកោណកែងមួយដែលមានវិមាត្រ x និង 2 (គិតជា m) ។
គេបង្កើនវិមាត្រទាំងពីររៀងគ្នា 2 និង 3 បន្ថែមទៀត។
រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកផាត់ពណ៌ស្មើនឹងពីរដង
នៃចតុកោណកែងដើម។



ចម្លើយ

លំហាត់ ៦៨

កាណូតមួយបើកបណ្តោយទឹកពីកំពង់ផែ A ទៅកំពង់ផែ B ដែលមានចម្ងាយ 57km ។ ពេលកាណូតបើកដល់ចំណុចមួយ គេត្រូវឈប់សម្រាកអស់ $1/3$h ហើយទៅដល់កំពង់ផែ B ត្រូវចំណាយពេលអស់ $10/3$h ។ គេដឹងថាចរន្តទឹកមានល្បឿន 2km/h។ ចូរគណនាល្បឿនកាណូតផ្ទាល់។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៦៩

គេយកសៀវភៅ 280 ក្បាល ទៅចែកដល់សិស្សមួយថ្នាក់។ ក្រោយពេលចែកសៀវភៅអស់គេសង្កេតឃើញថា សិស្សម្នាក់ៗទទួលបានសៀវភៅ 4 ក្បាល។ ចូរកំណត់ចំនួនសិស្សក្នុងថ្នាក់នោះ ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៧០

អ្នកជិះកង់ម្នាក់ចេញពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ដែលមានចម្ងាយ 50km ។ មួយម៉ោងក្រោយមកអ្នកជិះម៉ូតូម្នាក់ចេញពីទីក្រុង A ដែរ ហើយទៅដល់ទីក្រុង B មុនអ្នកជិះកង់មួយម៉ោង។ ចូរគណនាល្បឿននៃយានទាំងពីរ បើគេដឹងថាល្បឿនម៉ូតូស្មើនឹង 2.5 ដង នៃល្បឿនកង់។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៧១

គេយកសូលុយស្យុងអាស៊ីត 40% ដែលមានមាឌ 20លីត្រ ទៅលាយជាមួយសូលុយស្យុងអាស៊ីត 70% ។ តើគេត្រូវលាយសូលុយស្យុង 70% ប៉ុន្មានលីត្រ ដើម្បីបានល្បាយមួយដែលមានអាស៊ីត 50% ?

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ____________________

គោត្តនាម នាម ____________________

ភេទ ____________________

លេខរៀង____________________

វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

៥.១ លក្ខណៈនៃវិសមភាព

ជាទូទៅ ៥.១.១

- បើ $a > b$ នោះ $a \pm c > b + c$
- បើ $c > 0$ និង $a > b$ នោះ $ac > bc$
- បើ $c < 0$ និង $a > b$ នោះ $ac < bc$
- បើ $c > 0$ និង $a > b$ នោះ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
- បើ $c < 0$ និង $a > b$ នោះ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

ឧទាហរណ៍ ២១

គេឱ្យ $a \neq 0$ និង $b \neq 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ។

ចម្លើយ៖ ដោយ

$$(a-b)^2 \geq 0$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

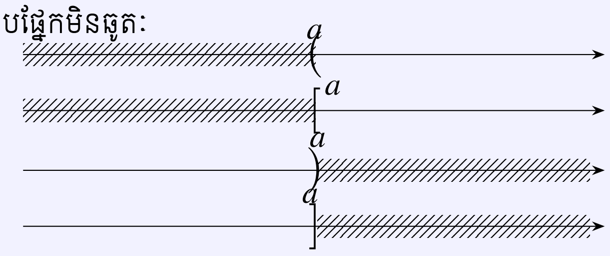
$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

ដូចនេះ ចំពោះ $a \neq 0$ និង $b \neq 0$ គេបាន $a^2 + b^2 \geq 2ab$

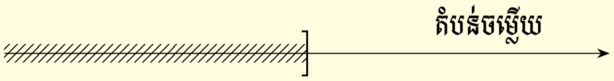
៥.២ វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ជាទូទៅ ៥.២.១ បើ x ជាអញ្ញាត នោះគេបានចម្លើយនៅលើក្រាបផ្នែកមិនធូត:

- $x > a$
- $x \geq a$
- $x < a$
- $x \leq a$



! ក្នុងការបកស្រាយចម្លើយជាក្រាបគឺគេយកតំបន់មិនធូត



ឧទាហរណ៍ ២២

ចូរដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម:

ក. $x-2<5$

ខ. $-3x+1<7$

គ. $2x-4\leq x+4$

ឃ. $3x-11\leq 7x+1$

ចម្លើយ៖

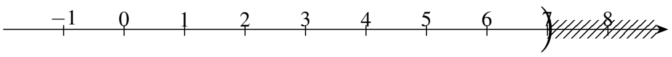
ក. $x-2<5$

$x-2+2<5+2$

$x<7$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x<7$

ចម្លើយជាក្រាបគឺផ្នែកមិនឆូត



ខ. $-3x+1<7$

$-3x+1-1<7-1$

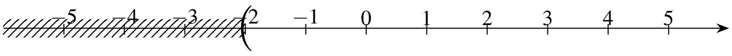
$-3x<6$

$x>\dfrac{6}{-3}$

$x>-2$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x>-2$

ចម្លើយជាក្រាបគឺផ្នែកមិនឆូត



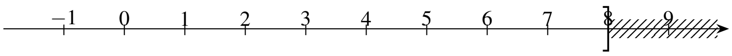
គ. $2x-4\leq x+4$

$2x-x\leq 4+4$

$x\leq 8$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x\leq 8$

ចម្លើយជាក្រាបគឺផ្នែកមិនឆូត



ឃ. $3x-11\leq 7x+1$

$3x-7x\leq 1+11$

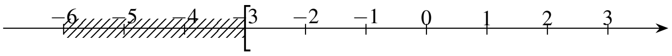
$-4x\leq 12$

$x\geq\dfrac{12}{-4}$

$x\geq -3$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x\geq -3$

ចម្លើយជាក្រាបគឺផ្នែកមិនឆូត



៥.៣ ប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ឧទាហរណ៍ ២៣

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases} 2x+5 \geq 5x-4 & (1) \\ x-7 \geq 2x-3 & (2) \end{cases}$

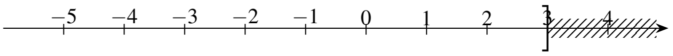
ចម្លើយ៖ ចំពោះវិសមីការ (1) : $2x+5 \geq 5x-4$

$$2x-5x \geq -4-5$$

$$-3x \geq -9$$

$$x \leq \frac{-9}{-3}$$

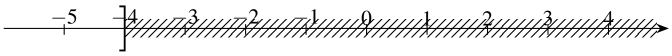
$$x \leq 3$$



ចំពោះវិសមីការ (2) : $x-7 \geq 2x-3$

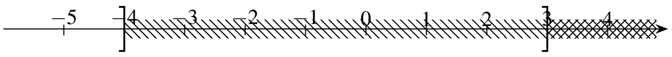
$$x-2x \geq -3+7$$

$$-x \geq 4$$



$$x \leq -4$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយគឺ $x \leq -4$



ឧទាហរណ៍ ២៤

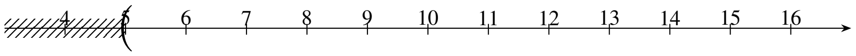
ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases} x+5 > 10 & (1) \\ 2x < 30 & (2) \end{cases}$

ចម្លើយ៖

ចំពោះវិសមីការ (1) : $x+5 > 10$

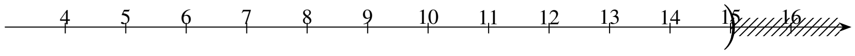
$$x > 10-5$$

$$x > 5$$



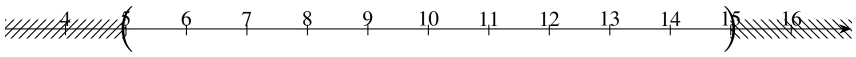
ចំពោះវិសមីការ (2) : $2x < 30$

$$x < \frac{30}{2}$$



$$x < 15$$

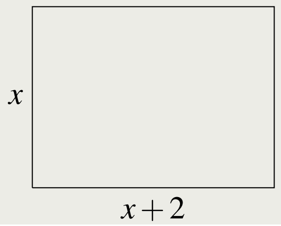
ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយគឺ $5 < x < 15$



៥.៤ ចំណោទ

ឧទាហរណ៍ ២៨

ចតុកោណកែងមួយដែលមានវិមាត្រគិតជាម៉ែត្រ ហើយមានវិមាត្រដូចរូបខាងក្រោមនេះ។



ក. ចូរកំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យបរិមាត្រនៃចតុកោណកែងធំជាង 32m។

ខ. ចូរកំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យបរិមាត្រនៃចតុកោណកែងតូចជាង 32m ។

ចម្លើយ៖

ក. $x>0$ ព្រោះជារង្វាស់ជ្រុង និងបរិមាត្រធំជាង 32

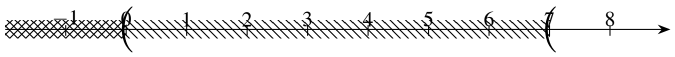
គេបាន $\begin{cases} 2[x+(x+2)]>32 \\ x>0 \end{cases}$

គេបាន $2[x+(x+2)]>32$

$4(x+1)>32$

$x+1>8$

$x>7$



ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយគឺ $x>7$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=8$ បរិមាត្រ $4(x+1)=4(8+1)=36>32$

ខ. $x>0$ ព្រោះជារង្វាស់ជ្រុង និងបរិមាត្រតូចជាង 32

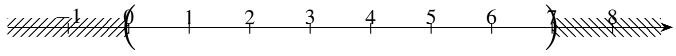
គេបាន $\begin{cases} 2[x+(x+2)]<32 \\ x>0 \end{cases}$

គេបាន $2[x+(x+2)]<32$

$4(x+1)<32$

$x+1<8$

$x<7$



ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយគឺ $0<x<7$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=1$ បរិមាត្រ $4(x+1)=4(1+1)=8<32$

បើ $x=6$ បរិមាត្រ $4(6+1)=4\times 7=28<32$

៥.៥ លំហាត់

លំហាត់ ៧២

ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $x-3>0$ គ. $x+5>3$ ង. $5x\geq 10$

ខ. $-x+3>4$ ឃ. $3-x<7-2x$ ច. $-6x<12$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៧៣

ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $-5x>-20$ គ. $-8x+9\geq -7$ ង. $\frac{x}{7}>\frac{1}{4}$

ខ. $2x\leq -\frac{1}{3}$ ឃ. $-3x\geq \frac{9}{2}$ ច. $\frac{2x}{3}+1<\frac{1}{5}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៧៨

ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $3x-5<x+7$

គ. $-4x+9\leq 8x-3$

ខ. $-2x+11>5x+31$

ឃ. $-2x-1\geq 2\left(x+\frac{1}{2}\right)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៧៩

ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $\frac{2}{3}x+3>\frac{5}{3}x-27$

ខ. $\frac{x+1}{2}<\frac{2x-3}{4}$

គ. $\frac{x+1}{5}-\frac{1}{2}\leq\frac{3+2x}{2}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៧៦

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $\begin{cases} 2x-3 & \leq 9 \\ 2x-3 & \geq -5 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} 3x-4 & \leq 8 \\ 3x-4 & > -7 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៧៧

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $\begin{cases} 2x+5 & > 5x-4 \\ x-7 & < 2x-3 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} 2x-3 & > 5x-1 \\ x+4 & \geq 3x-2 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៧៨

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $\begin{cases} \dfrac{3x}{4} - \dfrac{2}{3} \leq \dfrac{4x-3}{2} \\ 2x - 1 > \dfrac{3x-4}{4} \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} 2x+1 < 0 \\ -\dfrac{x}{2} + 2 < 0 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ៧៩

គេដាំកូនឈើចំនួន 40ដើមព័ទ្ធជុំវិញចំការមួយរាងចតុកោណកែង។ តើចំការនោះអាចមានផ្ទៃក្រឡាធំបំផុតប៉ុន្មាន m^2 បើគេដឹងថាគេដាំកូនឈើឃ្លាតពីគ្នា 2m ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៦០

បច្ចុប្បន្ននេះឪពុកមានអាយុ 32 ឆ្នាំ ហើយកូនគាត់មានអាយុ 12 ឆ្នាំ។ តើនៅក្នុងចន្លោះប៉ុន្មានឆ្នាំទៅមុខទៀត ទើបអាយុឪពុកតិចជាងបីដង ប៉ុន្តែច្រើនជាងពីរដងនៃអាយុកូន ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៦១

សុខមានក្រដាស់ប្រាក់ពីរដុំ។ ដុំទី១មានក្រដាសប្រាក់ 500៛ ចំនួន 20សន្លឹក ដុំទី២ មានក្រដាសប្រាក់ 1 000៛ ចំនួន 30 សន្លឹក។ ថ្ងៃមួយសុខហូត 25 សន្លឹកពីក្រដាសប្រាក់ទាំងពីរដុំនោះ។ បើសុខចង់បានប្រាក់យ៉ាងតិច 17 500៛ ហើយយ៉ាងច្រើន 20 000៛ តើសុខអាចមានក្រដាសប្រាក់ 500៛ ប៉ុន្មានសន្លឹក ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៨២

ក្នុងការប្រឡងលើ 8 មុខវិជ្ជាដែលមុខវិជ្ជានីមួយៗមានពិន្ទុ 100 ។ គេកំណត់និទ្ទេស A ចំពោះសិស្សណាដែលមានមធ្យមភាគយ៉ាងតិចស្មើនឹង 90 ហើយទទួលបាននិទ្ទេស B ត្រូវមានមធ្យមភាគយ៉ាងតិចស្មើនឹង 80 ។ វិសាលប្រឡងបាន 7 មុខវិជ្ជាដោយទទួលបានពិន្ទុ 84 93 78 87 89 70 និង 81 ហើយនៅសល់មួយមុខវិជ្ជាទៀតដែលត្រូវប្រឡងបន្ត។

ក. តើវិសាលអាចទទួលបាននិទ្ទេស A ឬទេ?

ខ. តើវិសាលអាចទទួលបាននិទ្ទេស B ឬទេ? ចូរកំណត់ពិន្ទុនៃមុខវិជ្ជាចុងក្រោយដើម្បីឱ្យគេទទួលនិទ្ទេស B ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៨៣

សួនមួយរាងចតុកោណកែង បណ្តោយមានរង្វាស់លើសពាជដងនៃទទឹងប្រវែង 15m ។ ដោយដឹងថាបរិមាត្រនៃសួនវែងបំផុតស្មើនឹង 94m ចូររកវិមាត្រអតិបរមានៃសួននោះបើរង្វាស់ជ្រុងជាចំនួនគត់។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៨៨

សំបុត្រដែលត្រូវលក់ឱ្យភ្ញៀវមានពីរប្រភេទគឺ A និង B ដែលប្រភេទ A មានចំនួនលើសប្រភេទ B ចំនួន 5 សន្លឹក។ បើគេលក់សំបុត្រយ៉ាងច្រើនបាន 37 សន្លឹក។ ចូររកចំនួនសំបុត្រនៃប្រភេទនីមួយៗដែលអាចលក់បានច្រើនបំផុត។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៨៩

ផលបូកនៃពីរចំនួនគត់សេសតគ្នាធំជាង 72 ចូរកំណត់ចំនួនគត់សេសទាំងពីរដែលមានតម្លៃធំជាងគេ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៨៦

គេឱ្យ ΔABC ដែលមានជ្រុង $AB = 12\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$ ។ តើជ្រុង BC មានប្រវែងប៉ុន្មាន? បើគេដឹងថាប្រវែងរបស់វាជាពហុគុណនៃ 3 (ប្រវែង BC គិតជាចំនួនគត់)?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៨៧

បូណាចង់កាត់ក្រដាស ឱ្យបានរាងចតុកោណកែងមួយ ដែលមានទទឹងប្រវែង 3cm និងមានផ្ទៃក្រឡានៅក្នុងចន្លោះពី 15cm^2 ទៅ 24cm^2 ។ តើបូណាត្រូវជ្រើសរើសបណ្ដោយប្រវែងប៉ុន្មានខ្លះ? (ប្រវែងបណ្ដោយជាចំនួនគត់) ។

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ____________________

គោត្តនាម នាម ________________

ថ្ងៃទី ____________________

លេខរៀង____________________

បំណែងចែកប្រេកង់

៦.១ ការផ្តុំទិន្នន័យជាប្រេកង់

ឧទាហរណ៍ ២៦

ខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលពិន្ទុរបស់សិស្សនៃថ្នាក់រៀនមួយ។

4	4	5	4	1	6	5	6	6	5
5	4	5	4	9	2	7	5	7	2
5	2	6	3	7	3	5	1	5	6
4	5	1	5	5	6	1	6	2	5
5	2	9	4	6	7	4	4	4	5

គេឃើញថាពិន្ទុនីមួយៗបិតនៅប៉ាត់ប៉ាយពីគ្នា ក្នុងករណីនេះ គេអាចផ្តុំវាទៅតាមចំនួនដងរបស់វាហៅថា ប្រេកង់។ លើសពីនេះ គេក៏ត្រូវធៀបប្រេកង់ទៅនឹងប្រេកង់សរុបដើម្បីគិតជាភាគរយ ហៅថា ប្រេកង់ធៀប។ គេបានតារាងខាងក្រោម៖

ពិន្ទុ x	ប្រេកង់ f	ប្រេកង់ធៀបជា %
1	4	8
2	5	10
3	2	4
4	10	20
5	15	30
6	8	16
7	4	8
9	2	4
សរុប	50	100

ធ្វើយ៉ាងនេះហៅថាការរៀបទិន្នន័យទៅតាមប្រេកង់ ហើយទិន្នន័យដែលបានរៀបចំដូចខាងលើហៅថា បំណែងចែកប្រេកង់។ តារាងប្រេកង់អាចឱ្យគេបកស្រាយទិន្នន័យដូចខាងក្រោម៖

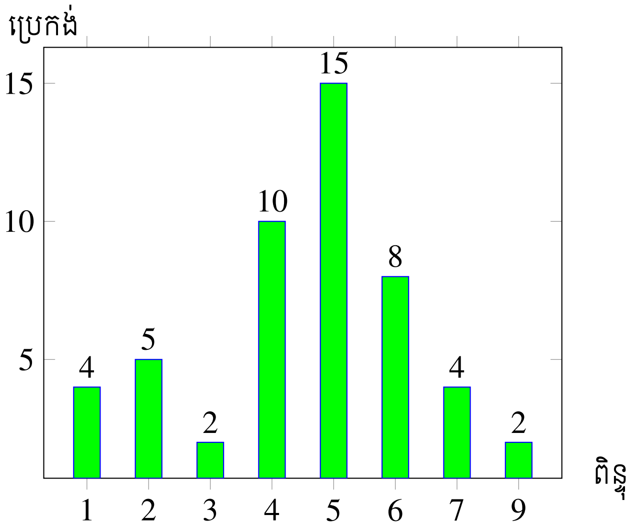
- 1 ជាពិន្ទុទាបជាងគេ 9 ហើយជាពិន្ទុខ្ពស់ជាងគេ
- សិស្សសរុបមានចំនួន 50 នាក់
- សិស្សដែលបានពិន្ទុ 1 មានចំនួន 4 នាក់ត្រូវជា $\frac{4}{50} = 0.08$ ឬ 8%

- សិស្សដែលបានពិន្ទុ 9 មានចំនួន 2 នាក់ត្រូវជា 4%
- សិស្សភាគច្រើនបានពិន្ទុ 5 មានចំនួន 15 នាក់ត្រូវជា 30%

ជាទូទៅ ៦.១.១ ប្រេកង់ធៀបនៃតម្លៃមួយជាផលធៀបរវាងប្រេកង់ និងប្រេកង់សរុប។

គេអាចបកស្រាយទិន្នន័យនេះជាក្រាបដូចខាងក្រោម៖

- ពិន្ទុសិស្សតាងដោយអ័ក្សដេក
- ប្រេកង់តាងដោយអ័ក្សឈរ
- ពិន្ទុនីមួយៗតាងដោយសសរមួយ
- ក្រាបដែលតាងទិន្នន័យហៅថា ក្រាបសសរ ដែលគេនិយមប្រើជាងគេ។



៦.២ ការផ្តុំទិន្នន័យជាប្រេកង់កើន និងចុះ

តារាងប្រេកង់ដែលយើងសង់នៅឧទាហរណ៍ទី១ គ្រាន់តែប្រាប់ឱ្យយើងដឹងអំពីចំនួនសិស្សទៅតាមពិន្ទុនីមួយៗប៉ុណ្ណោះ។ បើគេចង់ដឹងអំពីចំនួនសិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុ 5 យ៉ាងច្រើន (ពិន្ទុពី 1 ដល់ 5) គេត្រូវសង់តារាងប្រេកង់កើនបន្ថែមទៀត។
ប្រេកង់កើនបានដោយបូកប្រេកង់បន្តបន្ទាប់៖

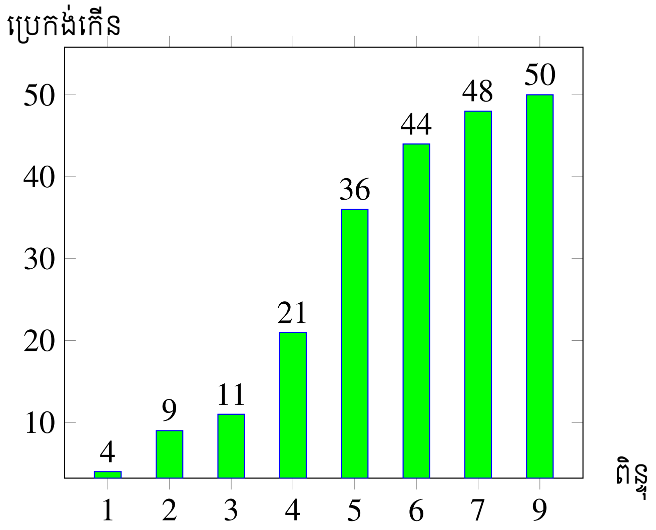
$$4+5=9, 9+2=11, 11+10=21, 21+15=36, 36+8=44, 44+4=48, 48+2=50$$

ពិន្ទុ	ប្រេកង់	ប្រេកង់កើន	ប្រេកង់ធៀប%	ប្រេកង់កើនធៀប%
1	4	4	8	8
2	5	9	10	18
3	2	11	4	22
4	10	21	20	42
5	15	36	30	72
6	8	44	16	88
7	4	48	8	96
9	2	50	4	100

តាមតារាងនេះ សិស្សដែលបានពិន្ទុ 5 យ៉ាងច្រើន មានចំនួន 36 នាក់ត្រូវជា 72% នៃចំនួនសិស្សសរុប។

ជាទូទៅ ៦.២.១ ប្រេកង់កើន ជាប្រេកង់ដែលបានដោយបូកប្រេកង់បន្តបន្ទាប់គ្នាពីលើចុះក្រោម។

គេអាចបកស្រាយប្រេកង់កើនដោយក្រាបសសរ



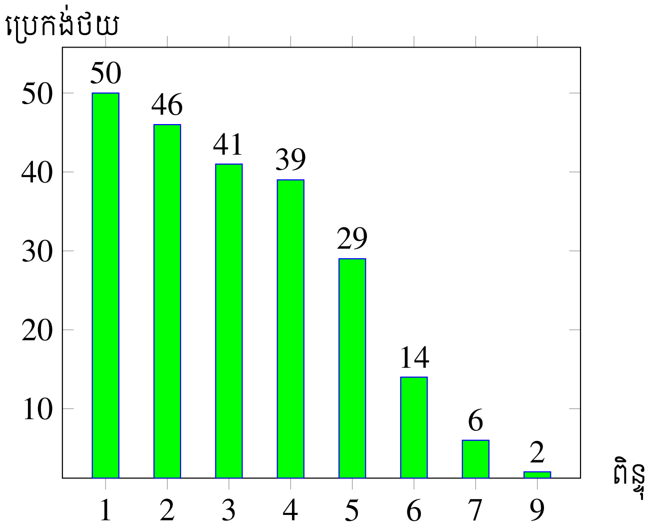
តាមក្រាបនេះ បើគេរាប់ចំនួនសិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុចាប់ពី 1 ដល់ 5 មានចំនួន 36 នាក់។
បើគេចង់ដឹងអំពីចំនួនសិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុ 5 យ៉ាងតិចវិញ គេត្រូវសង់តារាងថយវិញ។
ប្រេកង់ថយជាផលដកនៃប្រេកង់សរុប និងប្រេកង់បន្តបន្ទាប់៖

$$50-4=46, 46-5=41, 41-2=39, 39-10=29, 29-15=14, 14-8=6, 6-4=2, 2-2=0$$

ពិន្ទុ	ប្រេកង់	ប្រេកង់ថយ	ប្រេកង់ធៀប%	ប្រេកង់ថយធៀប%
1	4	50	8	100
2	5	46	10	92
3	2	41	4	82
4	10	39	20	78
5	15	29	30	58
6	8	14	16	28
7	4	6	8	12
9	2	2	4	4

ជាទូទៅ ៦.២.២ ប្រេកង់ថយ ជាប្រេកង់ដែលបានដោយដកប្រេកង់សរុបនឹងប្រេកង់បន្តបន្ទាប់។

គេអាចបកស្រាយប្រេកង់ថយដោយក្រាបសសរ



តាមក្រាបនេះ បើគេរាប់ចំនួនសិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុចាប់ពី 5 ដល់ 9 មានចំនួន 29 នាក់។

ឧទាហរណ៍ ២៧

ចូរសង់តារាងប្រេកង់កើន និងប្រេកង់ថយចំពោះទិន្នន័យខាងក្រោម៖

x	1	2	3	4	5	6
f	3	6	3	2	1	5

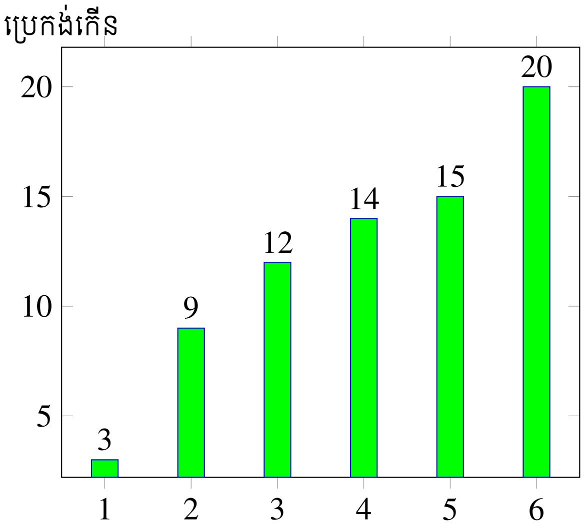
ចម្លើយ៖ តារាងប្រេកង់កើន

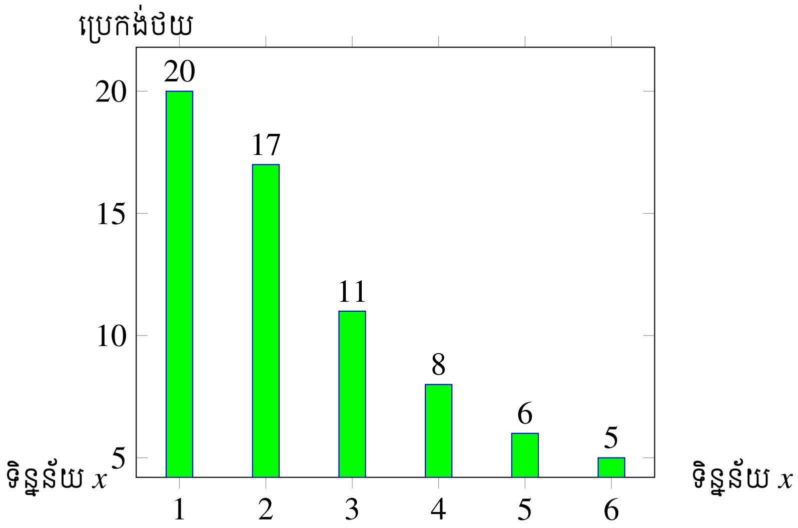
ទិន្នន័យ x	ប្រេកង់ f	ប្រេកង់កើន f	ប្រេកង់ធៀប%	ប្រេកង់ធៀបកើន%
1	3	3	15	15
2	6	9	30	45
3	3	12	15	60
4	2	14	10	70
5	1	15	5	75
6	5	20	25	100

តារាងប្រេកង់ថយ

ទិន្នន័យ x	ប្រេកង់ f	ប្រេកង់ថយ	ប្រេកង់ធៀប %	ប្រេកង់ធៀបថយ %
1	3	20	15	100
2	6	17	30	85
3	3	11	15	55
4	2	8	10	40
5	1	6	5	30
6	5	5	25	25

បន្ថែម ក្រាបសសរតាងឱ្យប្រេកង់កើន និងប្រេកង់ថយ





៦.៣ ការផ្តុំទិន្នន័យជាថ្នាក់

ឧទាហរណ៍ ២៨

ខាងក្រោមនេះគឺជាលទ្ធផលនៃការថ្លឹងម៉ាសគិតជា kg ។

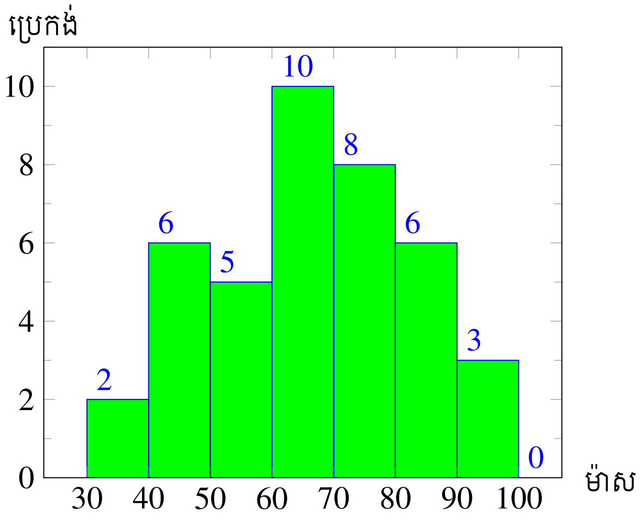
38	42	48	41	52	55	59	62	62	63
63	68	69	70	73	74	37	45	61	65
75	76	77	78	79	81	83	84	85	86
87	92	95	91	58	52	41	43	67	64

ទិន្នន័យម៉ាសនីមួយៗពុំមានចំនួនដងច្រើនដូចទិន្នន័យពិន្ទុសិស្ស ជាហេតុធ្វើឱ្យគេមានការលំបាកក្នុងការប្រមូលផ្តុំវាទៅតាមប្រេកង់។ ក្នុងករណីនេះ គេអាចផ្តុំវាជាថ្នាក់ដូចខាងក្រោម៖ ដំបូងគេយកម៉ាសដែលនៅចន្លោះពី 30kg ទៅ 40kg ដោយសន្មត $30 \le x < 40$ មានន័យថា x អាចស្មើ 30 ប៉ុន្តែមិនអាចស្មើ 40 ។ គេហៅ $30 \le x < 40$ ជាថ្នាក់ទី 1 ហើយសរសេរខ្លីដោយ 30 – 40 ។ គេបាន

- 30 – 40 ជាថ្នាក់ទី 1
- 40 – 50 ជាថ្នាក់ទី 2
- 50 – 60 ជាថ្នាក់ទី 3
- 60 – 70 ជាថ្នាក់ទី 4
- 70 – 80 ជាថ្នាក់ទី 5
- 80 – 90 ជាថ្នាក់ទី 6
- 90 – 100 ជាថ្នាក់ទី 7

ថ្នាក់ម៉ាសគិតជា kg	ប្រេកង់
30 – 40	2
40 – 50	6
50 – 60	5
60 – 70	10
70 – 80	8
80 – 90	6
90 – 100	3

តាមតារាងអាចឱ្យគេដឹងថាអ្នកដែលមានម៉ាសពី 60kg ទៅ 70kg មានចំនួន 10 នាក់ ដែលជាមនុស្សភាគច្រើន។



គេអាចបកស្រាយទិន្នន័យនេះជាក្រាបសសរដោយៈ

- តាងម៉ាសជាបន្ទាត់ដេក
- តាងប្រេកង់ជាបន្ទាត់ឈរ
- ថ្នាក់នីមួយៗតាងដោយក្រាបសសរជាប់ៗគ្នា។

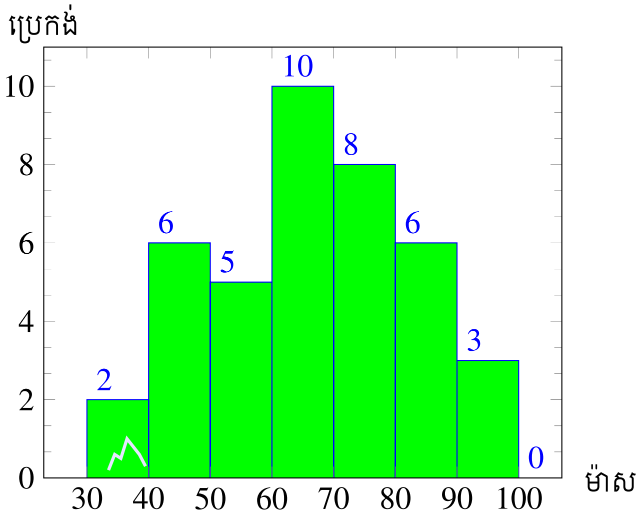
ក្រាបប្រភេទនេះហៅថា អ៊ីស្តូក្រាម ។

ជួនកាលគេប្រើតម្លៃកណ្តាលនៃថ្នាក់ មកតាងឱ្យតម្លៃនៃថ្នាក់។ តម្លៃកណ្តាលនេះ ហៅថាផ្ចិតនៃថ្នាក់ ដែលវាជាមធ្យមនៃចុងទាំងពីរនៃថ្នាក់។

- ចំពោះថ្នាក់ $30-40$ មានផ្ចិត $\dfrac{30+40}{2}=35$
- ចំពោះថ្នាក់ $40-50$ មានផ្ចិត $\dfrac{40+50}{2}=45$

បន្ទាប់ពីរកផ្ចិតនៃថ្នាក់ផ្សេងទៀត គេបានតារាងថ្មី

ថ្នាក់ម៉ាសគិតជា kg	ប្រេកង់	ផ្ចិតនៃថ្នាក់
30 – 40	2	35
40 – 50	6	45
50 – 60	5	55
60 – 70	10	65
70 – 80	8	75
80 – 90	6	85
90 – 100	3	95

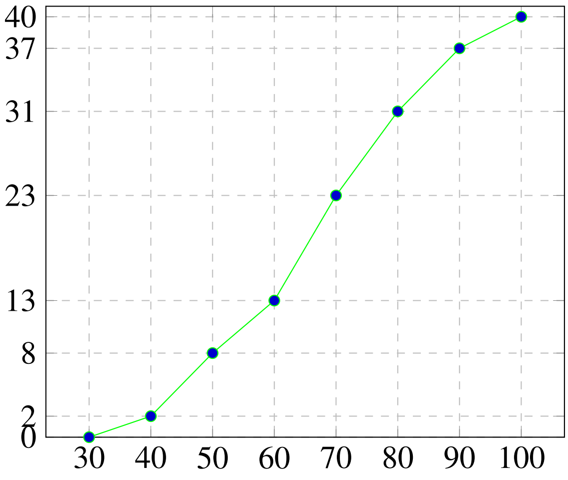


គេភ្ជាប់ផ្ចិតនៃថ្នាក់នីមួយៗបង្កើតបានជាខ្សែកាច់ ហៅថា ក្រាបនៃពហុកោណ ។

ដើម្បីដឹងអំពីមនុស្សដែលមានម៉ាសយ៉ាងក្រោម 80 kg ឬ យ៉ាងតិចស្មើនឹង 80 kg គេត្រូវសង់តារាងប្រេកង់កើន និងថយ។

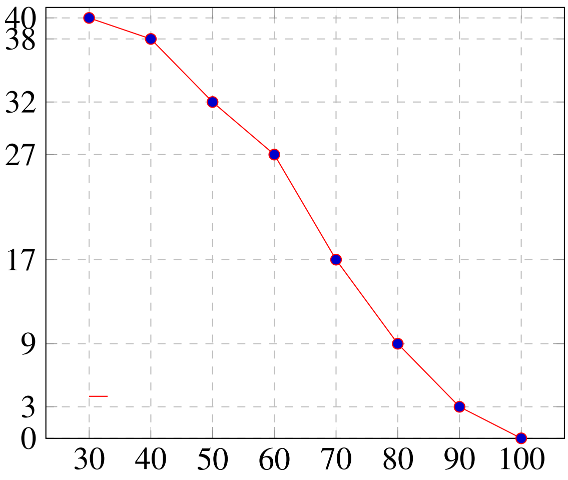
ថ្នាក់ម៉ាសគិតជា kg	ប្រេកង់	ប្រេកង់កើន	ប្រេកង់ថយ
30 – 40	2	2	40
40 – 50	6	8	38
50 – 60	5	13	32
60 – 70	10	23	27
70 – 80	8	31	17
80 – 90	6	37	9
90 – 100	3	40	3

គេ អាចប ក ស្រាយ ទិន្នន័យ ជា ក្រាប នៃ ពហុកោណ នៃ ប្រេកង់ កើន។ ក្នុងករណី នេះ គេ សង់ ចំនុច $(30,0)$, $(40,2)$, $(50,8)$, $(60,13)$, $(70,23)$, $(80,31)$, $(90,37)$, $(100,40)$ រួច ភ្ជាប់ អង្កត់ ដែលកាត់តាមចំនុចទាំងនោះ។



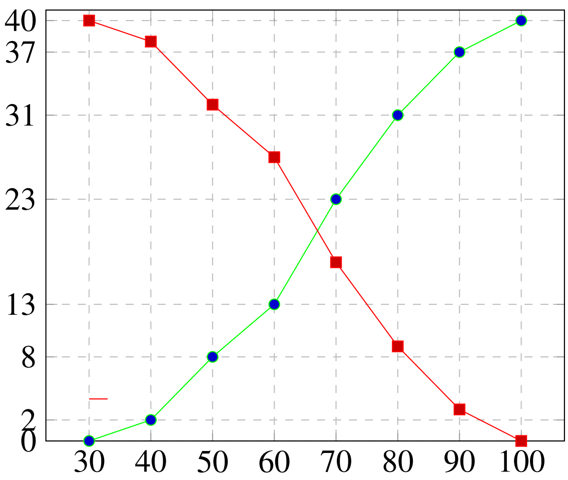
តាម តារាង ក៏ដូចជា ក្រាប នៃ ពហុកោណ ប្រេកង់ កើន មនុស្ស ដែល មានម៉ាសក្រោម 80 kg មានចំនួន 31 នាក់ (មើលចំនុចដែលមានកូអរដោនេ $(80,31)$) ។

ដូចគ្នាដែរ ចំពោះក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់ថយ។ ក្នុងករណីនេះ គេ សង់ចំនុច $(30,40)$, $(40,38)$, $(50,32)$, $(60,27)$, $(70,17)$, $(80,9)$, $(90,3)$, $(100,0)$ រួចភ្ជាប់អង្កត់ដែលកាត់តាមចំនុចទាំងនោះ។



តាមតារាងក៏ដូចជាក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់ថយ មនុស្សដែលមានម៉ាស80 kg យ៉ាងតិចមានចំនួន 9 នាក់ (មើលចំនុចដែលមានកូអរដោនេ $(80,9)$) ។

គេអាច សង់ ក្រាប នៃ ពហុកោណ ប្រេកង់ កើន និង ថយ ក្នុង ប្រព័ន្ធកូអរដោនេតែមួយ ហើយប្រើចំនុចប្រសព្វរវាងខ្សែកាច់ទាំងពីរដើម្បីប៉ាន់ស្មានរកមេដ្យាននៃទិន្នន័យ។



មេដ្យានជាចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកាច់នៃពហុកោណប្រេកង់កើន និងប្រេកង់ថយ។

- អាប់ស៊ីសនៃចំនុចប្រសព្វប្រាប់អំពីថ្នាក់នៃម៉ាស $60-70$
- អរ ដោ នេនៃ ចំនុច ប្រសព្វ ប្រាប់ អំពី ចំនួន មនុស្ស ដែល នៅចន្លោះ 17 ទៅ 23 នាក់ ប្រហែល នឹង ពាក់កណ្តាល នៃមនុស្សដែលត្រូវជា 50% នៃចំនួនមនុស្សសរុប។

ដូច្នេះ ថ្នាក់ $60-70$ ជាមេដ្យាន ។

៦.៤ លំហាត់

លំហាត់ ៨៨

ខាងក្រោមនេះ ជាទិន្នន័យនៃចំនួនថ្ងៃដែលបុគ្គលិកមិនបានមកបំពេញការងារក្នុងរយៈពេល 20 ថ្ងៃ។

1	2	0	0	1	2	2	1	0	0
4	0	1	1	3	2	1	3	0	1

ចូរសង់ក្រាបសសរ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៨៩

ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយគេស្រង់បានកំហុសអក្ខរាវិរុទ្ធនៃសិស្សម្នាក់ៗដូចខាងក្រោមៈ

3	2	1	6	1	7	9	7	10	10	10	3	5	7	2	5	1	6	4	8
1	2	7	1	10	3	5	5	3	7	6	2	10	6	4	3	4	5	5	7

ក. ប្រមូលផ្តុំទិន្នន័យនេះជាតារាងបង្ហាញពីប្រេកង់ ប្រេកង់កើន និងថយ ប្រេកង់ធៀបនិងប្រេកង់ធៀបកើន និងថយ។

ខ. តើថ្នាក់នេះមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់?

គ. តើសិស្សប៉ុន្មាននាក់ដែលមានកំហុស 10? ហើយសិស្សប៉ុន្មាននាក់ទៀតត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយដែលមានកំហុសយ៉ាងច្រើន 5 ?

ឃ. តើសិស្សប៉ុន្មាននាក់ត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយដែលមានកំហុសយ៉ាងតិច 9 ?

ង. សង់ក្រាបសរសរនៃប្រេកង់ធៀបថយ ជាភាគរយ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៩០

គេសង់ស្ថិតិចំនួនកូនតាមគ្រួសារនីមួយៗ ក្នុងតំបន់មួយបានតារាងខាងក្រោមៈ

ចំនួនកូន x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
ចំនួនគ្រួសារ f	144	195	130	80	58	45	24	6	3

ក. បង្កើតតារាងដែលបង្ហាញពីប្រេកង់ ប្រេកង់កើន និងថយ។

ខ. តើក្នុងតំបន់នេះមានប៉ុន្មានគ្រួសារ? តើមានប៉ុន្មានគ្រួសារដែលមានកូនយ៉ាងច្រើន 5 នាក់ និងប៉ុន្មានគ្រួសារទៀតដែលមានកូនយ៉ាងតិច 7 នាក់?

គ. សង់ក្រាបសរសរនៃប្រេកង់កើន។

ចម្លើយ

ការស្រង់ចំនួនកូន ដែលស្លាប់ក្នុងសង្គ្រាមតាមគ្រួសារនីមួយៗ ទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម:

ចំនួនកូនស្លាប់ x	1	2	3	4	5	6
ចំនួនគ្រួសារ f	78	1270	680	320	150	133

ក. តារាងទិន្នន័យខាងលើនេះជាក្រាបសសរនៃប្រេកង់ ប្រេកង់ធៀប។

ខ. បកស្រាយនៅលើក្រាបទាំងពីរត្រង់ចំណុចនៃសសរ ដែលមានអាប់ស៊ីស $x = 3$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៩២

បើ x ជាចំនួនកូន ហើយ f ជាចំនួនគ្រួសារ ចូរសង់តារាងប្រេកង់កើន និងប្រេកង់ថយតាមទិន្នន័យខាងក្រោម៖

x	0	1	2	3	4
f	4	16	18	6	6

ក. រកចំនួនគ្រួសារដែលមានកូន 2 នាក់យ៉ាងច្រើន។

ខ. រកចំនួនគ្រួសារដែលមានកូន 2 នាក់យ៉ាងតិច។

ចម្លើយ

ខាងក្រោមនេះជាស្ថិតិនៃម៉ាសសិស្ស 200 នាក់ (គិតជា kg) នៅវិទ្យាល័យមួយ។

ម៉ាស	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
ប្រេកង់	35	45	55	65

1. សង់តារាងប្រេកង់កើន។
2. សង់ពហុកោណប្រេកង់កើន។
3. តើមានចំនួនសិស្សប៉ុន្មាននាក់ដែលមានម៉ាសក្រោម 50 kg ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៩៨

ខាងក្រោមនេះ ជាស្ថិតិនៃអាយុកម្មករក្នុងសហគ្រាសមួយ

25	22	30	45	28	51	30	32	34	33
18	30	15	20	24	17	24	41	38	27
16	25	28	31	41	28	26	15	25	19
32	36	21	18	34	41	53	25	42	41

ក. សរសេរទិន្នន័យខាងលើជាតារាង ដែលមាន 8 ថ្នាក់ ហើយថ្នាក់នីមួយៗមានប្រវែងចន្លោះស្មើនឹង 5 ដូចជា 15 – 20 , 20 – 25 ... ។

ខ. សង់អ៊ីស្តូក្រាម។

គ. បំពេញក្នុងតារាងប្រេកង់កើន ប្រេកង់ធៀបកើន ជាភាគរយ រួចគូសក្រាបវា។

ឃ. បកស្រាយលើក្រាបត្រង់ចំណុច ដែលមានអាប់ស៊ីស 25 ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៩៥

ក្នុងការប្រកួតបាល់បោះក្នុងថេរវេលា 45 នាទី ក្រុមកីឡាករទទួលជ័យជំនះបោះបាល់ចូលទីបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម។

រយៈពេល(នាទី)	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40	40 – 45
ចំនួនបាល់	4	5	9	12	15	14	10	8	6

ក. តើក្រុមកីឡាករនេះបោះចូលទីបានប៉ុន្មានបាល់ក្នុងរយៈពេល 45 នាទី ?

ខ. តើក្រុមកីឡាករនេះបោះចូលទីបានប៉ុន្មានបាល់ក្នុងរយៈពេលក្រោម 15 នាទីដំបូង ?

គ. ចូរគូលក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើន។

ចម្លើយ

តារាងខាងក្រោម ជាចំនួនប្រជាជនស្លាប់និងរបួសទៅតាមអាយុក្រោយពីចប់សង្គ្រាម។

អាយុ	0 – 5	5 – 15	15 – 35	35 – 45	45 – 55	55 – 70	70 – 85	85 – 100
ប្រជាជនស្លាប់	1	104	65	45	70	135	195	210
ប្រជាជនរបួស	12	3010	3645	1700	1175	1800	2400	1170

ក. ចូរសង់អ៊ីស្តូក្រាមនៃទិន្នន័យប្រជាជនស្លាប់និងរបួស។

ខ. ចូរបង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់កើននៃប្រជាជនស្លាប់និងរបួស។

គ. ចូរកំណត់រកចំនួនប្រជាជនស្លាប់និងរបួស។

ឃ. តើប្រជាជនដែលមានអាយុតិចជាង 35 ឆ្នាំស្លាប់ប៉ុន្មាននាក់? និងរបួសប៉ុន្មាននាក់?

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ______________________

គោត្តនាម នាម ______________________

ភេទ ______________________

លេខរៀង______________________

មធ្យមស្ថិតិ

៧.១ មធ្យម

ជាទូទៅ ៧.១.១ មធ្យមកំណត់ដោយ $\bar{x} = \dfrac{x_1f_1 + x_2f_2 + \cdots + x_nf_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n}$

ឧទាហរណ៍ ២៩

សុខ បាន ប្រឡង លើ មុខវិជ្ជា ទាំង9 ដោយ ទទួល បាន ពិន្ទុ មធ្យម 78 ។ ដោយ ដឹង ថា ពិន្ទុ លំអិត ទៅតាម មុខវិជ្ជា រួមមាន 90 95 75 80 85 65 70 60 ហើយនៅសល់ពិន្ទុនៃមុខវិជ្ជាមានមួយទៀតដែលសុខពុំបានចាំ។ ចូរកំណត់រកពិន្ទុដែលភ្លេចនោះ។

ចម្លើយ៖ តាង x ជាពិន្ទុនៃមុខវិជ្ជាដែលភ្លេច

គេបាន
$$\frac{90+95+75+80+85+65+70+60+x}{9} = 78$$
$$\frac{620+x}{9} = 78$$
$$620+x = 702$$
$$x = 82$$

ដូចនេះ ពិន្ទុនៃមុខវិជ្ជាដែលភ្លេចគឺ 82

៧.២ មេដ្យាន

ជាទូទៅ ៧.២.១ បើទិន្នន័យមួយមាន n តួ មេដ្យាននៃទិន្នន័យមួយដែលបានរៀបតាមលំដាប់មានទីតាំងឋិតនៅតួទី $\dfrac{n+1}{2}$ ។

- បើ n ជាចំនួនសេស មេដ្យានជាតម្លៃនៃតួកណ្ដាល
- បើ n ជាចំនួនគូ មេដ្យានជាមធ្យមនៃតម្លៃកណ្ដាលទាំងពីរ។

ឧទាហរណ៍ ៣០

រកមេដ្យាននៃចំនួនភ្ញៀវដែលបានជិះរថយន្ត។ គេស្រង់ចំនួនភ្ញៀវដែលបានជិះរថយន្តឈ្នួលចំនួន 30 ថ្ងៃដោយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម។

20	16	18	10	20	16	18	20	14	16
10	16	20	18	12	12	10	18	16	20
14	16	17	20	12	14	18	20	16	14

ចម្លើយ៖ គេផ្តុំទិន្នន័យនីមួយៗទៅតាមចំនួនដងហៅថាប្រេកង់

គេបានតារាងខាងក្រោម

ចំនួនភ្ញៀវ x	ប្រេកង់ f	ផលគុណ xf
10	3	30
12	3	36
14	4	26
16	7	102
17	1	17
18	5	18
20	7	140
សរុប	30	431

ដោយទិន្នន័យមានចំនួនតួ $n = 30$ ទីតាំងនៃមេដ្យានគឺ $\frac{30+1}{2} = 15.5$

មានន័យថាមេដ្យានត្រូវស្ថិតនៅចន្លោះតួទី១៥និងតួទី១៦

តាមតារាង តួទី១៥ និងតួទី១៦ស្មើ 16

ដូចនេះ មេដ្យាន $m_e = \frac{16+16}{2} = 16$

៧.៣ ម៉ូត

ជាទូទៅ ៧.៣.១ នៅក្នុងទិន្នន័យមួយម៉ូតជាតម្លៃនៃទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ។

ឧទាហរណ៍ ៣១

ខាងក្រោមនេះជាចំនួនទូរទស្សន៍ដែលបានលក់ដាច់តាមថ្ងៃនីមួយៗ។

1	3	3	3	4	4	1	2	2	2
5	4	4	2	2	2	2	1	4	4
3	2	3	2	2	3	2	3	2	3

ចម្លើយ៖ តាមតារាងនៃទិន្នន័យមួយថ្ងៃលក់បានទូរទស្សន៍ 2 គ្រឿងមានប្រេកង់ធំជាងគេ

ដូចនេះ ម៉ូត គឺ $m_0 = 2$

ចំនួនទូរទស្សន៍ x	ប្រេកង់ y	xf
1	3	3
2	12	24
3	8	24
4	6	24
5	1	5
សរុប	30	80

៧.៤ ការកំណត់មធ្យមស្ថិតិតាមតារាងប្រេកង់កើន

ឧទាហរណ៍ ៣២

ក្នុងការបំពេញសំណួរ សិស្សខ្លះអាចបញ្ចប់លឿន ហើយខ្លះទៀតយឺត។ ខាងក្រោមនេះជារយៈពេលគិតជានាទី x ដែលសិស្សបានបំពេញសំណួរ

ថ្នាក់នៃពេល(គិតជានាទី)	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35
ប្រេកង់	2	5	10	12	3

ចូរកំណត់ មធ្យម មេដ្យាន និង ម៉ូត។

ចម្លើយ៖ តាមតារាងនេះអ្នកដែលអាចប្រើពេលពី 10 ហើយតិចជាង 15 នាទី ដើម្បីបញ្ចប់សំណួរមានតែ2 នាក់។

រកផ្ចិតនៃថ្នាក់នីមួយៗ

$\frac{10+15}{2}=12.5$

$\frac{15+20}{2}=17.5$

$\frac{20+25}{2}=22.5$

$\frac{25+30}{2}=27.5$

$\frac{30+35}{2}=32.5$

ថ្នាក់នៃពេល	ប្រេកង់ f	ផ្ចិតនៃថ្នាក់ x	xf	ប្រេកង់កើន
$10-15$	2	12.5	25	2
$15-20$	5	17.5	87.5	7
$20-25$	10	22.5	225	17
$25-30$	12	27.5	330	29
$30-35$	3	32.5	97.5	32
			765	

- មធ្យម $\vec{x}=\frac{765}{32}=23.9$
- មេដ្យានមានទីតាំង $\frac{32+1}{2}=16.5$ នោះថ្នាក់ $20-25$ ជាមេដ្យាន
- ម៉ូត $25-30$ ព្រោះមានប្រេកង់ 12 ធំជាងគេ

៧.៥ លំហាត់

លំហាត់ ៩៧

គេកត់ត្រាចំនួនភ្ញៀវដែលបានចូលមកកាត់សក់ជារៀងរាល់ថ្ងៃ ហើយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម។

ថ្ងៃ	ចន្ទ	អង្គារ	ពុធ	ព្រហស្បតិ៍	សុក្រ	សៅរ៍	អាទិត្យ
ចំនួនភ្ញៀវ	18	12	30	26	38	42	48

តើជាមធ្យមមានភ្ញៀវប៉ុន្មាននាក់មកកាត់សក់ក្នុងមួយថ្ងៃ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៩៨

គេស្រង់ចំនួនភ្ញៀវដែលបានជិះរថយន្តឈ្នួលចំនួន 30 ថ្ងៃ ដោយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម។

20 16 18 10 20 16 18 20 14 16

10 16 20 18 12 12 10 18 16 20

14 16 17 20 12 14 18 20 16 14

ចូរគណនាចំនួនភ្ញៀវភៅជាមធ្យមដែលបានជិះរថយន្ត។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៩៩

គេឱ្យសិស្សពីរថ្នាក់ដែលមានចំនួនសិស្ស 25 នាក់ ស្មើគ្នាដើម្បីប្រឡងមុខវិជ្ជាដូចគ្នាដោយទទួលបានពិន្ទុដូចខាងក្រោម។

• ថ្នាក់ A

ពិន្ទុ x	ប្រេកង់ f	xf
2	4	8
3	8	24
5	6	30
7	2	14
8	2	16
9	3	27
សរុប	25	119

• ថ្នាក់ B

ពិន្ទុ x	ប្រេកង់ f	xf
3	2	6
5	10	50
4	8	32
6	4	24
9	1	9
សរុប	25	121

ចូរប្រៀបធៀបមធ្យមពិន្ទុនៃថ្នាក់ទាំងពីរ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១០០

ចូរគណនាមធ្យមនៃតារាងទិន្នន័យខាងក្រោម។

x	0	1	2	3	4
y	3	6	5	2	2

ចម្លើយ

លំហាត់ ១០១

ចូររកមេដ្យាននៃប្រាក់បៀវត្សរ៍ (ឯកតាគិតជាពាន់រៀល)

ប្រាក់បៀវត្សរ៍	200	300	350	700	840	950
ប្រេកង់	6	2	2	1	1	1

ចម្លើយ

លំហាត់ ១០២

តើទិន្នន័យមួយណាដែលគួរប្រើមធ្យម មេដ្យាននិងម៉ូត?

ក. ស្បែកជើងដែលលក់ដាច់ជាងគេមានទំហំលេខ $9\frac{1}{2}$

ខ. វិក្កយបត្រភ្លើងក្នុងមួយខែជាមធ្យម 150 000 រៀល

គ. ពាក់កណ្ដាល់នៃបុគ្គលិកទទួលបានប្រាក់ខែ 420 000 រៀល។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១០៣

ចូររកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃទិន្នន័យ 10 8 13 12 7 ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១០៤

គេធ្វើការសិក្សាលើចំនួនសិស្សទៅតាមកម្រិតថ្នាក់ ហើយទទួលបានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម។

ថ្នាក់	ចំនួនសិស្ស
ថ្នាក់មត្តេយ្យ	20 20 21 21
ថ្នាក់ទី១	22 23 22 23
ថ្នាក់ទី២	20 19 21 20
ថ្នាក់ទី៣	22 23 23 23
ថ្នាក់ទ៤	27 27 26
ថ្នាក់ទី៥	20 19 22 20
ថ្នាក់ទី៦	23 24 24 24

ចូររកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃចំនួនសិស្សក្នុងមួយថ្នាក់។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១០៥

មនុស្សមួយក្រុមសាកល្បងហាត់ប្រាណដើម្បីបញ្ចុះម៉ាសគិតជា kg ហើយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម។

4	6	2	10	8	5	1	4
8	10	5	4	3	7	2	4
6	8	7	4	5	3	6	4

ចូរគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១០៦

ចូរគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតតាមទិន្នន័យខាងក្រោម។

x	16	18	19	20	21	30
f	1	4	9	3	2	1

ចម្លើយ

លំហាត់ ១០៧

ទិន្នន័យខាងក្រោមជាចំនួនកូនរបស់បុគ្គលិកនៃរោងចក្រមួយ

0 0 0 1 3 3 1 1 1 3 0 0 4 3 3 1 1 0 5

6 2 2 3 2 2 4 1 6 5 6 0 1 1 2 3 5 1 3

1 3 3 4 1 1 0 3 1 1 1 3 3 6 0 0 3 4 1

0 2 4 1 3 4 1 5 6 3 2 1 1 1 1 2 3 2 3

ក. ចូរបង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់ធៀបកើនជាភាគរយ។

ខ. ចូរគណនាមេដ្យាន។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១០៨

តារាងខាងក្រោមនេះ ជាបំណែងចែកសីតុណ្ហភាពតាមខែនីមួយៗ។

ខែ	មករា	កុម្ភៈ	មីនា	មេសា	ឧសភា	មិថុនា	កក្កដា	សីហា	កញ្ញា	តុលា	វិច្ឆិកា	ធ្នូ
C°	14°	14°	23°	32°	35°	30°	30°	29°	25°	22°	18°	15°

ក. ចូរគណនាម៉ូត។

ខ. ចូរគណនាសីតុណ្ហភាពមធ្យម។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១០៩

នៅឆមាសទី១ សុខប្រឡង 8 មុខវិជ្ជាទទួលបានមធ្យមភាគពិន្ទុ 89 ។ តើនៅឆមាសទី២ នេះសុខត្រូវប្រឹងបង្កើនពិន្ទុប៉ុន្មានទៀត ទើបជានាឱ្យមធ្យមភាគពិន្ទុរបស់គេស្មើនឹង 90 ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១១០

ខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលពិន្ទុនៃសិស្សមួយថ្នាក់

ម៉ាសជា kg	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
ប្រេកង់	2	6	5	10	8	6	3

ចូរកំណត់ មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១១១

ចូរគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃទិន្នន័យ។

ថ្នាក់	21 – 28	28 – 35	35 – 42	42 – 49	49 – 56	56 – 63	63 – 70
ប្រេកង់	3	7	12	15	12	7	3

ចម្លើយ

លំហាត់ ១១២

ក្នុងការពិសោធបណ្តុះកូនប៉េងប៉ោះ ដោយប្រើជីគីមីអស់រយៈពេលមួយសប្តាហ៍គេទទួលបានលទ្ធផលនៃបម្រែបម្រួល កម្ពស់កូនប៉េងប៉ោះដូចតារាងខាងក្រោម។

កម្ពស់ (mm)	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35
ចំនួនកូនប៉េងប៉ោះ	3	15	72	15	91	35	8

ក. ចូរបង្កើតតារាងដែលបង្ហាញពីប្រេកង់ ប្រេកង់កើន និងថយ។

ខ. ចូររកចំនួនកូនប៉េងប៉ោះដែលមានកម្ពស់យ៉ាងតិច 20mm និង 35mm ។

គ. ចូររកម៉ូត មេដ្យាន និងកម្ពស់មធ្យមនៃកូនប៉េងប៉ោះ។ ចូរប្រៀបធៀបមេដ្យាននិងមធ្យម។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១១៣

តារាងខាងក្រោមជាបរិមាណទឹកដោះគោម្សៅ ដែលទារកបៅអស់ក្នុងមួយថ្ងៃ។

ទឹកដោះគោម្សៅគិតជាg	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90
ចំនួនក្មេង	8	11	31	61	54	58	43	25	17	7

ក. ចូររកចំនួនទារកដែលបៅទឹកដោះគោក្នុងមួយថ្ងៃ។

ខ. តើក្នុងមួយថ្ងៃគិតជាមធ្យមទារកម្នាក់បៅទឹកដោះគោម្សៅអស់ប៉ុន្មានក្រាម?

គ. ចូរគណនាម៉ូត។

ឃ. ចូរគណនាមេដ្យាន រួចបកស្រាយតាមក្រាប។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១១៤

ក្រោយពីវាស់កម្ពស់សិស្សនៃវិទ្យាល័យមួយ គេបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម។

ក. ចូរបង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់កើន។

ខ. ចូរសង់ក្រាប នៃពហុកោណប្រេកង់កើន។

គ. ចូរគណនាមេដ្យាន រួចបកស្រាយនៅលើក្រាប។

កម្ពស់cm	145-150	150-155	155-160	160-165	165-170	170-175	175-180
ចំនួនសិស្ស	31	95	131	272	120	77	48

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ____________________

គោត្តនាម នាម ____________________

ភេទ ____________________

លេខរៀង____________________

ប្រូបាប

៨.១ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

និយមន័យ ៨.១.១ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍A ជាផលធៀបនៃចំនួនករណីស្រប $n(A)$ និង ចំនួនករណីអាច $n(S)$ កំណត់ដោយ៖ $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

1. ករណីស្រប គឺជាលទ្ធផលកើតឡើងស្របតាមការប្រាថ្នាចង់បាន។
2. ករណីអាច គឺសំណុំលទ្ធផលទាំងអស់ដែលអាចកើតមានឡើងនៅក្នុងវិញ្ញាសាមួយនៃពិសោធន៍ចៃដន្យ។

ឧទាហរណ៍ ៣៣

គេរើសសិស្សម្នាក់ឱ្យធ្វើប្រធានក្រុម ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី 5 នាក់ និងសិស្សប្រុស 3 នាក់។ រកប្រូបាបដែលប្រធានក្រុមជាសិស្សស្រី និងរកប្រូបាបដែលប្រធានក្រុមជាសិស្សប្រុស។

ចម្លើយ៖ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សស្រីធ្វើប្រធានក្រុម

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សប្រុសធ្វើជាប្រធានក្រុម

សិស្សទាំងអស់មានចំនួន $5+3=8$ នាក់ នាំឱ្យ $n(S)=8$

សិស្សស្រីមាន 5 នាក់ នាំឱ្យ $n(A)=5$ សិស្សប្រុសមាន 3 នាក់ នាំឱ្យ $n(B)=3$

គេបាន ប្រូបាបដែលសិស្សស្រីធ្វើប្រធានក្រុមៈ $P(A)=\dfrac{5}{8}$

ប្រូបាបដែលសិស្សប្រុសធ្វើជាប្រធានក្រុម៖ $P(B)=\dfrac{3}{8}$

៨.២ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ

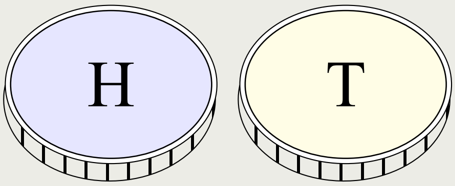
ជាទូទៅ ៨.២.១ បើ P' ជាប្រូបាបបំពេញនៃ P នោះ៖ $P+P'=1$ ។

ឧទាហរណ៍ ៣៤

គេបោះកាក់ម្តងពីរ។

ក. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរពីរផ្សេងគ្នា។

ខ. រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរពីរដូចគ្នា។



ចម្លើយ៖ គេបោះកាក់ម្តងពីរនោះព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើង

គឺ $S = \{HH, TT, HT, TH\}$

$n(S) = 4$ ករណី

ក. តាង A : បោះបានអក្សរពីរផ្សេងគ្នា

នោះ $A = \{HT, TH\}$

$n(A) = 2$ ករណី

គេបានប្រូបាបនៃA គឺ $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

$= \dfrac{2}{4}$

$= \dfrac{1}{2}$

ខ. តាង $P(B)$ ជាប្រូបាបដែលចេញអក្សរពីរដូចគ្នា

ដោយប្រូបាបនៃ $P(A)$ បំពេញនៃ $P(B)$

គេបាន $P(A) + P(B) = 1$ នាំឱ្យ $P(B) = 1 - P(A)$

$= 1 - \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{1}{2}$

៨.៣ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធច្រើនដង

ឧទាហរណ៍ ៣៨

គេបោះកាក់បីដង ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ TTT ។

ចម្លើយ៖ តាង S ជាព្រឹត្តិការណ៍អាច

គឺ $S = \{TTT, TTH, THT, THH, HTT, HTH, HHT, HHH\}$

នាំឱ្យចំនួនករណីអាច $n(S) = 8$ ករណី

A ជាព្រឹត្តិការដែលបោះបានអក្សរ TTT

នាំឱ្យ $n(A) = 1$ ករណី

ប្រូបាបនៃដែលបោះបានអក្សរ TTT គឺ $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

$= \dfrac{1}{8}$

៨.៤ លំហាត់

លំហាត់ ១១៥

ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ស និងពណ៌ខ្មៅសរុប 15 គ្រាប់។ គេឱ្យសិស្សចាប់យកឃ្លីម្ដងមួយចេញពីថង់ហើយកត់ត្រាលទ្ធផលដែលចេញឃ្លីខ្មៅនៅលើក្ដារខៀន។ ឃ្លីដែលចាប់បានហើយត្រូវដាក់ចូលក្នុងថង់វិញមុននឹងបន្តចាប់ឃ្លីជាលើកទី២ រហូតដល់គ្រប់ 100 ដង។ គេឃើញឃ្លីខ្មៅចេញ 40 ដងក្នុងការចាប់ឃ្លី 100 ដង។ ចូររកចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅនិងពណ៌ស។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១១៦

ក្រុមហ៊ុនមួយមានបុគ្គលិកចំនួន 250 នាក់។ គេដឹងថាអ្នកដែលធ្វើដំណើរដោយរថយន្តផ្ទាល់ខ្លួនមានចំនួន 50 នាក់។ រកប្រូបាបដែលធ្វើដំណើរដោយមធ្យោបាយដទៃទៀត។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១១៧

គ្រួសារមួយចង់បានបុត្រតាមលំដាប់លំដោយ ដូច BGB (B ជាប្រុសហើយ G ជាស្រី)។ តើគេអាចមានសង្ឃឹមប៉ុន្មានភាគរយ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ១១៨

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយពីរដង

ក. ចូររកប្រូបាបដែលចេញលេខដូចគ្នា។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលផលបូកគ្រាប់ទាំងពីរស្មើនឹង 10 ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១១៩

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីស 3 ដែលតាងដោយអក្សរ A,B,C និងឃ្លីខ្មៅ 2 ដែលតាងដោយអក្សរ X,Y ។គេលូកចាប់យកឃ្លីម្តងមួយៗ ដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ ចូរគណនាប្រូបាបដែលចាប់បាន៖

ក. ឃ្លីសមួយ និងខ្មៅមួយតាមលំដាប់

ខ. ឃ្លីសមួយនិងខ្មៅមួយ

គ. ឃ្លីសទាំងពីរ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១២០

ថង់មួយមានឃ្លីបួនដែលបង់អក្សរ a,A,b,B ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តងពីរចេញពីថង់។ ចូររៀបរាប់ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើង រួចគណនាប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពីរដែលមានអក្សរតូចមួយនិងអក្សរធំមួយ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១២១

គេចាប់យកអក្សរមួយនៃពាក្យ *PHNOMPENH* ដោយចៃដន្យ។ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានៈ

ក. អក្សរ P ខ. អក្សរ H គ. អក្សរ O និង M ឃ. អក្សរ P ឬ N

ចម្លើយ

លំហាត់ ១២២

សុខនិយាយថា "ខ្ញុំកំពុងនឹករកចំនួនសេសមួយដែលឋិតក្នុងចន្លោះពីរ 1 ដល់ 21" ។ សៅនិយាយថា " ខ្ញុំក៏កំពុងនឹករកចំនួនគូមួយដែលឋិតក្នុងចន្លោះពីរ 1 ដល់ 21 ដែរ " ។ តើប្រូបាបនៃចំនួនដែលសុខ និងសៅកំពុងនឹករកស្មើគ្នា ឬទេ ?

ចម្លើយ

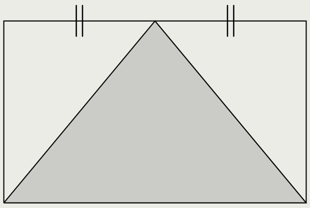
លំហាត់ ១២៣

ចូររកប្រូបាបនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ដែលចេញលេខ 1 ដល់លេខ 4 ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១២៤

ក្នុងវិញ្ញាសាគប់ព្រួញមួយ តើប្រូបាបដែលគប់លើផ្ទៃធូតស្មើនឹងផ្ទៃមិនធូត ឬទេ ?



ចម្លើយ

លំហាត់ ១២៥

ការស្ទាបស្ទង់រកសំឡេងគាំទ្រដល់បេក្ខជន 3 នាក់ A,B,C ដោយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម។

	គាំទ្រ	មិនគាំទ្រ	គ្មានយោបល់	សរុប
A	1420	74	182	1676
B	846	26	122	994
C	570	41	60	671
សរុប	2836	41	364	3341

ក. ចូររកប្រូបាបនៃសំឡេងដែលមិនគាំទ្របេក្ខជន A

ខ. ចូររកប្រូបាបនៃសំឡេងមិនគាំទ្របេក្ខជន B ឬ C

គ. ចូររកប្រូបាបនៃការគ្មានយោបល់ចំពោះបេក្ខជន A

ឃ. ចូររកប្រូបាបនៃការគ្មានយោបល់ចំពោះបេក្ខជន B ឬ C ។

ង. ចូរប្រៀបធៀបប្រូបាបនៃសំឡេងដែលគាំទ្របេក្ខជន A និង ប្រូបាបនៃសំឡេងដែលមិនគាំទ្របេក្ខជន B ឬ C ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១២៦

ខាងក្រោមនេះជាព្រឹត្តិការណ៍អាចនៃការបោះកាក់ 4 ដង $HHHH, HTHH, THHH, TTHH, HHHT, HTHT, THHT, TTHT, HHTH, HTTH, THTH, TTTH, HHTT, HTTT, THTT, TTTT$ ។

ក. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H ពីរ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ T ពីរមុនគេ។

គ. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H មួយមុនគេ។

ឃ. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H ទាំងបួន។

ង. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ T មួយយ៉ាងតិច។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១២៧

ក្នុងថង់មួយដែលមានតែឃ្លីពណ៌ស និងខ្មៅ។ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស ដោយដឹងថាប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅស្មើនឹង $\frac{2}{5}$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១២៨

ក្រុមហ៊ុនមួយបានកត់ត្រាលើចំនួនថ្ងៃអវត្តមានរបស់បុគ្គលិកប្រចាំឆ្នាំ។

ចំនួនថ្ងៃអវត្តមាន	0	1	2	3	4	5	6	7	8
ចំនួនបុគ្គលិក	6	1	15	12	24	18	16	10	7

បើគេធ្វើសម្ភាសន៍ជាមួយបុគ្គលិកមួយដោយចៃដន្យ

ក. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់យ៉ាងច្រើនបីថ្ងៃ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់យ៉ាងតិចមួយថ្ងៃ។

គ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់ចន្លោះពី 4 ទៅ 6 ថ្ងៃ។

ឃ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់ច្រើនជាង 6 ថ្ងៃ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១២៩

ថង់មួយមានឃ្លី 6 ក្នុងនោះមានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 4 និងពណ៌ស 2 ដើម្បីងាយសិក្សាឃ្លីពណ៌ខ្មៅបង់ដោយអក្សរ A,B,C,D និងឃ្លីពណ៌ស 2 បង់ដោយអក្សរ X និង Y ។ គេចាប់ឃ្លីម្តងពីរចេញពីថង់។

ក. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌សទាំងពីរ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅមួយយ៉ាងតិច។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៣០

គ្រូដាក់សំណួរមេរៀន 6 តាងដោយអក្សរ A,B,C,D,E និង F ហើយគ្រូនិងដកស្រង់យក 3 សំណួរដើម្បីដាក់ឱ្យសិស្សប្រឡងយកពិន្ទុ។ បើសិស្សម្នាក់បានរៀនតែ 4 សំណួរ ។

ក. ចូររកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរគត់។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរយ៉ាងតិច។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៣១

គេបោះកាក់ម្តងបី។ ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានមុខ H ទាំងបី។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៣២

ថង់មួយមានឃ្លី 12 គ្រាប់ដែលមានតែឃ្លីពណ៌ស និងពណ៌ខ្មៅ។ គេចាប់ឃ្លីម្តងមួយចេញពីថង់។

ក. ចូររកចំនួននៃឃ្លីពណ៌ខ្មៅបើប្រូបាបនៃការចាប់បានខ្លីពណ៌ខ្មៅស្មើនឹង $\frac{1}{3}$ ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស។

ចម្លើយ

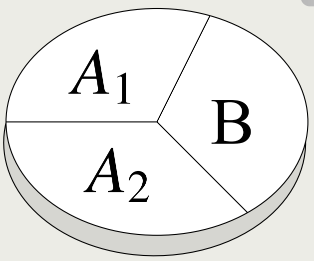
លំហាត់ ១៣៣

ក្នុងការិយាល័យមួយមានបុរស 3 នាក់ និងនារី2 នាក់។ គេជ្រើសរើស 2 នាក់ដោយធ្វើការចាប់ឆ្នោតដោយចៃដន្យ។ ចូររកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបាននារីទាំងពីរនាក់។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៣៨

ផ្ទៃថាសមួយខណ្ឌដោយបីផ្នែកប៉ុនគ្នាដែលតាងដោយអក្សរ A_1, A_2 និង B គេបង្វិលថាសឱ្យវិលរួចប្រើព្រួញគប់លើផ្ទៃថាសនោះពីរដង។ ចូររកប្រូបាបដែលគប់បានអក្សរ A ទាំងពីរលើក។



ចម្លើយ

លំហាត់ ១៣៩

ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម និងពណ៌ខៀវ ក្នុងនោះឃ្លីពណ៌ក្រហមមានចំនួន 15 គ្រាប់។ គេចាប់យកឃ្លីមួយពីថង់ដោយចៃដន្យ ដោយដឹងថាប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមួយពណ៌ក្រហមស្មើនឹង $\frac{3}{5}$ ។ ចូរគណនា

ក. ចំនួនឃ្លីពណ៌ខៀវនៅក្នុងថង់នោះ។

ខ. ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលត្រូវដាក់ចូលបន្ថែមក្នុងថង់ ដើម្បីឱ្យប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមួយមានពណ៌ក្រហមស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ ។

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ______________________

គោត្តនាម នាម ____________________

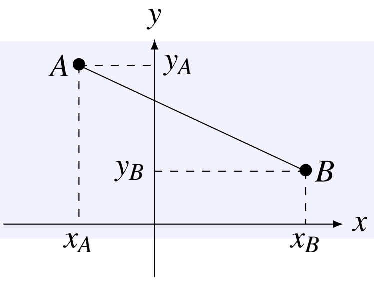
ភេទ ______________________

លេខរៀង______________________

ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

៩.១ ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

ជាទូទៅ ៩.១.១ ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $A(x_A, y_A)$ និង $B(x_B, y_B)$
កំណត់ដោយ $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
$= \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$



ឧទាហរណ៍ ៣៦: ច

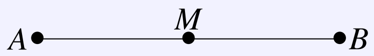
គណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $A(3,7)$ និង $(8,-5)$ ។

ចម្លើយ៖ គេបាន $AB = \sqrt{(3-8)^2 + [7-(-5)]^2}$

$$= \sqrt{(-5)^2 + (12)^2}$$
$$= \sqrt{25 + 144}$$
$$= \sqrt{169}$$
$= 13$ ឯកតាប្រវែង

៩.២ កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាល

ជាទូទៅ ៩.២.១ កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាល $A(x_A, y_A)$ និង $B(x_B, y_B)$
កំណត់ដោយ $M\left(\frac{x_A + X_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ ។



ឧទាហរណ៍ ៣៧

គេឱ្យចំណុច $M(4,3)$ និង $N(-2,8)$ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[MN]$ ។

ចម្លើយ៖ តាង $I(x,y)$ ជាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[MN]$

គេបាន $x = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{4 + (-2)}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$$y = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{3 + 8}{2} = \frac{11}{2}$$

ដូចនេះ $I\left(1, \frac{11}{2}\right)$

៩.៣ លំហាត់

លំហាត់ ១៣៦

ចូរគណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $(-1,-2)$ និង $(3,4)$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៣៧

គេឱ្យត្រីកោណមួយដែលមានកំពូល $A(-2,6), B(-1,-1)$ និង $C(1,0)$ ។ ចូរគណនាប្រវែងជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ រួចបង្ហាញថាវាជាត្រីកោណកែង។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៣៨

ចូរគណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម:

ក. $A(0,0)$ និង $B(8,-15)$

ខ. $A(-2,6)$ និង $B(3,-6)$

គ. $A(-3,-5)$ និង $B(-1,-8)$

ឃ. $A(5,3)$ និង $B(11,11)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៣៩

ចូរគណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចដែលមានកូអរដោនេដូចខាងក្រោម:

ក. $(9,2)$ និង $(6,8)$

ខ. $(5,-3)$ និង $(-2,4)$

គ. $(2,5)$ និង $(0,0)$

ឃ. $(-6,-3)$ និង $(2,1)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៤០

ចូរគណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចដែលមានកូអរដោនេដូចខាងក្រោម:

ក. $(8,7)$ និង $(8,-6)$

ខ. $(3,12)$ និង $(7,12)$

គ. $(100,-203)$ និង $(97,-200)$

ឃ. $(-3,8)$ និង $(-4,7)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៤១

ចុងទាំងពីរនៃអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់មួយមានកូអរដោនេរៀងគ្នា $(3,1)$ និង $(-2,5)$ ។ ចូរគណនាកាំរង្វង់ រួចសង់រង្វង់នេះ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៤២

ចូរគណនាប្រវែងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ $PQRS$ ដែល $P(-2,3), Q(5,5), R(6,-6)$ និង $S(-3,-3)$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៤៣

ចូរបង្ហាញថាត្រីកោណ KLM ដែល $K(2,8), L(10,11)$ និង $M(5,0)$ ជាត្រីកោណសមបាត។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៤៤

ចូរគណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណ ABC ដែល $A(3,7), B(5,2)$ និង $C(-7,3)$ ។ ចូរបង្ហាញថា ABC ជាត្រីកោណកែង រួចគណនាផ្ទៃក្រឡារបស់វា។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៥

ចូររកតម្លៃ y ដើម្បីឱ្យចម្ងាយរវាងពីរចំណុចដែលមានកូអរដោនេ $(4,2)$ និង $(4,y)$ ស្មើនឹង 5 ឯកតាប្រវែង។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៦

ចូររកចំណុច $C(x,1)$ ក្នុងកាដ្រង់ទី១ដើម្បីឱ្យត្រីកោណដែលមានកំពូល $A(1,1), B(4,7)$ និង $C(x,1)$ ជាត្រីកោណសមបាត ដែល $AB = AC$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៧

កំពូលនៃត្រីកោណមួយមានកូអរដោនេ $(-3,2), (9,2)$ និង $(3,10)$ ។

ក. ចូរគណនាប្រវែងជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ។

ខ. ចូរប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណនេះ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៤៨

កំពូលនៃចតុកោណមួយមានកូអរដោនេ $(-1,-2),(5,-2),(-1,4)$ និង $(5,4)$ ។

ក. ចូរគណនាប្រវែងជ្រុងនិងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ។

ខ. តើគេសន្និដ្ឋានដូចម្តេចចំពោះចតុកោណនេះ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៤៩

កូអរដោនេកំពូលរបស់ចតុកោណមួយមាន $(2,-1),(6,4),(2,9)$ និង $(-2,4)$ ។

ក. ចូរគណនាប្រវែងជ្រុងនិងប្រវែងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ។

ខ. ចូរប្រាប់ប្រភេទនៃចតុកោណនេះ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៥០

ចតុកោណមួយមានកំពូល $(-2,-3),(-3,1),(5,-1)$ និង $(4,3)$ ។ តើចតុកោណនេះមានរាងជាអ្វី ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨១

គេមាន $A(3,0)$ និង $B(9,0)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨២

គេឱ្យ $A(0,2)$ និង $B(0,8)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៣

គេឱ្យ $A(2,1)$ និង $B(8,4)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៥៤

តើកោណមួយមានកំពូលកំណត់ដោយចំណុច $A(2,1), B(10,7)$ និង $C(8,9)$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា ត្រីកោណដែលផ្គុំដោយចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុងទាំងបី ជាត្រីកោណសមបាត ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៥៥

ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃ $[AB]$ រួចដៅចំណុចក្នុងតម្រុយអរតូណរមេតាមករណីនីមួយៗខាងក្រោមៈ

ក. $A(5,8)$ និង $B(5,12)$

ខ. $A(-5,2)$ និង $B(-5,14)$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៥៦

ប្រើរូបមន្តកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាល់អង្កត់។ ចូរគណនាកូអរដោនេចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ក្នុងករណីនីមួយៗដូចខាងក្រោមៈ

ក. $A(-3,-5)$ និង $B(7,-5)$

ខ. $A(-8,-6)$ និង $B(4,2)$

គ. $A(3t+5,-7)$ និង $B(t+7,7)$ ដែល $t \neq 1$

ឃ. $A(a,b)$ និង $B(a,c)$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៧

ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាល M នៃអង្កត់រវាងពីរចំណុច $A(-3,-1)$ និង $B(5,7)$ ។ ចូរគណនាប្រវែង AM និង BM ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៨

គេឱ្យ $M(1,-2)$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ដែល $A(-2,2)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៩

រង្វង់មួយមានផ្ចិត $F(-2,6)$ ។ អង្កត់ផ្ចិតរង្វង់នេះមានចំណុចចុងមួយត្រង់ $V(3,8)$ ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច T ដែលជាចំណុចចុងម្ខាងទៀតនៃអង្កត់ផ្ចិត $[TV]$ រួចសង់រង្វង់នេះ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៦០

កូអរដោនេនៃកំពូលប្រលេឡូក្រាមមួយស្មើ $(1,1),(2,-3),(-3,-1)$ និង $(-2,-5)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរ។ តើគេអាចសន្និដ្ឋានបានយ៉ាងដូចម្ដេច?

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៦១

ចតុកោណមួយមានកំពូល $E(5,3), F(5,-5), G(-3,-3)$ និង $H(-1,5)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាល A,B,C និង D នៃជ្រុង $[EF],[FG],[GH]$ និង $[EH]$ ។ តើចតុកោណ $ABCD$ មានរាងជាអ្វី?

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៦២

ចតុកោណកែងមួយកំណត់ដោយចំណុច $A(3,2), B(9,2), C(9,6)$ និង $D(3,6)$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចតុកោណដែលកំណត់ដោយចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងទាំងបួនរបស់ចតុកោណកែងខាងលើជាចតុកោណស្មើ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៦៣

ចតុកោណមួយមានកំពូល $P(-3,-2), Q(-1,5), R(3,1)$ និង $S(5,-4)$ ។ បើ A, B, C និង D ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃជ្រុង $[PQ], [QR], [RS]$ និង PS ។ ចូរបង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៦៨

គេមានអង្កត់ $[P_1P_2]$ ដែល $P_1(x_1,y_1)$ និង $P_2(x_2,y_2)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A និង B ជាចំណុចដែលចែកអង្កត់ $[P_1P_2]$ ជាបីផ្នែកស្មើៗគ្នា។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៦៩

គេមានចំណុច $P_1(x_1,y_1), P_m\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$ និង $P_2(x_2,y_2)$ ។ ចូរបង្ហាញថា $P_1P_m+P_mP_2=P_1P_2$ ។

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ____________________

គោត្តនាម នាម ____________________

ថ្ងៃទី ____________________

លេខរៀង____________________

សមីការនៃបន្ទាត់

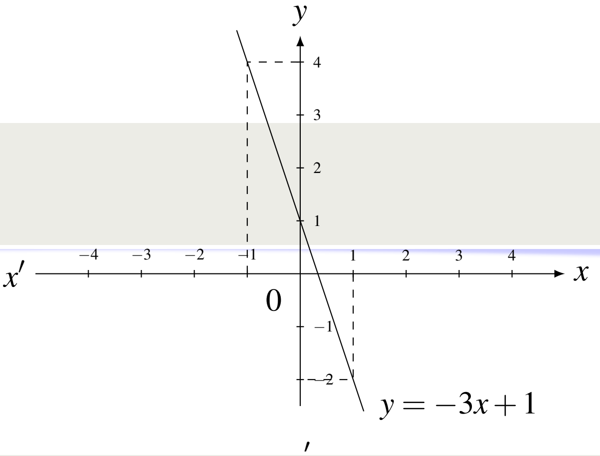
១០.១ ការសង់បន្ទាត់

ឧទាហរណ៍ ៣៨

ចូរសង់ក្រាបនៃសមីការ $y=-3x+1$ ។

ចម្លើយ៖ គេបានតារាងតម្លៃលេខ

x	-1	0	1
y	4	1	-2



ឧទាហរណ៍ ៣៩

ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(2,1)$ ហើយមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 2 ។

ចម្លើយ៖ ដំបូងគេសង់ចំណុច $A(2,1)$

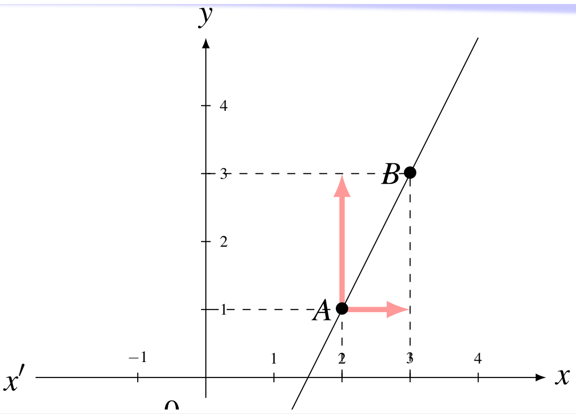
បន្ទាត់មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 2

មានន័យថា x កើន 1 ឯកតា នោះ y នឹងកើន 2 ឯកតា។

គូសមួយឯកតាចេញពី A តាមទិស ox បន្ទាប់មក

គូសឡើងលើ2ឯកតាតាមទិស oy ។

គេបានចំណុចមួយ B បន្ទាត់ដែលត្រូវសង់កាត់តាមចំណុច A និង B ។



ឧទាហរណ៍ ៤០

ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(0,3)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិស $-\dfrac{1}{2}$ ។

ចម្លើយ៖ ដំបូងគេសង់ចំណុច $A(0,3)$

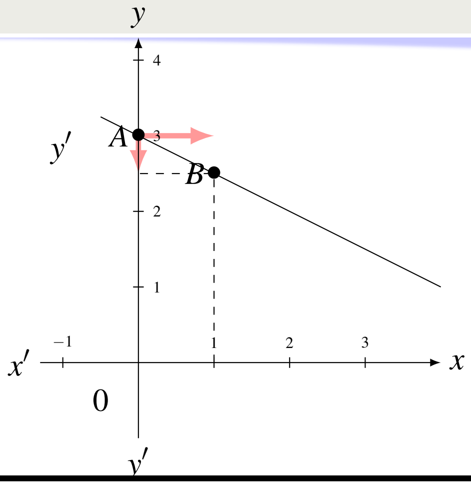
បន្ទាត់មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $-\dfrac{1}{2}$

មានន័យថា x កើន 1 ឯកតា នោះ y នឹងថយចុះ $\dfrac{1}{2}$ ឯកតា។

គូសមួយឯកតាចេញពី A តាមទិស ox បន្ទាប់មក

គូសចុះក្រោម$\dfrac{1}{2}$ឯកតាតាមទិស oy' ។

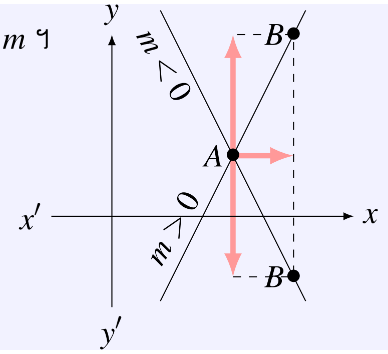
គេបានចំណុចមួយ $B(1,2.5)$ បន្ទាត់ដែលត្រូវសង់កាត់តាមចំណុច A និង B ។



ជាទូទៅ ១០.១.១ ដើម្បីសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច (a,b) និងមានមេគុណប្រាប់ទិស m ។

- បើ $m>0$ គូស១ឯកតាចេញពី A តាមទិស ox ហើយ គូសឡើងលើm ឯកតាតាមទិស oy នោះថ្មីមួយទៀតគឺ B ។
- បើ $m<0$ គូសមួយឯកតាចេញពី A តាមទិស ox ហើយគូសចុះក្រោមm ឯកតាតាមទិស oy' នោះថ្មីមួយទៀតគឺ B ។

ដូចនេះ បន្ទាត់យើងគឺគូសកាត់តាមចំណុច A និង B។



១០.២ សមីការបន្ទាត់

ជាទូទៅ ១០.២.១

- សមីការបន្ទាត់មានរាង $y=ax+b$ ដែល a ហៅថាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់។
- បន្ទាត់កាត់តាមចំណុច (x_0,y_0) និងមានមេគុណប្រាប់ទិស a មានសមីការ $y-y_0=a(x-x_0)$ ឬ $y=a(x-x_0)+y_0$
- បន្ទាត់កាត់តាមចំណុច (x_A,y_A) និង (x_B,y_B) មានសមីការ $y=a(x-x_A)+y_A$ ឬ $y=a(x-x_B)+y_B$។ ដែល $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y_A-y-B}{x_A-x_B}$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់។

ឧទាហរណ៍ ៤១

ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(0,1)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-\dfrac{1}{3}$ ។

ចម្លើយះ គេបាន សមីការបន្ទាត់គឺ $y-y_A=a(x-x_A)$

$$y-1=-\frac{1}{3}(x-0)$$
$$y=-\frac{1}{3}x+1$$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់គឺ $y=-\dfrac{1}{3}x+1$

ឧទាហរណ៍ ៤២

ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(-2,0)$ និង $B(-1,4)$ ។

ចម្លើយះ មេគុណប្រាប់ទិស $a=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\dfrac{4-0}{-1-(-2)}=\dfrac{4}{-1+2}=4$

គេបាន $y=a(x-x_A)+y_A$

$$=4[x-(-2)]+0$$
$$=4(x+2)$$
$$=4x+8$$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច A និង B គឺ $y=4x+8$

១០.៣ លក្ខខណ្ឌនៃបន្ទាត់ស្របនិងបន្ទាត់កែង

ជាទូទៅ ១០.៣.១ បើបន្ទាត់ $d_1 : y = ax + b$ និង $d_2 : a'x + b'$

- បន្ទាត់ d_1 ស្រប d_2 លុះត្រាតែ $a = a'$ កំណត់សរសេរដោយ: $d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow a = a'$ ។
- បន្ទាត់ d_1 កែង d_2 លុះត្រាតែ $aa' = -1$ កំណត់សរសេរដោយ: $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow aa' = -1$ ។

ឧទាហរណ៍ ៤៣

គេឱ្យ $d : y = \frac{3}{2}x - 3$ និងចំណុច $A(-1,1)$ និង $B(1,4)$ ។ ចូរបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ d ស្របនឹងបន្ទាត់ AB ។

ចម្លើយ៖ បន្ទាត់ $d : y = \frac{3}{2}x - 3$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $\frac{3}{2}$

បន្ទាត់ AB មានមេគុណប្រាប់ទិស $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-1}{1-(-1)} = \frac{3}{1+1} = \frac{3}{2}$

ដោយមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ d ស្មើនឹងមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ AB នាំឱ្យ បន្ទាត់ d ស្របនឹងបន្ទាត់ AB ។

ឧទាហរណ៍ ៤៤

ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $(6,3)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $x - 3y = 9$ ។

ចម្លើយ៖ តាង a ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $(6,3)$

បន្ទាត់ $x - 3y = 9 \Rightarrow 3y = x - 9 \Rightarrow y = \frac{x}{3} - 3$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $\frac{1}{3}$

ដោយបន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នានោះ $a = \frac{1}{3}$

គេបាន សមីការបន្ទាត់គឺ $y = \frac{1}{3}(x-6) + 3$

$= \frac{1}{3}x + 1$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $(6,3)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $x - 3y = 9$ មានសមីការ $y = \frac{1}{3}x + 1$

ឧទាហរណ៍ ៤៥

ចូររកតម្លៃ a ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $y = ax + 3$ និង $y - 2x = 1$ កែងគ្នា។

ចម្លើយ៖ បន្ទាត់ $y - 2x = 1 \Rightarrow y = 2x + 1$ កែងនឹងបន្ទាត់ $y = ax + 3$ លុះត្រាតែ $2 \times a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $a = -\frac{1}{2}$

ឧទាហរណ៍ ៤៦

គេឱ្យបីចំណុច $A(0,3), B(2,0)$ និង $C(4, \frac{17}{3})$ ។ ចូរបញ្ជាក់ថា $AB \perp AC$ ។

ចម្លើយ៖ បន្ទាត់ AB មានមេគុណប្រាប់ទិស $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-3}{2-0} = -\frac{3}{2}$

បន្ទាត់ AC មានមេគុណប្រាប់ទិស $\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{\frac{17}{3} - 3}{4-0} = -\frac{\frac{17-9}{3}}{4} = \frac{\frac{8}{3}}{4} = \frac{8}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$

គេបាន $-\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = -1$ នាំឱ្យ $AB \perp AC$ ។

១០.៤ លំហាត់

លំហាត់ ១៦៦

ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមមួយចំណុចនិងមាន មេគុណប្រាប់ទិស a ក្នុងករណីខាងក្រោម:

ក. $a = 2\,,\ (-4,1)$

ខ. $a = -\dfrac{2}{3}\,,\ (1,5)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៦៧

ចូររកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុចដូចខាងក្រោម:

ក. $(3,1)$ និង $(5,4)$

ខ. $(3,0)$ និង $(-3,-6)$

គ. $(-2,-1)$ និង $(-4,-4)$

ឃ. $(1,4)$ និង $(4,-2)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៦៨

ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុចៈ

ក. $(-6,1)$ និង $(6,-2)$ គ. $(2,0)$ និង $(1,-8)$ ង. $(2.5,-1)$ និង $(0.5,1)$

ខ. $(3,-4)$ និង $(-9,2)$ ឃ. $(-4.2,-4)$ និង $(-2.2,6)$ ច. $(0,5)$ និង $(3,-2.5)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៦៩

សរសេរសមីការបន្ទាត់និងសង់បន្ទាត់ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិស m ហើយកាត់តាមចំណុច P រួចរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់និងអក្ស។

ក. $m=1$ និង $P(0,2)$ គ. $m=-2$ និង $P(3,-1)$ ង. $m=0$ និង $P(2,1)$

ខ. $m=-1$ និង $P(1,0)$ ឃ. $m=\frac{3}{5}$ និង $P(-1,-4)$ ច. $m=-\frac{3}{2}$ និង $P(0,3)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៧០

ក្នុងចំណោមបន្ទាត់បីខាងក្រោម តើមួយណាស្របគ្នា?

ក. $2x+3y=-11$ ខ. $4x+8y-1=0$ គ. $y=-\frac{2}{3}x+1$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៧១

ចូររកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់តាងសមីការខាងក្រោម រួចប្រាប់ថាតើគូសមីការណាខ្លះដែលមានបន្ទាត់ស្របគ្នា។

ក. $y=x+4$ និង $x-y+5=0$

គ. $3x-y+4=0$ និង $y-2=3(x+1)$

ខ. $y=2x-3$ និង $x+2y+1=0$

ឃ. $2y=5x+6$ និង $5x+2y-1=0$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៧២

តើគូសមីការណាខ្លះដែលមានបន្ទាត់កែងគ្នា?

ក. $y=3x+1$ និង $y=-\frac{1}{3}x$

ខ. $y=2x+5$ និង $x-2y+6=0$

គ. $y=5x-4$ និង $x+5y-1=0$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៧៣

ចូររកសមីការបន្ទាត់ដែលស្របនឹង

ក. $y=3x-4$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(5,1)$

ខ. $3x-2y+5=0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(-2,4)$

គ. $2x+2y+9=0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $\left(-\frac{5}{3},0\right)$

ឃ. $x-5y+6=0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(0,0)$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៧៤

ចូររកសមីការបន្ទាត់ដែលកែងនឹង

ក. $y = \frac{1}{2}x + 4$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(5,0)$

ខ. $x - y + 5 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(0,0)$

គ. $8x + 3y + 1 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(-1,4)$

ឃ. $y = -x + 6$ ហើយកាត់តាមចំណុច $\left(-4, -\frac{2}{3}\right)$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៧៥

ក. ចូរកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ d_1 កាត់តាមចំណុច $A(-3,5)$ ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង -2 រួចសង់បន្ទាត់នេះ។

ខ. គេមានសមីការបន្ទាត់ $d_2 : y = (m-1)x + 2$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ d_2 ស្រប d_1 ។ តើមានតម្លៃ m ដែលឱ្យ d_2 កែងនឹង d_1 ឬទេ? ចូរសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ត្រូវនឹងតម្លៃ m នីមួយៗ រួចសង់បន្ទាត់ទាំងនោះ។

គ. B ជាចំណុចដែលមានកូអរដោនេ $(6,0)$ ។ ចូរសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាម A និង B រួចបញ្ជាក់ចំណុចជួបនឹងអ័ក្ស $y'y$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៧៦

ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ គេឱ្យបីចំណុច $A(0,6), B(-3,0)$ និង $C(6,0)$ ។

ក. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ AB និង AC ។

ខ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ D កាត់តាមចំណុច C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ AB ។

គ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ D' កាត់តាមចំណុច B ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ AC ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៧៧

ក. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ រកសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(6,2)$ និង $B(2,-2)$ ។ ចូររកសមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័ររបស់ $|AB|$ ។

ខ. គេឱ្យចំណុច $C(-2,6)$ ។ ចូរបង្ហាញថា CAB ជាត្រីកោណសមបាត។

គ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ C_2 កាត់តាម C ហើយស្របនឹង AB ។

ឃ. ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ C_2 កាត់តាម $M(-5,3)$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៧៨

ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ គេឱ្យបីចំណុច $A(-6,0), B(6,0)$ និង $C(3,9)$ ។

ក. ចូររកសមីការនៃជ្រុងត្រីកោណ ABC ។

ខ. ចូរសរសេរសមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័ររបស់ជ្រុងត្រីកោណ ABC ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៧៩

បើចំណុច $(a,6)$ និង $(2,a)$ ឋិតនៅលើបន្ទាត់ $4x+2y=b$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ a និង b រួចសង់បន្ទាត់នោះ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨០

តាមការអង្កេតរោចក្រនានាលើសកលលោកដែលប្រើថាមពលពីប្រេងបានថយចុះពីមួយឆ្នាំទៅមួយឆ្នាំ។ នៅឆ្នាំ ១៩៧៣ រោងចក្រដែលប្រើថាមពលពីប្រេងមានតែ 47% ហើយនៅឆ្នាំ ១៩៩០ ចំនួននេះបានថយមកត្រឹម 38% ។ ចូរកំណត់សមីការដែលទាក់ទងទៅនឹងការប្រើថាមពលពីប្រេងទៅតាមឆ្នាំ x ។ គេកំណត់យក $x = 0$ ត្រូវនឹងឆ្នាំ១៩៧០ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨១

ការរីកចម្រើននៃផ្នែកឧស្សាហកម្មនិងសេវាកម្មនានា បានបណ្ដាលឱ្យចំនួនកសិករថយចុះជាលំដាប់ទៅតាមអត្រា 0.8% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ បើកសិករមានចំនួន 80% នៅឆ្នាំ 2000 ចូររកសមីការដែលទាក់ទងទៅនឹងភាគរយនៃកសិករ ដែលបានថយចុះទៅតាមឆ្នាំ។ ប្រើសមីការនេះដើម្បីប៉ាន់ស្មានរកចំនួនកសិករនៅឆ្នាំ2008 ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨២

ការយល់ដឹងអំពីគ្រោះថ្នាក់នៃបារី បណ្តាលឱ្យចំនួនអ្នកជក់បានថយចុះចាប់ពីឆ្នាំ 1992 មក។ បើអ្នកជក់មានចំនួន 38% នៅឆ្នាំ 1992 ហើយចំនួននេះបានថយចុះមកត្រឹម 15.5% នៅឆ្នាំ 2007 ។ ចូររកសមីការដែលទាក់ទងនឹងចំនួនអ្នកជក់និងចំនួនឆ្នាំ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៣

នៅម៉ោង 12 ថ្ងៃត្រង់កម្តៅមានសីតុណ្ហភាព 40° ។ សីតុណ្ហភាពនេះចុះវិញក្នុងអត្រា 2° ក្នុងមួយម៉ោង។ តើនៅម៉ោងប៉ុន្មានទើបមានសីតុណ្ហភាពស្មើនឹង 26° ។

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ____________________

គោត្តនាម នាម ____________________

ភេទ ____________________

លេខរៀង ____________________

ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១មានពីរអញ្ញាត

១១.១ ដំណោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច

ជាទូទៅ ១១.១.១ ប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

- បើបន្ទាត់ទាំងពីរប្រសព្វគ្នា នោះប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយគឺជាចំណុចប្រសព្វ។
- បើបន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា នោះប្រព័ន្ធសមីការគ្មានចម្លើយ។
- បើបន្ទាត់ទាំងពីរត្រួតស៊ីគ្នា នោះប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់។

ឧទាហរណ៍ ៤៧

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x-y=4 \\ 2x+y=2 \end{cases}$

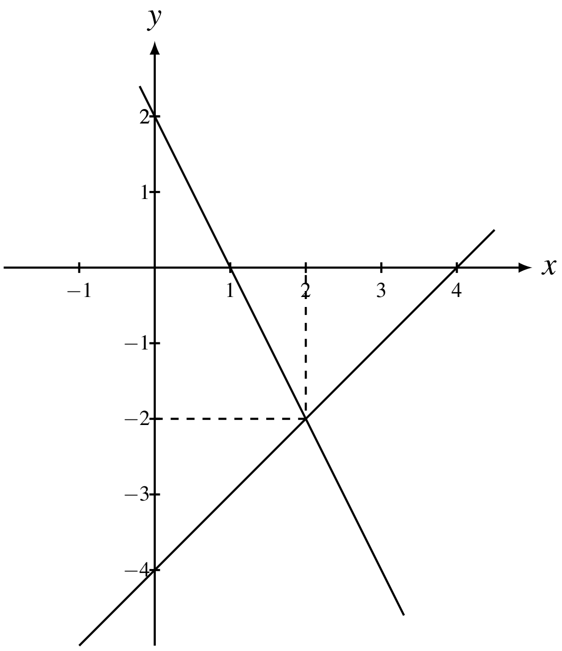
ចម្លើយ៖ ចំពោះសមីការ $x-y=4$ នាំឱ្យ $y=x-4$

x	0	2	4
y	-4	-2	0

ចំពោះសមីការ $2x+y=2$ នាំឱ្យ $y=-2x+2$

x	0	2	4
y	2	-2	-6

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $x=2$ និង $y=-2$



១១.២ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីជំនួស

ឧទាហរណ៍ ៤៨

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=15 & (1) \\ 2x+4y=40 & (2) \end{cases}$

ចម្លើយ៖ សមីការ $(1): x+y=15$ នាំឱ្យ $y=15-x$ ជំនួសចូលសមីការ (2)

គេបាន $2x+4(15-x)=40$

$2x+60-4x=40$

$-2x=-20$

$x=10$ ជំនួសចូលសមីកា (1) នោះ $y=15-10=5$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $x=10$ និង $y=5$

១១.៣ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីបូកបំបាត់

ឧទាហរណ៍ ៤៩

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=15 & (1) \\ 2x+4y=40 & (2) \end{cases}$

ចម្លើយ៖ យកសមីការ $-2(1)$ បូកសមីការ (2)

គេបាន $-2(x+y)+2x+4y=-2(15)+40$

$-2x-2y+2x+4y=-30+40$

$2y=10$

$y=5$

ជំនួសចូលសមីការ $(1): x+y=15 \Rightarrow x=15-y=15-5=10$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $x=10$ និង $y=5$

១១.៤ លំហាត់

លំហាត់ ១៨៤

តើគូអរដោនេដែលគេឱ្យខាងក្រោមជាចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធសមីការដែរឬទេ ?

1. $\begin{cases} x-y=8 \\ x+y=-2 \end{cases}$ មានគូចម្លើយ $(3,-5)$

2. $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+y2=4 \end{cases}$ មានគូចម្លើយ $(2,-1)$

3. $\begin{cases} y=3x \\ x+y=3 \end{cases}$ មានគូចម្លើយ $(0,0)$

4. $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x-2y=6 \end{cases}$ មានគូចម្លើយ $(5,2)$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៥

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមក្រាប

1. $\begin{cases} y=7-3x \\ 2x-3y=12 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x-2y=17 \\ 3x-6y=11 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៦

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមក្រាប

1. $\begin{cases} y = 7 - 3x \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x - 2y = 17 \\ 3x - 6y = 11 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៧

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមក្រាប

1. $\begin{cases} y + 6 = 3x \\ 9x - 2y = 3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x - 4y = 8 \\ 4x + y = 17 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៨

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីបូកបំបាត់

1. $\begin{cases} y+6 = 3x \\ 9x-2y = 3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x-4y = 8 \\ 4x+y = 17 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៨៩

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីបូកបំបាត់

1. $\begin{cases} y=-2x+y=-11 \\ 5x-y=26 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x+3y=21 \\ 3x+2y=19 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៩០

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីបូកបំបាត់

1. $\begin{cases} y+6 = 3x \\ 9x-2y = 3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{5} = 1 \\ y-\dfrac{x}{3} = 8 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៩១

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីបូកបំបាត់

1. $\begin{cases} 2x+2y = -2 \\ 5x-2y = 9 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x+2y = 8 \\ 2x-y = 5 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៩២

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីបូកបំបាត់

1. $\begin{cases} 7x-10y = -1 \\ 3x+2y = -13 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 4x-3y = 15 \\ 8x+2y = -10 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៩៣

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីបូកបំបាត់

1. $\begin{cases} 2x+8y = -1 \\ -10x+4y = 16 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x+3y+9 = 0 \\ 3x-4y+17 = 0 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៩៤

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីបូកបំបាត់

1. $\begin{cases} 6x-5 = 2x-7y \\ 2x = 5y-6 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 4x-3y = 9 \\ -3x+5y = 7 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៩៥

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីបូកបំបាត់

1. $\begin{cases} 3x+4y = -1 \\ 7x+9y = 0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 4x-2y = -19 \\ -6x-3y = 1.5 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៩៦

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីជំនួស

1. $\begin{cases} x-2y &= 16 \\ 4x+y &= 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x+2y &= 6 \\ 4x+3y &= 4 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៩៧

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីជំនួស

1. $\begin{cases} y &= -4x+5 \\ 2x-3y &= 13 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x-y &= -23 \\ 3x-y &= -15 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៩៨

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីជំនួស

1. $\begin{cases} -2x+y &= 2 \\ 2x+3y &= 6 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x+5y &= 11 \\ 4x-y &= 2 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ១៩៩

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីជំនួស

1. $\begin{cases} 2x+3y &= 11 \\ 3x+3y &= 18 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x+3y &= 4 \\ 4x-2y &= 1 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ២០០

ចូររកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមគ្មានចម្លើយ

ក. $\begin{cases} 4x+6y &= 12 \\ 2x+my &= 5 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} 12x-3my &= 1 \\ 4x+2y &= 3 \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ២០១

ចូររកតម្លៃ m និង n ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមមានគូចម្លើយរាប់មិនអស់

ក. $\begin{cases} mx+ny &= 10 \\ 4x-3y &= 5 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} 6x+y &= 30 \\ (n-1)x+\frac{1}{3}y &= n+m \end{cases}$

ចម្លើយ

លំហាត់ ២០២

សុខនិងសៅទិញសៀវភៅសរសេរ។ សុខទិញសៀវភៅស្តើង2ក្បាលនិងសៀវភៅក្រាស់3 ក្បាលអស់ប្រាក់ 21 000៛ ។ ចំណែកសៅវិញទិញសៀវភៅស្តើង 3 ក្បាលនិងសៀវភៅក្រាស់ 2 ក្បាលអស់ប្រាក់ 19 000៛ ។ តើសៀវភៅទាំងពីរប្រភេទនេះ មានតម្លៃមួយក្បាលថ្លៃប៉ុន្មានរៀល?

ចម្លើយ

លំហាត់ ២០៣

នៅក្នុងកាបូបមួយមានប្រាក់ 8 000៛ ។ គេរាប់ចំនួនក្រដាសប្រាក់ឃើញ 11 សន្លឹក។ ក្រដាសប្រាក់នេះមានពីរប្រភេទគឺប្រភេទ 500៛ និងប្រភេទ 1 000៛ ។ ចូររកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២០៤

ពូសំដាក់ទឹកត្នោតដោយប្រើខ្សែពួរបង្ហូតចុះមកដី។ បើគាត់មិនបត់ខ្សែជាពីរទេ នោះគាត់បង្ហូតបំពង់មកដល់ដី នៅសល់កន្ទុយខ្សែ 7m ទៀត។ ប៉ុន្តែបើគាត់បត់ខ្សែពួរជាពីរ គាត់បង្ហូតបំពង់មកដល់ដីល្មមញមានសល់ខ្សែសោះ ។ បំពង់និងខ្សែបំពង់មានប្រវែង 1m ។ កម្ពស់ដើមត្នោតត្រូវគិតពីកន្លែងដែលគាត់អង្គុយមកត្រឹមដី។ ចូររកប្រវែងខ្សែពួរនិងកម្ពស់ដើមត្នោត។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២០៥

ដីមួយកន្លែងរាងចតុកោណកែងមានបរិមាត្រ 110m។ បើគេថែម 5m លើបណ្តោយនិង 2m លើទទឹង នោះផ្ទៃក្រឡាកើនលើសពីមុន $150m^2$ ។ ចូររកប្រវែងបណ្តោយនិងទទឹងនៃដីនោះ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២០៦

ផលដកនៃពីរចំនួនស្មើ 22 ពីរដងនៃចំនួនធំបូកនឹងបីដងនៃចំនួនតូចស្មើនឹង 246 ។ រកពីរចំនួននោះ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២០៧

ពីរចំនួនមានផលបូកស្មើនឹង 490 និងមានផលធៀបស្មើនឹង $\frac{3}{7}$ ។ ចូរគណនាចំនួនទាំងពីរនោះ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២០៨

បើបន្ទាត់ $Ax+By=9$ កាត់ចំណុច $(2,1)$ និង $(-3,3)$ ចូរកំណត់តម្លៃ A និង B ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២០៩

ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \dfrac{2}{x}-\dfrac{2}{y} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{5}{y} = \dfrac{2}{4} \end{cases}$

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ____________________

គោត្តនាម នាម ________________

ភេទ ____________________

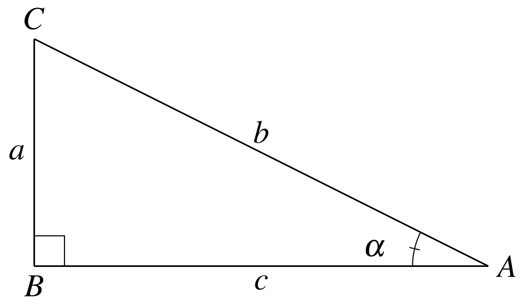
លេខរៀង____________________

ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

ប្អូនៗបានស្គាល់មកហើយអំពីត្រីកោណ ហើយត្រីកោណមានដូចជា ត្រីកោណសម័ង្ស ,ត្រីកោណសមបាត, ត្រីកោណកែងសមបាត , ត្រីកោណសាមញ្ញ និង ត្រីកោណកែង ។ គ្រប់ត្រីកោណទាំងអស់សុទ្ធផ្តុំដោយត្រីកោណកែងហេតុនេះហើយទើបយើងយកត្រីកោណកែងមកសិក្សា ។ គេមានត្រីកោណកែងដូចរូបទី០១៖

ក្នុងត្រីកោណកែង ABC ដែល $\angle BAC = \alpha$ នោះគេបាន៖

- $[AC] = b$ ជាអ៊ីប៉ូតេនុស (Hypotenuse)
- $[AB] = c$ ជាជ្រុងជាប់ (Adjacent)
- $[BC] = a$ ជាជ្រុងឈម (opposite)



រូប០១

ចំណាំ ១២.០.១ ក្នុងរូប០១៖

- អ៊ីប៉ុតេនុស (Hypotenuse) គឺជាជ្រុងដែលឈមនឹងមុំកែង ឬ ជ្រុងដែលវែងជាងគេនៅក្នុងត្រីកោណកែង។
- ជ្រុងជាប់ គឺជាជ្រុងដែលជាប់នឹងមុំ α និងមុំកែង ។
- ជ្រុងឈម គឺជាជ្រុងដែលឈមនឹងមុំ α និង ជាប់នឹងមុំកែង ។

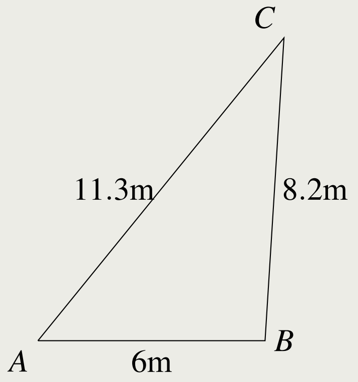
១២.១ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

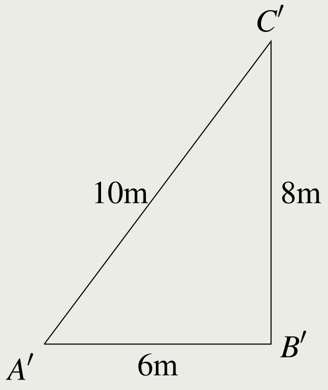
ទ្រឹស្តីបទ ១២.១.១ ក្នុងត្រីកោណកែង គេបានការេនៃអ៊ីប៉ូតេនុស ស្មើនឹងផលបូកការេនៃ ជ្រុងជាប់ និងជ្រុងឈម ។
ក្នុង**រូប០១** គេបាន $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ឬ $b^2 = a^2 + c^2$ ។

១២.២ លំហាត់

ឧទាហរណ៍ ៨០

តើមួយណាជាត្រីកោណកែង ?





ចម្លើយ

ឧទាហរណ៍ ៨១

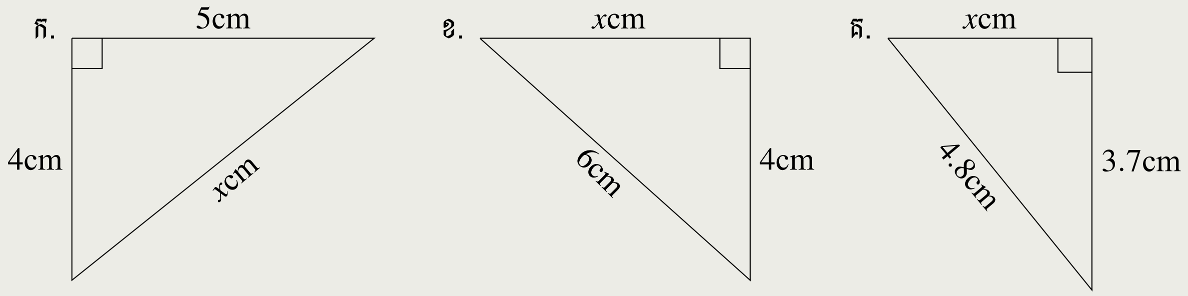
គេឱ្យរង្វាស់ជ្រុង $AB = 5\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$ និង $BC = 13\text{cm}$ ។

1. ចូរសង់ត្រីកោណ ABC ។
2. បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែង។

ចម្លើយ

ឧទាហរណ៍ ៩២

គណនារង្វាស់ជ្រុង x ក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោម៖



ចម្លើយ

ឧទាហរណ៍ ៩៣

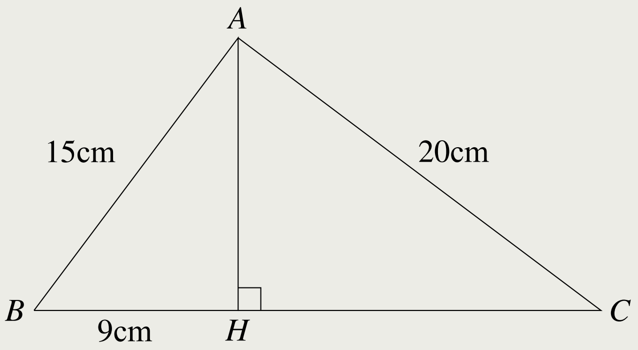
តើ $\triangle ABC$ ជាត្រីកោណកែងឬទេ ? ចំពោះករណីនីមួយៗខាងក្រោម៖

1. គេឱ្យរង្វាស់ជ្រុង $AB = 7\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$ និង $AC = 12\text{cm}$ ។
2. គេឱ្យរង្វាស់ជ្រុង $AB = 52.8\text{cm}$, $BC = 45.5\text{cm}$ និង $AC = 69.7\text{cm}$ ។
3. គេឱ្យរង្វាស់ជ្រុង $AB = 83\text{cm}$, $BC = 49\text{cm}$ និង $AC = 67\text{cm}$ ។

ចម្លើយ

ឧទាហរណ៍ ៥៤

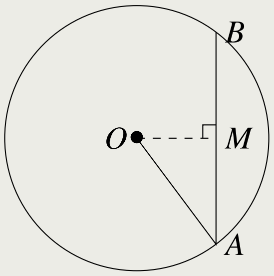
ចូរគណនារង្វាស់ជ្រុង AH និង HC ។ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។



ចម្លើយ

ឧទាហរណ៍ ៥៥

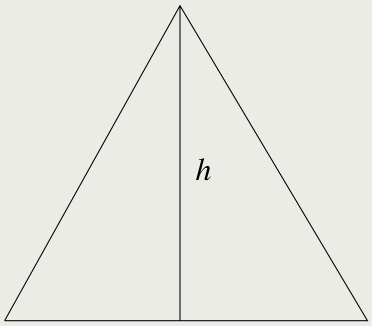
រង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត O ,កាំស្មើនឹង 5cm និង $[AB]$ ជាអង្កត់ធ្នូដែលមានរង្វាស់ស្មើ 8cm ។ ចូរគណនាប្រវែង OM ។



ចម្លើយ

ឧទាហរណ៍ ៨៦

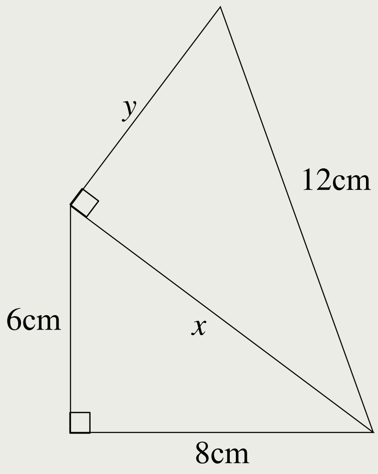
ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្ស ដែលមានកម្ពស់ $h = \sqrt{3}\text{cm}$ ។

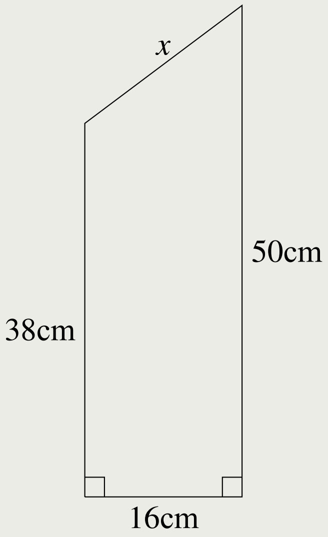


ចម្លើយ

ឧទាហរណ៍ ៨៧

ចូរកំណត់តម្លៃ x និង y នៃរូបខាងក្រោម៖

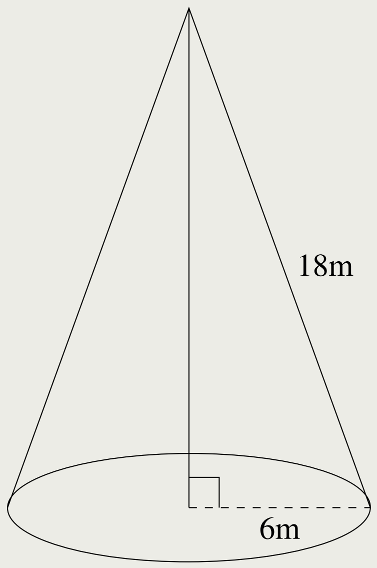




ចម្លើយ

ឧទាហរណ៍ ៤៨

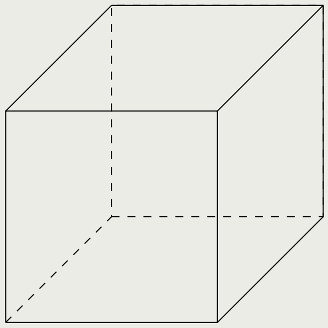
ចូរគណនាកម្ពស់នៃកោណ រួចគណនាមាឌនៃកោណ នៃរូបខាងក្រោម៖



ចម្លើយ

ឧទាហរណ៍ ៤៩

ចូរគណនាអង្កត់ទ្រូងនៃគូប ដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង 2cm ។



ចម្លើយ

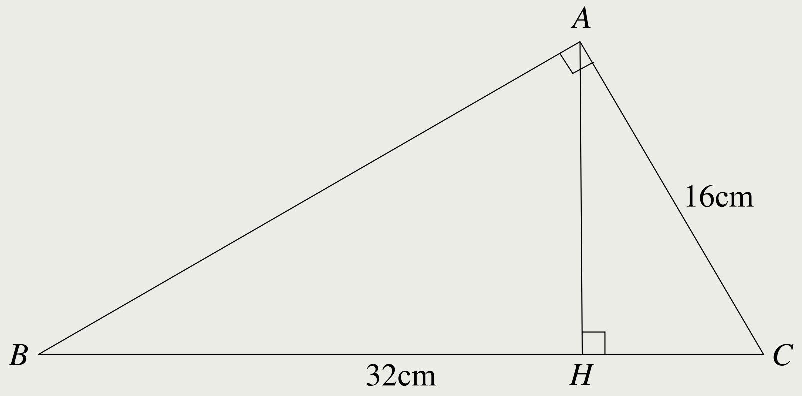
ឧទាហរណ៍ ៦០

ក្នុងត្រីកោណកែង ABC ដែល មានរង្វាស់ជ្រុង $BC = 32\text{cm}$ និង $AC = 16\text{cm}$ ។

ក. ចូរគណនា AB

ខ. ចូរគណនា AH

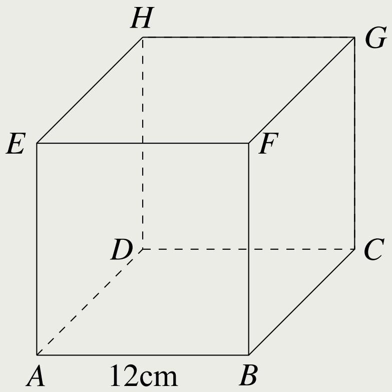
គ. ចូរគណនា BH និង HC ។



ចម្លើយ

ឧទាហរណ៍ ៦១

គណនារង្វាស់ជ្រុង AC និង CE នៃគូបខាងក្រោម៖



ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ______________________

គោត្តនាម នាម ________________

ភេទ ______________________

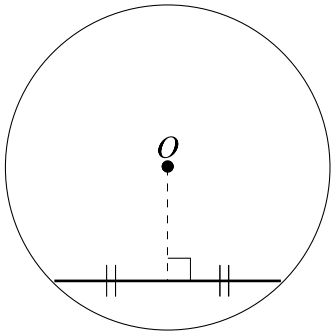
លេខរៀង______________________

រង្វង់និងបន្ទាត់

១៣.១ លក្ខណៈនៃអង្កត់ធ្នូ

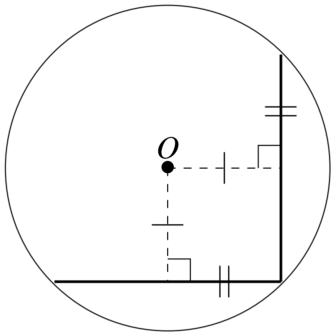
១៣.១.១ បន្ទាត់កែងទៅនឹងចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ

- បន្ទាត់ដែលគូសចេញពីផ្ចិតនៃរង្វង់ហើយកែង នឹងអង្កត់ធ្នូត្រូវកាត់ចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ។
- បន្ទាត់ដែលកែងទៅនឹងចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូត្រូវកាត់តាមផ្ចិតនៃរង្វង់។



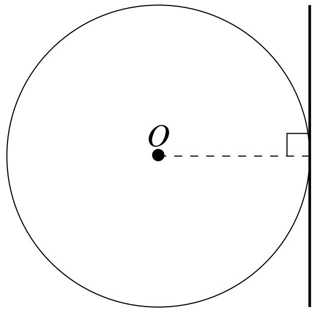
១៣.១.២ អង្កត់ធ្នូស្មើគ្នា

អង្កត់ធ្នូពីរមានប្រវែងស្មើគ្នានៅក្នុងរង្វង់មួយ ត្រូវមានចម្ងាយស្មើគ្នាពីផ្ចិតនៃរង្វង់នោះ។



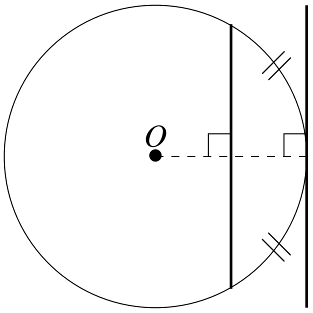
១៣.២ បន្ទាត់ប៉ះ

បន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រូវកែងទៅនឹងកាំឬអង្កត់នៃរង្វង់ត្រង់ចំណុចប៉ះ។

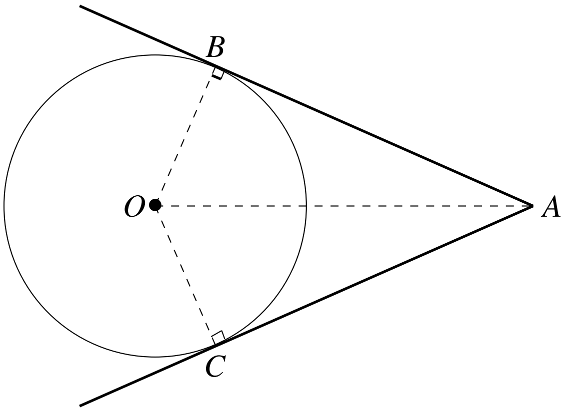


១៣.៣ លក្ខណៈនៃបន្ទាត់ប៉ះ

1. បើបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ស្របទៅនឹងអង្កត់ធ្នូមួយនោះ ចំណុចប៉ះ បែកធ្នូសនឹងជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា។

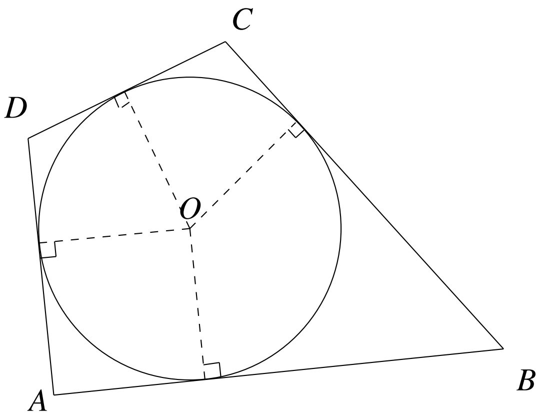


2. បើបន្ទាត់ពីរគូសចេញពីចំណុចមួយនៅក្រៅរង្វង់ហើយប៉ះ រង្វង់នេះត្រង់ចំណុច B និង C គេបាន៖
   ១. បន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់កែងទៅនឹងកាំត្រង់ចំណុចប៉ះ $\angle OBA = \angle OCA = 90^\circ$
   ២. បន្ទាត់ប៉ះ ពីរ ទៅ នឹង រង្វង់ ដែល គូស ចេញពី ចំណុចរួម មួយនៅក្រៅរង្វង់មានប្រវែងស្មើគ្នា $[AB] = [AC]$
   ៣. បន្ទាត់ដែលគូសចេញពីចំណុចក្រៅរង្វង់មុំឈមទៅនឹង ផ្ចិត នៃ រង្វង់ ជា កន្លះបន្ទាត់ ពុះ មុំ ឈម ដែល ផ្គុំ ដោយ បន្ទាត់ប៉ះទាំងពីរនិងមុំដែលផ្គុំដោយកាំនៃរង្វង់។
      ក. $\angle OAB = \angle OAC$
      ខ. $\angle COA = \angle BOA$



១៣.៤ អនុវត្តន៍លក្ខណៈជ្រុងឈមនៃចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់

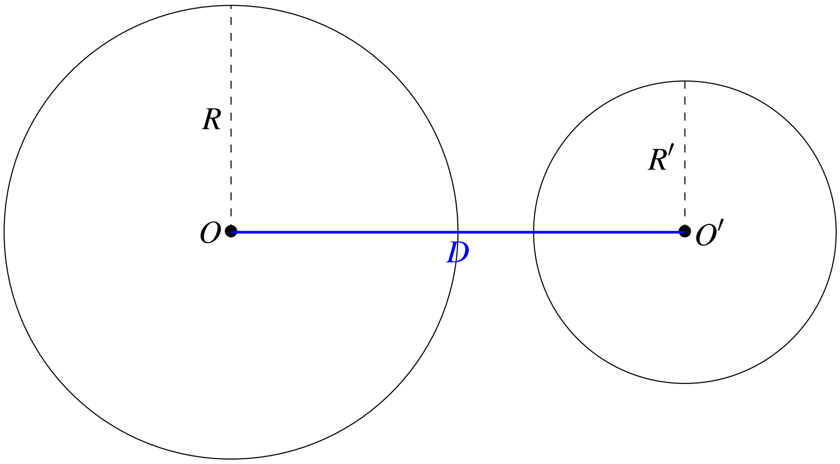
ចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់ ផលបូករង្វាស់ជ្រុងឈមមានរង្វាស់ស្មើគ្នា។ មានន័យថា $[AD] + [BC] = [AB] + [CD]$ ។



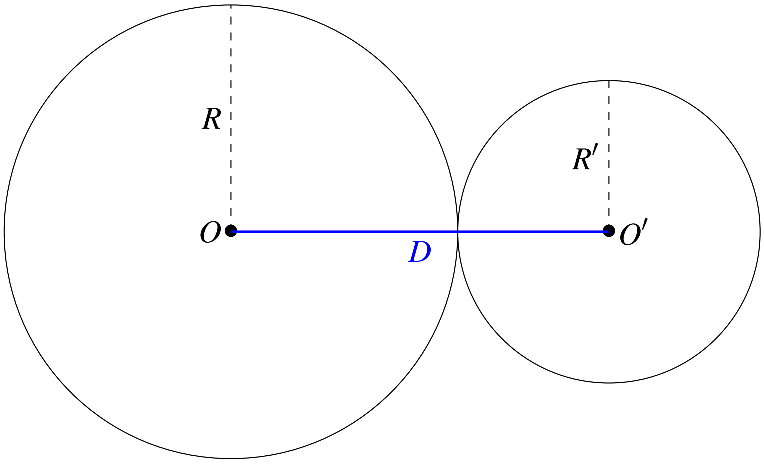
១៣.៥ ទីតាំងរង្វង់

គេមានរង្វង់ពីរដែរដែលមានផ្ចិត O និង O' និងកាំរៀងគ្នា R និង R' ។ ហើយ D ជាចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរ។

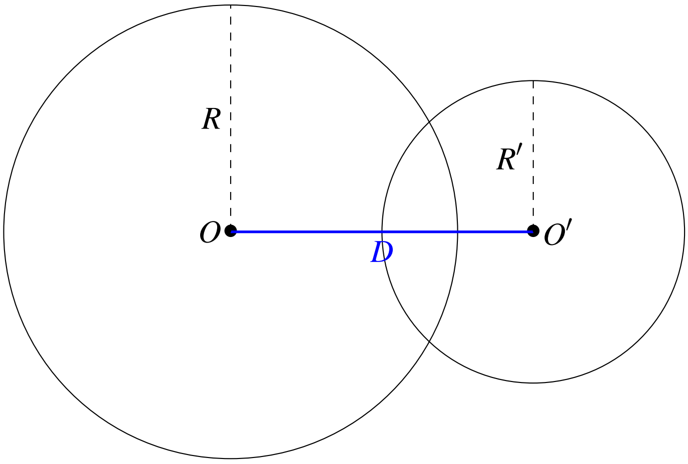
1. រង្វង់គ្មានចំណុចរួមគឺ $D > R + R'$



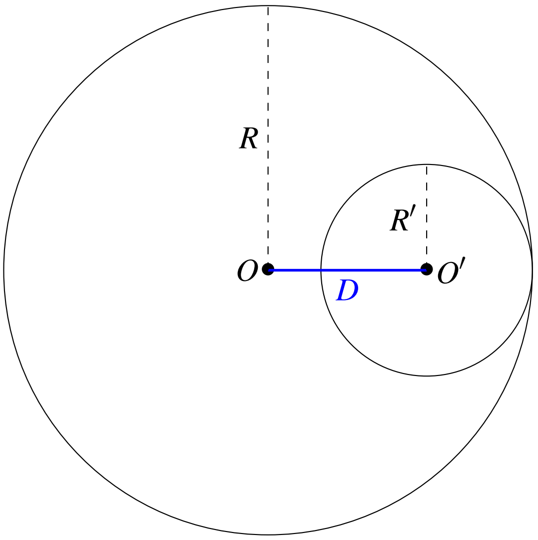
2. រង្វង់មានចំណុចរួម ឬ រង្វង់ពីរប៉ះគ្នាគឺ $D = R + R'$



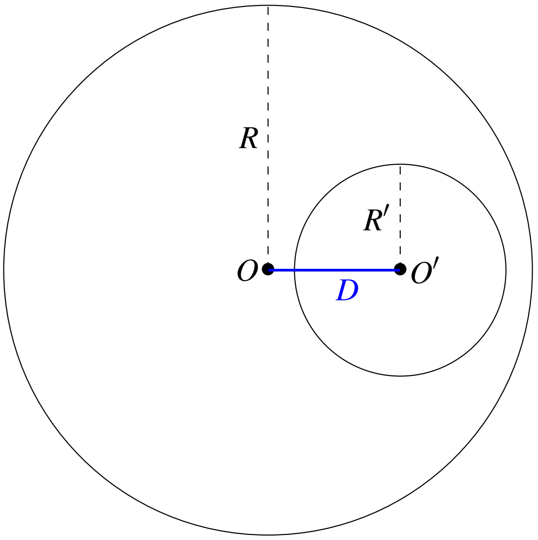
3. រង្វង់កាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុចគឺ $R - R' < D < R + R'$



4. រង្វង់មានចំណុចរួមមួយរង្វង់ទាំងពីរជារង្វង់ប៉ះក្នុង គឺ $D = R - R'$



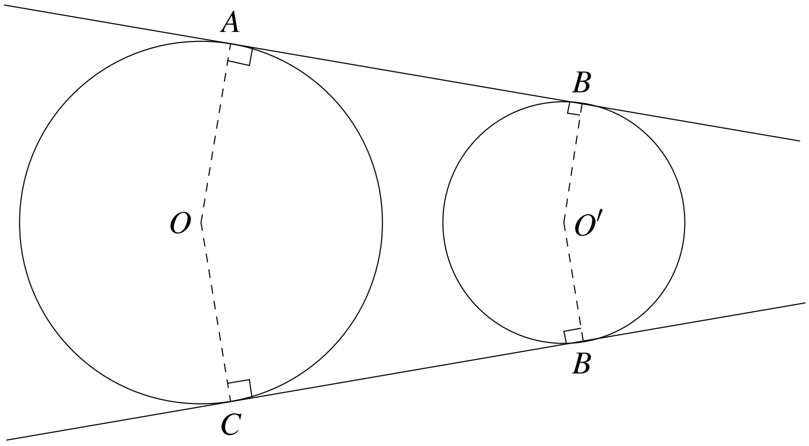
5. រង្វង់គ្មានចំណុចរួមរង្វង់តូចនៅក្នុងរង្វង់ធំ គឺ $D < R + R'$



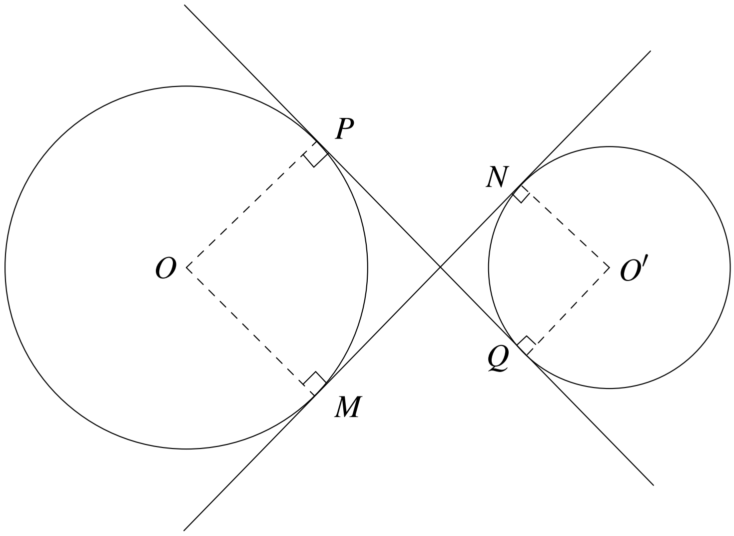
១៣.៦ បន្ទាត់ប៉ះរួម

១៣.៦.១ រង្វង់គ្មានចំណុចរួម

1. រង្វង់ទាំងពីរគ្មានចំណុចរួម AB និង CD ហៅថាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្រៅ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃបន្ទាត់ AB និង CD ។

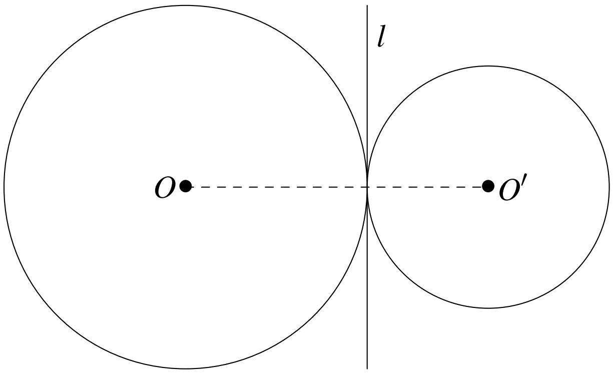


2. រង្វង់ទាំងពីរគ្មានចំណុចរួម បន្ទាត់ MN និង PQ ហៅថាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្នុង។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅសងខាងនៃបន្ទាត់ MN និង PQ ។

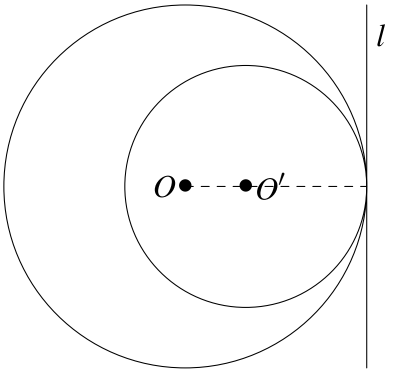


១៣.៦.២ រង្វង់ប៉ះគ្នា

1. រង្វង់ពីរមានចំណុចរួមមួយ ហៅថារង្វង់ប៉ះគ្នា។ l ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមដែលរង្វង់ទាំងពីរ ស្ថិតនៅសងខាងនៃបន្ទាត់ l ។

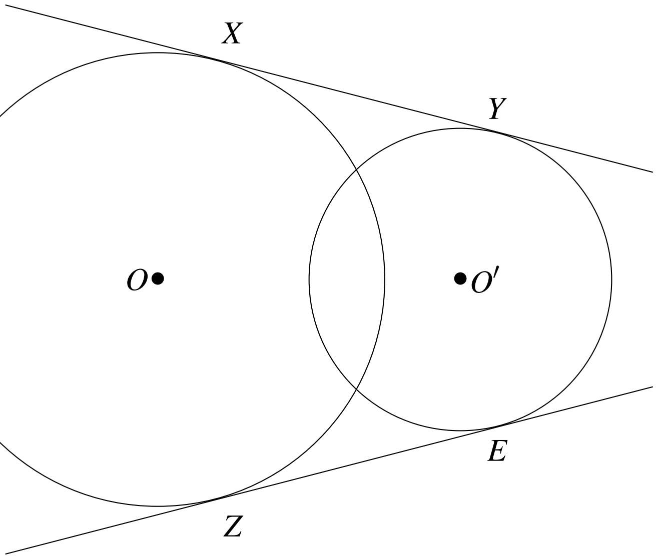


2. រង្វង់ទាំងពីរមានចំណុចរួមមួយ។ l ជាបន្ទាត់ប៉ះរួម ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃបន្ទាត់ l ។



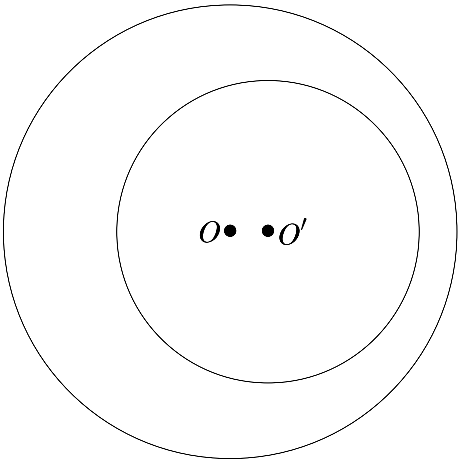
១៣.៦.៣ ខ្វង់កាត់គ្នា

រង្វង់ទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច។ បន្ទាត់ XY និង ZE ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្រៅ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃ XY និង ZE ។



១៣.៦.៤ ខ្វង់តូចនៅក្នុងខ្វង់ធំ

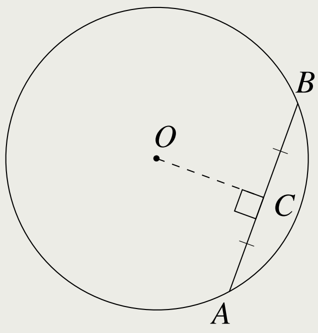
គ្មានចំណុចប៉ះរួម ។



១៣.៧ លំហាត់

លំហាត់ ២១០

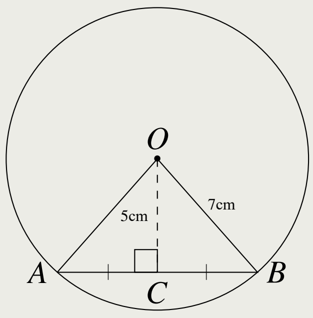
គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និងអង្កត់ធ្នូ $AB = 10\text{cm}$ (ដូចរូបខាងស្ដាំ)។
បើ OC កែងទៅនឹង AB ចូរគណនាប្រវែង AC ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២១១

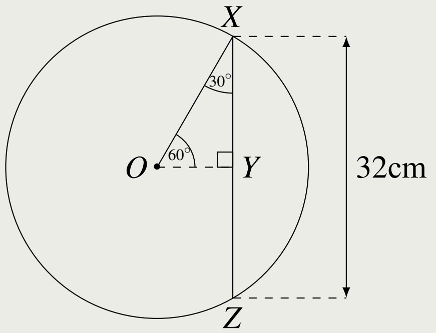
គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដូចរូបខាងស្ដាំ។
ចូរគណនាប្រវែងអង្កត់ធ្នូ AB ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២១២

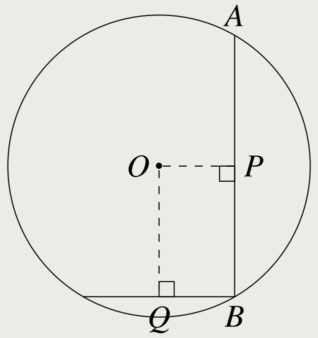
នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O គេមាន $\angle OXY = 30^\circ, \angle XOY = 60^\circ$ និង $XZ = 32\text{cm}$ ។
ចូរគណនាប្រវែង XY ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២១៣

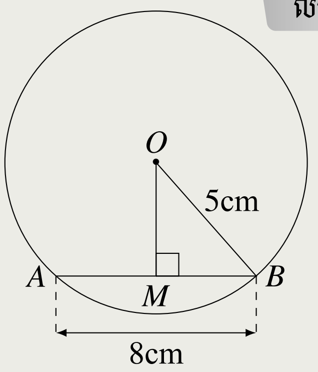
គេមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ដែល $AB = 25cm$ និង $BQ = 6.5\text{cm}$ ដូចរូបខាងស្តាំនេះ។
ចូរគណនាប្រវែង AP និង BC ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២១៨

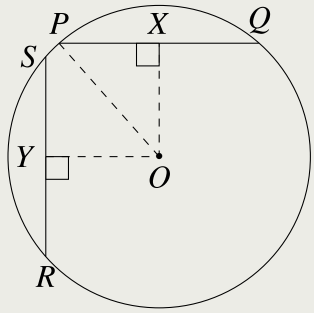
គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ 5cm ។
និងអង្កត់ផ្ចិតប្រវែង 8cm ដូចរូបខាងស្តាំ។
ចូររកចម្ងាយពីផ្ចិតនៃរង្វង់ទៅអង្កត់ធ្នូ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២១៩

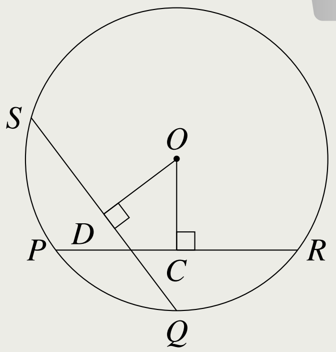
ក្នុងរូបភាពខាងស្តាំនេះ O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់
ដែលមានកាំ 5cm ហើយ $PQ = RS = 6\text{cm}$ ។
ចូររកប្រវែង OY និង OX ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២១៦

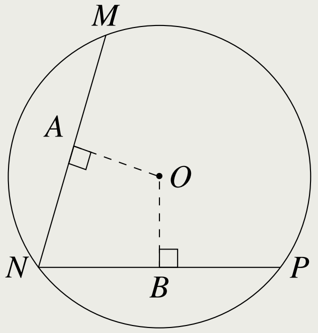
គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ 10cm
ហើយ $PR = QS$ និង $OC = 5\text{cm}$។
ចូរគណនាប្រវែង OD និង PR។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២១៧

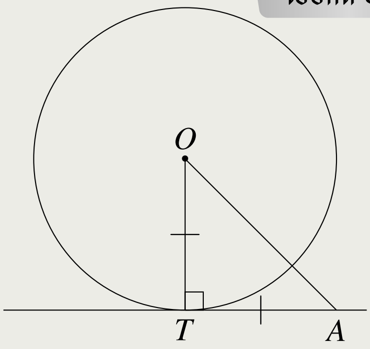
នៅក្នុងរូបភាពខាងស្តាំនេះគេមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់
ហើយ $OA = OB = 5.5\text{cm}$ និង $MN = 9\text{cm}$។
ចូរគណនាប្រវែង NP ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២១៨

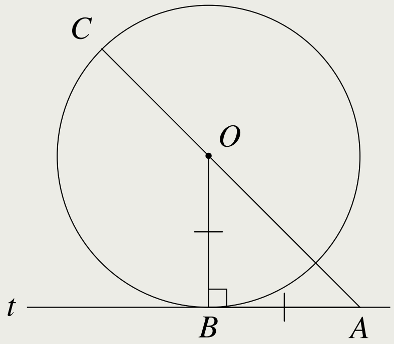
នៅក្នុងរូបខាងស្តាំ O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់។
TA ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ត្រង់ T ដែល $OT = TA$ ។
ចូរគណនារង្វាស់មុំនៃត្រីកោណ OTA ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២១៩

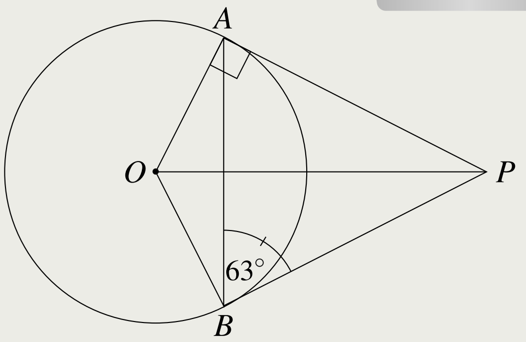
គេមានរង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត O និងកាំស្មើនឹង 2cm ។
A ជាចំណុចមួយនៅក្រៅរង្វង់។ ពីចំណុច A គេគូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ A
និងបន្ទាត់មួយទៀតកាត់តាមផ្ចិត O និងកាត់រង្វង់ត្រង់ C ។
បើគេដឹងថា $AB = OB$ ចូរគណនារង្វាស់ AC ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២២០

O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់មួយ (ដូចរូបខាងស្តាំ)។
PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់។
បើ $\angle ABP = 63^\circ$ ។ ចូរគណនា $\angle AOB$ និង $\angle AOP$ ។



ចម្លើយ

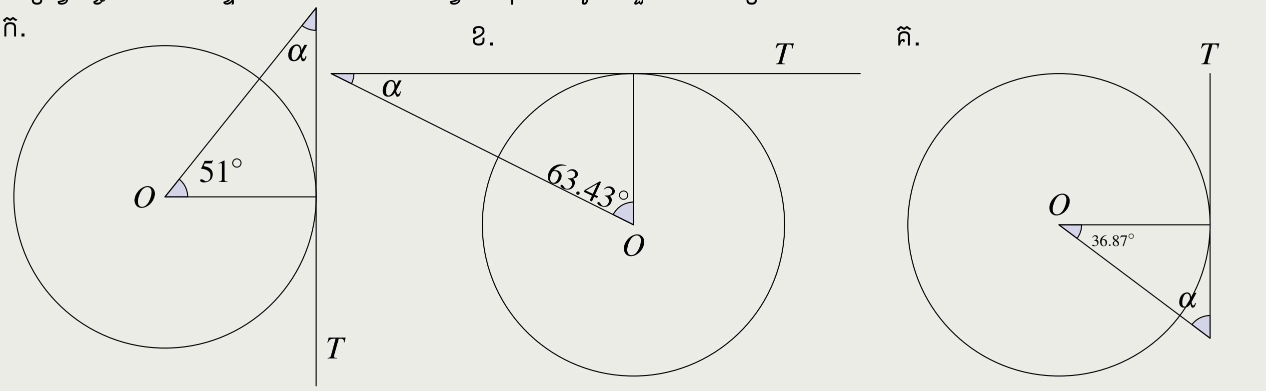
លំហាត់ ២២១

ST និង RT ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $ST = RT = 20\text{cm}$ ។ បើ TQO ជាបន្ទាត់ត្រង់មួយដែល $TQ = 10\text{cm}$ ។ ចូរគណនាកាំនៃរង្វង់ OQ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២២២

គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O និងបន្ទាត់ប៉ះ T ។ គណនារង្វាស់មុំ α នៃរូបនីមួយៗខាងក្រោម៖

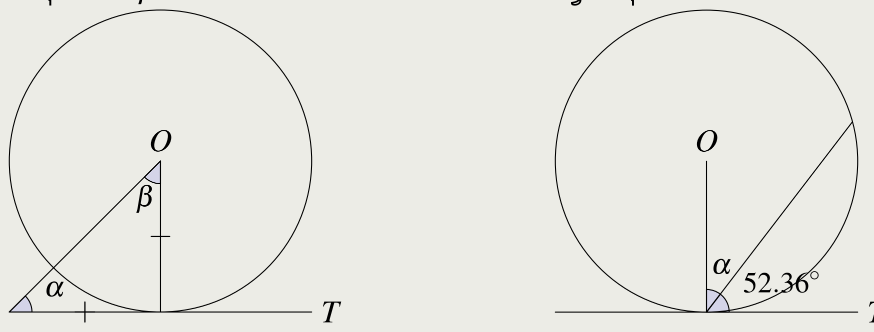


ចម្លើយ

លំហាត់ ២២៣

គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O និងបន្ទាត់ប៉ះ T ។

ក. គណនារង្វាស់មុំ α និង β 　　ខ. គណនារង្វាស់មុំ α

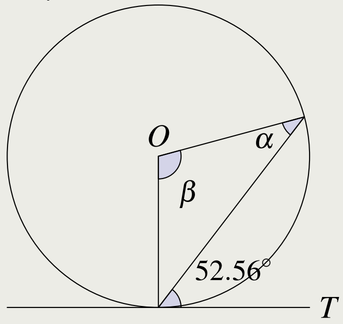


ចម្លើយ

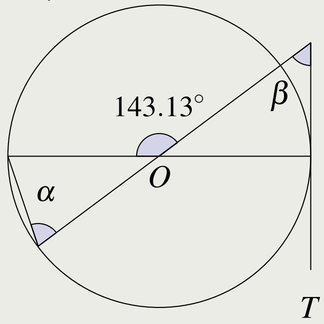
លំហាត់ ២២៨

គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O និងបន្ទាត់ប៉ះ T ។

ក. គណនារង្វាស់មុំ α និង β



ខ. គណនារង្វាស់មុំ α និង β

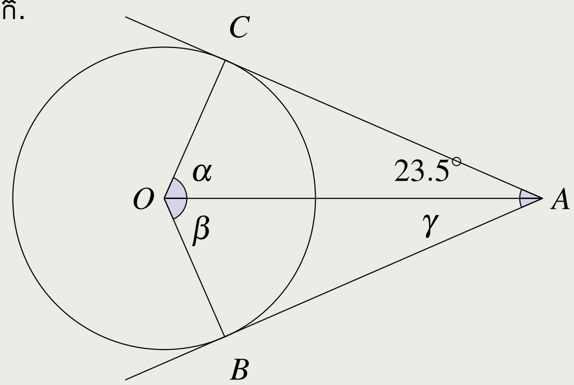


ចម្លើយ

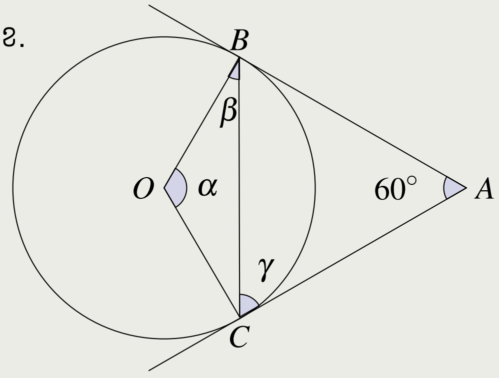
លំហាត់ ២២៩

ក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោមនេះ គេមាន AB និង AC ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ។ គណនារង្វាស់មុំ α, β និង γ ។

ក.



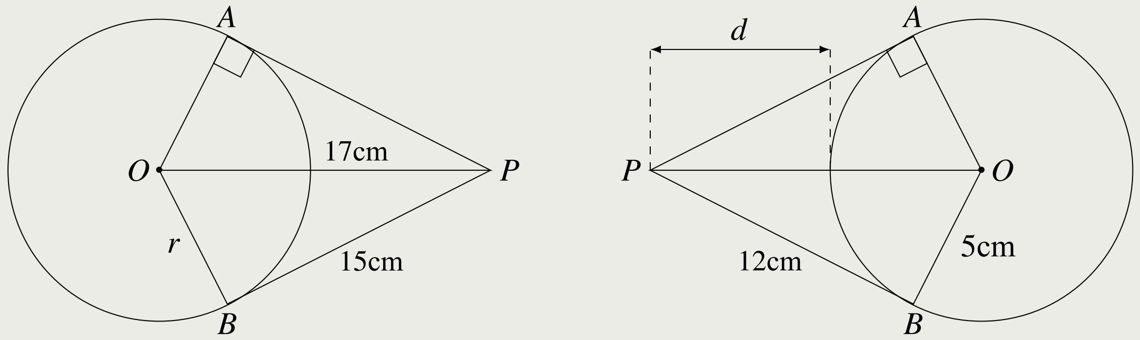
ខ.



ចម្លើយ

លំហាត់ ២២៦

គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមាន PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង B ដូចរូបខាងក្រោម។ ចូរគណនារង្វាស់កាំ r និងរង្វាស់ d ។ រង្វាស់គិតជា cm ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២២៧

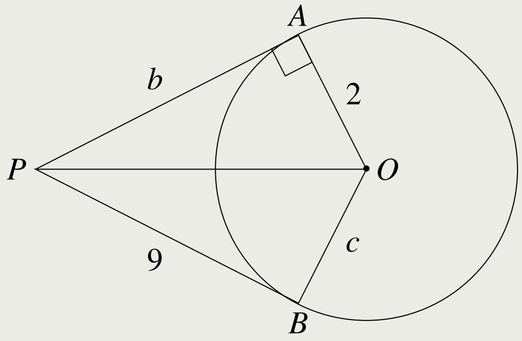
នៅក្នុងរូបខាងស្តាំនេះមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ហើយ PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង B ។ រង្វាស់គិតជា cm ។ ចូរគណនា

ក. រង្វាស់ b។

ខ. រង្វាស់ c។

គ. បរិមាត្រនៃចតុកោណ $OAPB$។

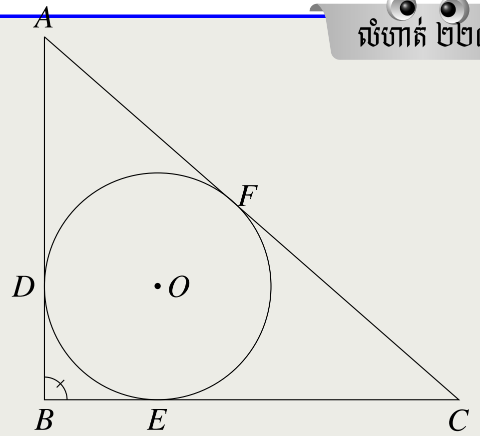
ឃ. ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $OAPB$។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២២៨

ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះមាន AB, BC និង AC ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ D, E និង F ។ ដែល $BD = 5\text{cm}, CE = 15\text{cm}$ និង $AF = 10\text{cm}$ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។



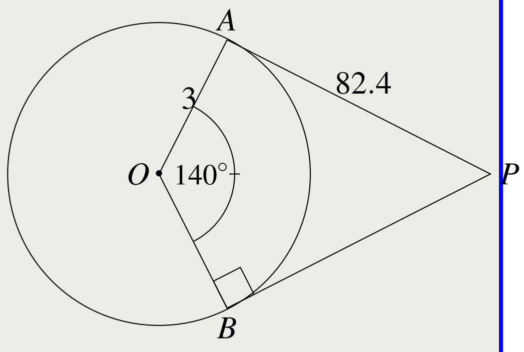
ចម្លើយ

លំហាត់ ២២៩

គេមាន PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងកាំ 3cm ។ គេឲ្យ $AP = 82.4\text{cm}$ និង $\angle AOB = 140^\circ$ ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡា

ក. ចតុកោណ $APBO$ ។

ខ. ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណចម្រៀកថាសតូច AOB យក $\left(\pi = \dfrac{22}{7}\right)$ ។



ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ____________________

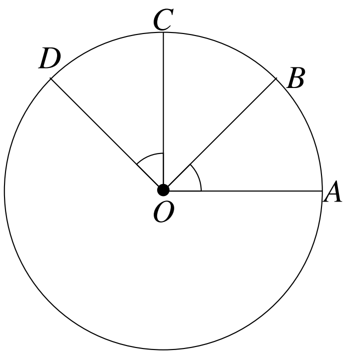
គោត្តនាម នាម ____________________

ភេទ ____________________

លេខរៀង____________________

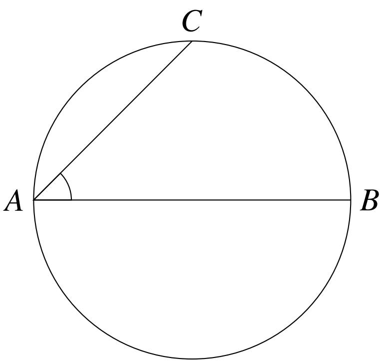
លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់

១៤.១ មុំផ្ចិត



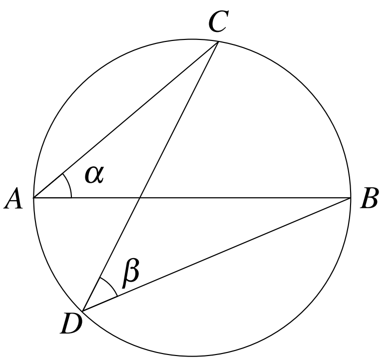
ក្នុងរង្វង់មួយ បើធ្នូពីរមានប្រវែងប៉ុនគ្នា កាលណាមុំផ្ចិតពីរប៉ុនគ្នា ។ មានន័យថា ធ្នូ AB =ធ្នូ CD កាលណា មុំផ្ចិត $\angle AOB =$ មុំផ្ចិត $\angle COD$

១៤.២ មុំចារឹកក្នុងរង្វង់



មុំចារឹកក្នុងរង្វង់គឺជាមុំដែលកំពូលស្ថិតនៅលើរង្វង់ ហើយជ្រុងទាំងពីរកាត់រង្វង់ជាអង្កត់ធ្នូ។ មានន័យថា $\angle BAC$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ហើយ AC និង AB ជាអង្កត់ធ្នូ។

១៤.៣ មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូតែមួយ



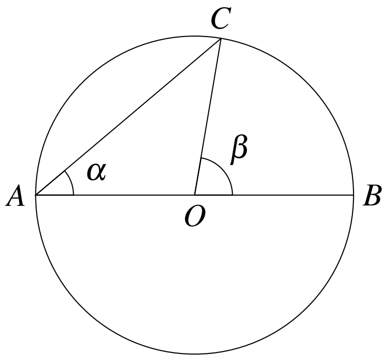
មុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើគ្នាកាលណាមុំទាំងពីរមានធ្នូរួម ។ មានន័យថា $\angle BAC = \angle BDC$

ឬ $\angle\alpha = \angle\beta$ ។

១៤.៤ មុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់

មុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងកន្លះរង្វាស់មុំផ្ចិតដែលស្កាត់ដោយធ្នូរួម ។ មានន័យថា $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$

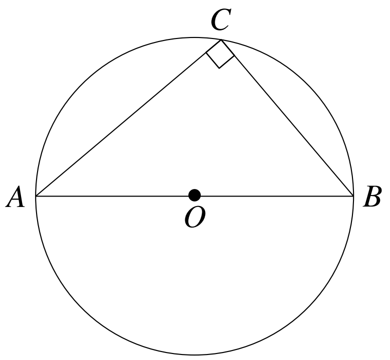
ឬ $2\angle\alpha = \angle\beta$ ។



១៤.៥ មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់

មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់ជាមុំកែង ។

មានន័យថា $\angle ACB = 90^\circ$ និង AB ជាអង្កត់ផ្ចិត ។



១៤.៦ មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

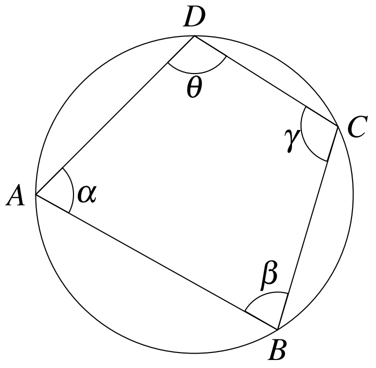
១៤.៦.១ លក្ខណៈមុំឈម

មុំឈមក្នុងចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មួយជាមុំបន្ថែមគ្នា ។

មានន័យថា $\angle ABC + \angle CDA = 180^\circ$

និង $\angle BCD + \angle DAB = 180^\circ$

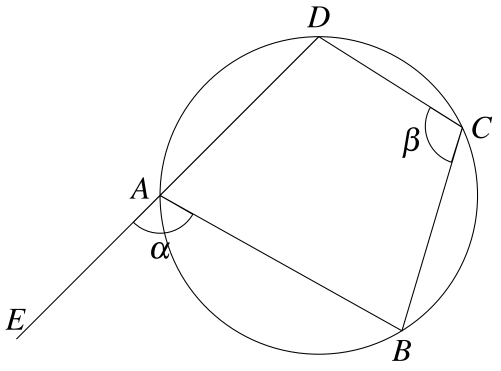
ឬ $\angle\alpha + \angle\gamma = 180^\circ$ និង $\angle\beta + \angle\theta = 180^\circ$ ។



១៤.៧ មុំក្រៅចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

មុំក្រៅចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងមុំឈមវាចារឹកក្នុងចតុកោណនោះ។

មានន័យថា $\angle EAB = \angle BCD$ ឬ $\angle\alpha + \angle\beta$ ។



១៤.៨ លំហាត់

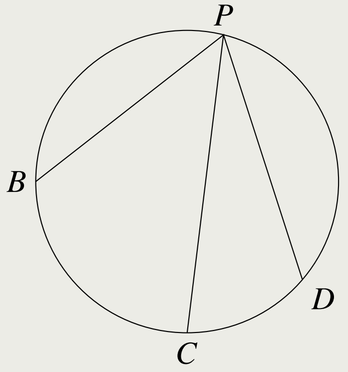
លំហាត់ ២៣០

គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O និង B ជាចំណុចកណ្តាលនៃធ្នូ AC ។ ចូរបង្ហាញថា $\angle AOB = \angle COB$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៣១

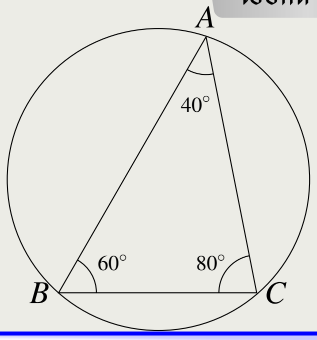
តាមរូប តើមានមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ប៉ុន្មាន ?



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៣២

ចូរគណនារង្វាស់មុំផ្ចិតដែលស្កាត់ដោយធ្នូ AB, AC, BC តាមរូបខាងស្តាំ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៣៣

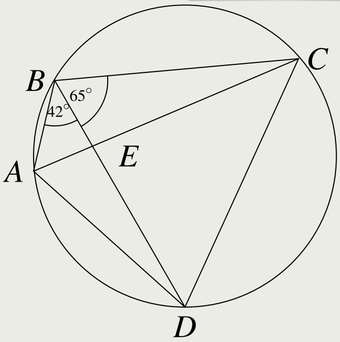
គេឱ្យអង្កត់ធ្នូ $BD = DC, \angle ABD = 42^\circ$ និង $\angle DBC = 65^\circ$ (ដូចរូបខាងស្តាំ)។
ចូរគណនា:

ក. $\angle BDC$

ខ. $\angle BAC$

គ. $\angle DAB$

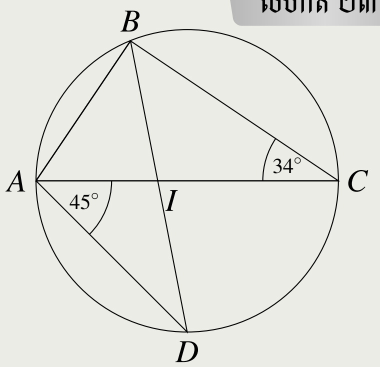
ឃ. $\angle DEC$



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៣៨

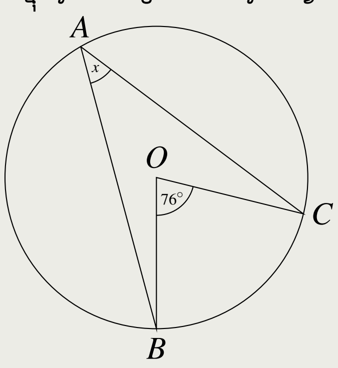
ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះអង្កត់ធ្នូ AC ប្រសព្វនឹង BD ត្រង់ I ។
គេឱ្យ $\angle ACB = 34^\circ$ និង $\angle CAD = 45^\circ$ ។
ចូរគណនា $\angle AIB$ ។



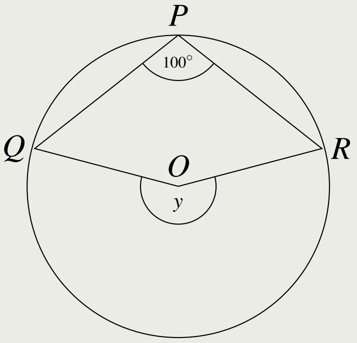
ចម្លើយ

លំហាត់ ២៣៩

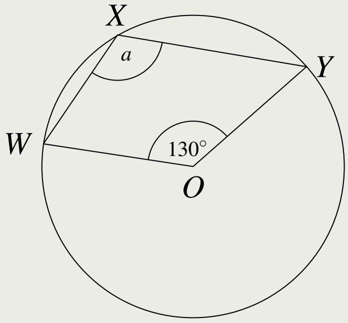
ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ ចូររករង្វាស់មុំ x, y និង a ។



រូប(ក)



រូប(ខ)

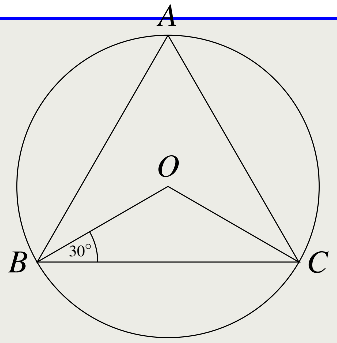


រូប(គ)

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៣៦

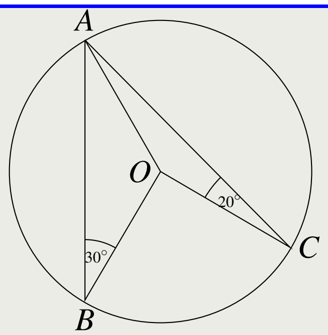
រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle OBC = 30^\circ$ ។
ចូរគណនា $\angle BCO, \angle BOC$ និង $\angle BAC$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៣៧

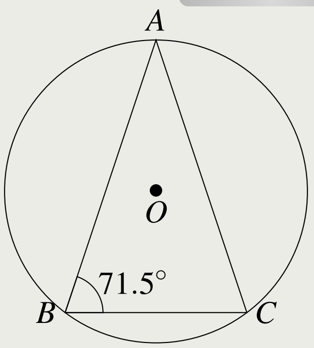
រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle ABO = 30^\circ$ និង $\angle ACO = 20^\circ$ ។
ចូរគណនា $\angle BAC$ និង $\angle BOC$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៣៨

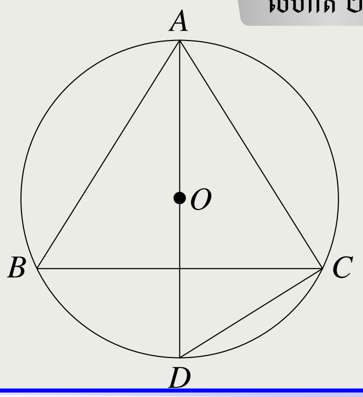
គេឱ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ហើយអង្កត់ធ្នូ $AB = AC$ និង $\angle ABC = 71.5^\circ$ ។
ចូររក $\angle BCA$ និង $\angle AOB$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៣៩

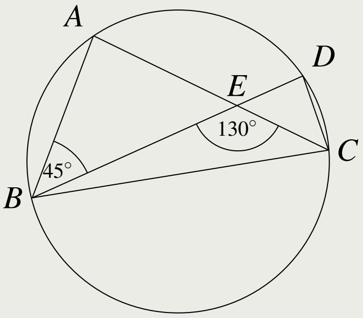
គេឱ្យ $\triangle ABC$ ជាត្រីកោណសម័ង្សចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ។
ចូររក $\angle BCA$, $\angle ADC$, $\angle CAD$, $\angle AOB$ និង $\angle COD$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៤០

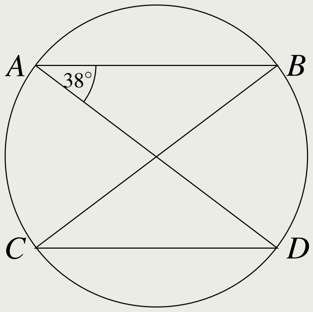
តាមរូបខាងស្តាំនេះ ចូររករង្វាស់មុំ $\angle ACD, \angle BAE$ និង $\angle BDE$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៤១

ក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O គេឱ្យអង្កត់ធ្នូ AB ស្របនឹង CD ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle BCD, \angle ADC$ និង $\angle ABC$ ។

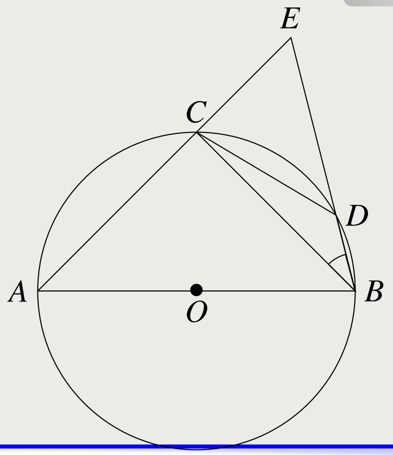


ចម្លើយ

លំហាត់ ២៤២

តាមរូប គេឱ្យ AB ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់។

បើ $\angle CBD = 30^\circ$ នោះបង្ហាញថា $\angle AEB = 60^\circ$ ។

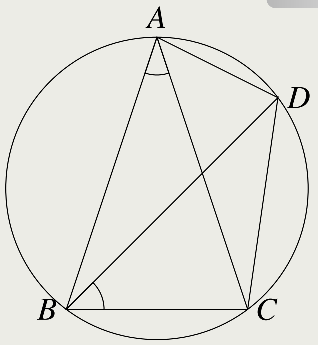


ចម្លើយ

លំហាត់ ២៤៣

គេឱ្យ $ABCD$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ ហើយ AC និង BD ជាអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ $ABCD$ ។

ចូររក $\angle BCD$ បើ $\angle BAC = 37^\circ$ និង $\angle CBD = 45^\circ$ ។

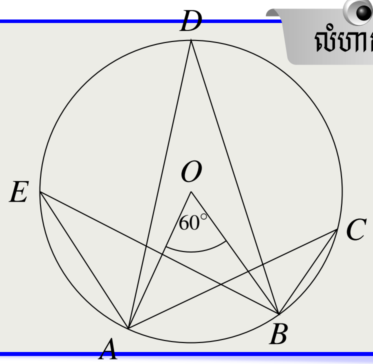


ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៤

រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle AOB = 60^\circ$។

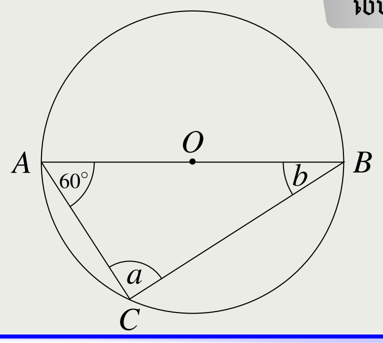
ចូរគណនា $\angle ACB, \angle ADB$ និង $\angle AEB$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៥

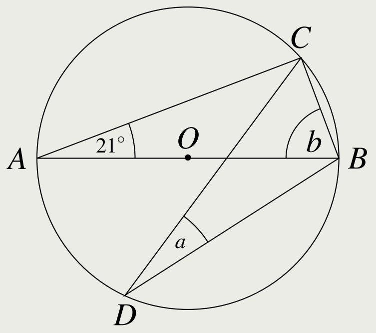
តាមរូប AB ជាអង្កត់ផ្ចិត។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ a និង b ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៤៦

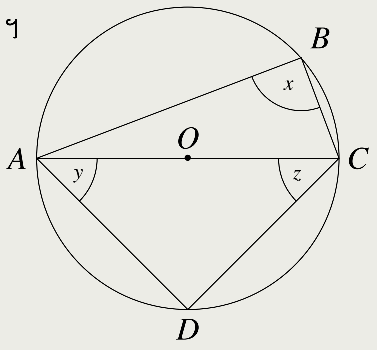
រង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត O និងអង្កត់ផ្ចិត AB ។
ចូរគណនា a និង b (ដូចរូប)។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៤៧

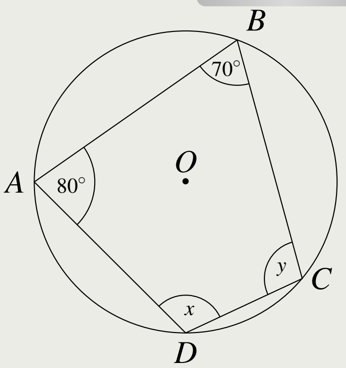
តាមរូបខាងស្តាំនេះគេមានរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងអង្កត់ផ្ចិត AC ហើយ $AD = DC$ ។
ចូរគណនារង្វាស់មុំ x, y, z ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៨

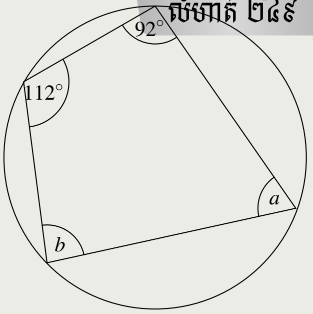
គេឱ្យចតុកោណ $ABCD$ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ដូចរូបខាងស្តាំ។
ចូរគណនារង្វាស់មុំ x និង y ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៩

តាមរូបខាងស្តាំនេះចូរគណនារង្វាស់មុំ a និង b ។



ចម្លើយ

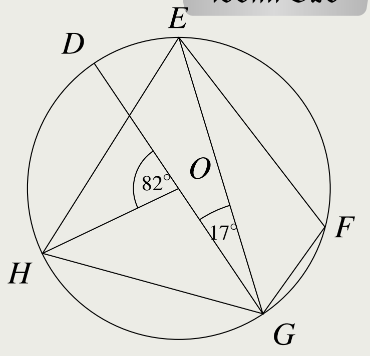
លំហាត់ ២៨០

$EFGH$ គឺជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន EH ស្របទៅនឹង FG ហើយ DG ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់នៃផ្ចិត O ។ គេឱ្យ $\angle DOH = 82^\circ$ និង $\angle DGE = 17^\circ$ ។ ចូរគណនា:

ក. $\angle HEG$

ខ. $\angle HGF$

គ. $\angle FEG$ ។



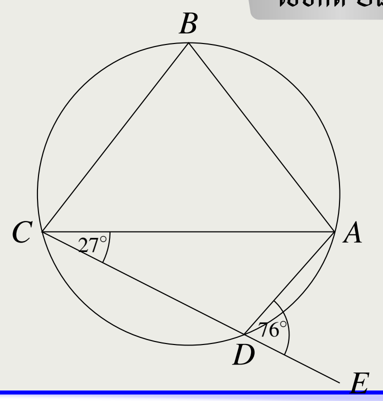
ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨១

គេមានចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ ដែលមាន $AB = BC$ ។ គេបន្លាយ CD ដល់ E ដែលមាន $\angle ACE = 27^\circ$ និង $\angle ADE = 76^\circ$ ។ ចូរគណនា:

ក. $\angle ACB$

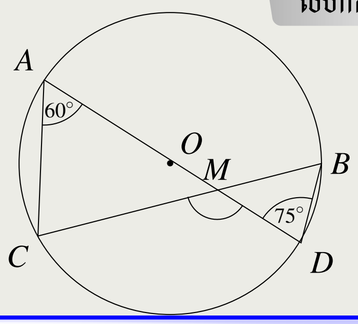
ខ. $\angle BAD$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨២

គេមាន $\angle CMD$ ជាមុំក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ។
គេដឹងថា $\angle CAD = 60^\circ$ និង $\angle ADB = 75^\circ$ ។
ចូរគណនា $\angle CMD$ ។



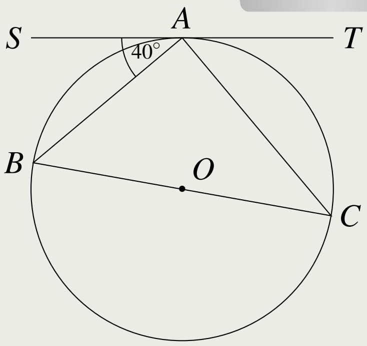
ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៣

ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ គេមាន ST ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រង់ A និង BC ជាអង្កត់ផ្ចិត។
បើ $\angle SAB = 40^\circ$ ។ ចូរគណនា:

ក. $\angle CAT$

ខ. $\angle CBA$ ។



ចម្លើយ

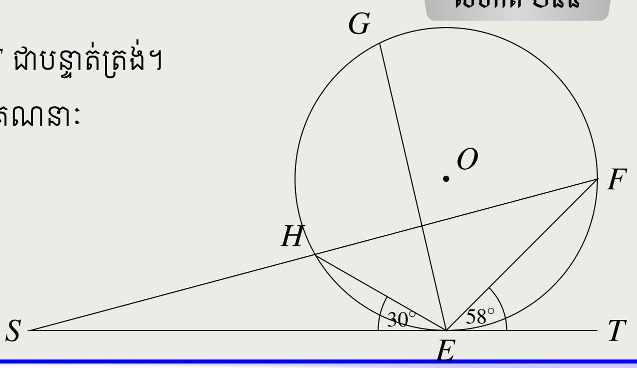
លំហាត់ ២៩៨

គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O និង ST ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រង់ E ហើយ SHF ជាបន្ទាត់ត្រង់។

គេឱ្យ $FG = FE, \angle HES = 30^\circ$ និង $\angle FET = 58^\circ$ ។ ចូរគណនា:

ក. $\angle GFE$

ខ. $\angle HSE$ ។



ចម្លើយ

- -

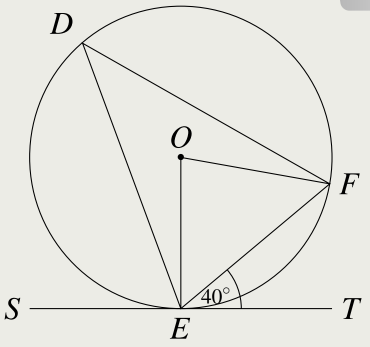
លំហាត់ ២៩៩

គេឱ្យរង្វង់មានផ្ចិត O និង ST ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រង់ E ។

គេឱ្យអង្កត់ $DE = DF$ និង $\angle FET = 40^\circ$ ។ ចូរគណនា៖

ក. $\angle EOF$

ខ. $\angle DES$ ។



ចម្លើយ

- -

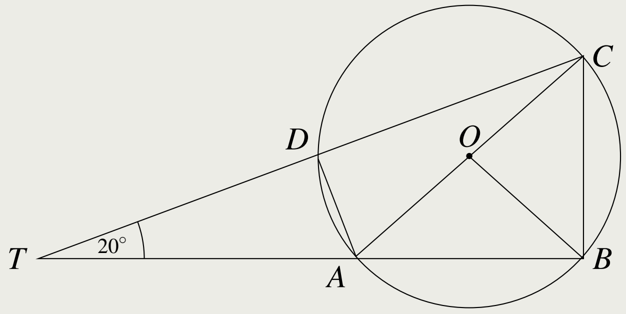
លំហាត់ ២៨៦

ក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង AC ជាអង្កត់ផ្ចិត។
គេបន្លាយអង្កត់ធ្នូ BA និង CD ជួបគ្នាត្រង់ T
ហើយ $AT = AC$ និង $\angle ATD = 20^\circ$ ។
ចូរគណនារង្វាស់មុំ:

ក. $\angle ADB$

ខ. $\angle BOC$

គ. $\angle BDC$ ។



ចម្លើយ

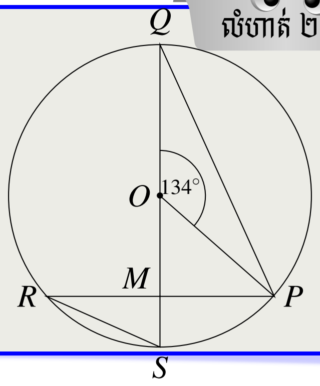
លំហាត់ ២៨៧

ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត QS ។ ប្រសព្វនឹងអង្កត់ធ្នូ PR ត្រង់ M
ចំណុចកណ្តាលនៃ PR ។ គេឱ្យ $\angle POQ = 134^\circ$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ:

ក. $\angle PRQ$

ខ. $\angle RPQ$

គ. $\angle RSQ$ ។



ចម្លើយ

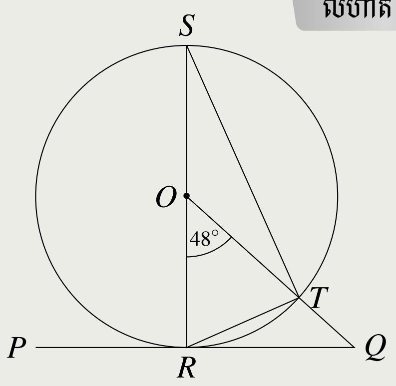
លំហាត់ ២៨៨

គេមានរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង PQ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ R ។
RS ជាអង្កត់ផ្ចិតនិង $\angle ROQ = 48^\circ$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ:

ក. $\angle OQR$

ខ. $\angle RST$

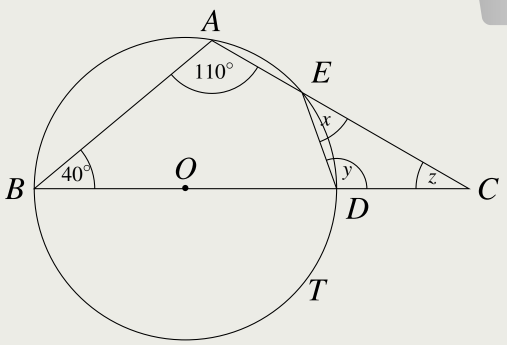
គ. $\angle TRQ$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៩

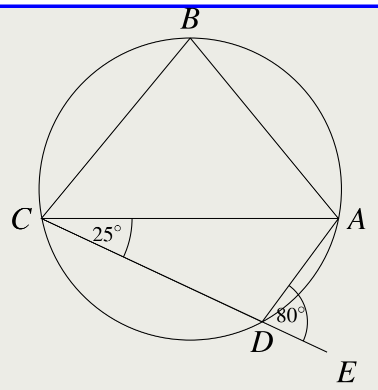
គេមានរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង ABC ជាត្រីកោណ។
បើរង្វង់កាត់ BC ត្រង់ D និង AC ត្រង់ E
ចូរគណនារង្វាស់មុំ x, y និង z ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៦០

គេមានរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង ABC ជាត្រីកោណ។
បើរង្វង់កាត់ BC ត្រង់ D និង AC ត្រង់ E
ចូរគណនារង្វាស់មុំ x, y និង z ។



ចម្លើយ

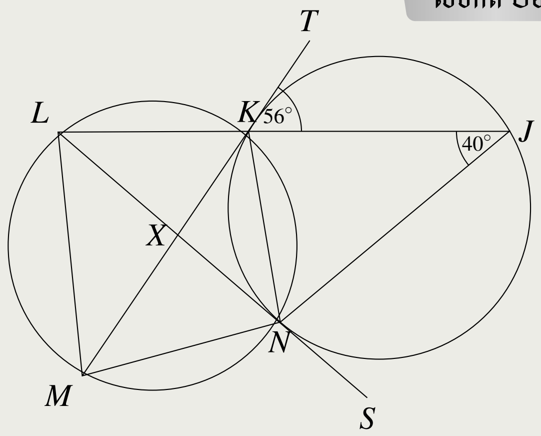
លំហាត់ ២៦១

គេមាន $TKXM$ និង $SNXL$ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់មួយដូចរូបខាងស្តាំ។
JKL ស្ថិតលើបន្ទាត់តែមួយនិង $\angle TKJ = 56^\circ$ ហើយ $\angle 40^\circ$ ។
ចូរគណនារង្វាស់មុំ:

ក. $\angle MLN$

ខ. $\angle LMN$

គ. $\angle KLN$



ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ______________________

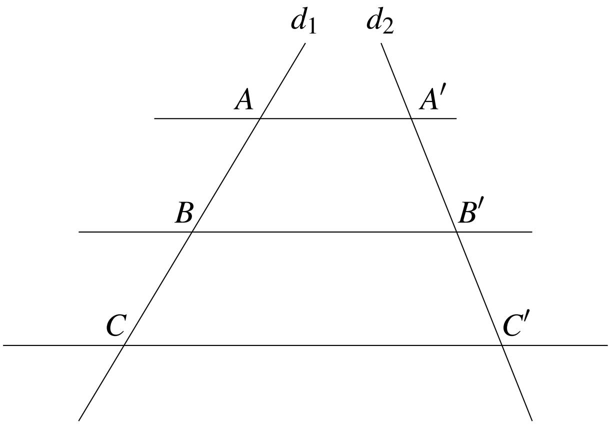
គោត្តនាម នាម __________________

ភេទ _________________________

លេខរៀង______________________

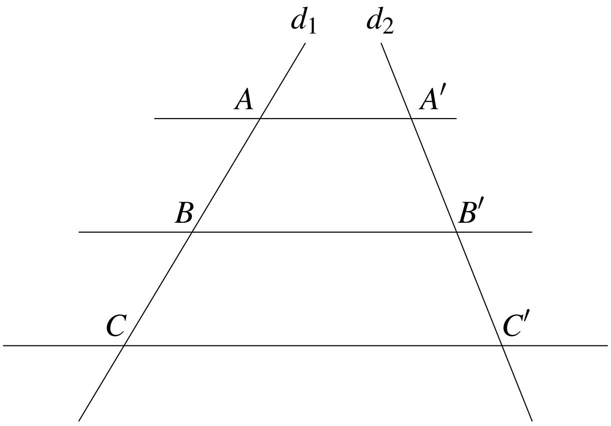
ទ្រឹស្តីបទតាលែស

១៥.១ បន្ទាត់ស្របនិងខ្វាត់



គេមានបន្ទាត់ $(AA') \parallel (BB') \parallel (CC')$ ហើយបន្ទាត់ (d_1) និង (d_2) ជាខ្វាត់ ។

១៥.២ ទ្រឹស្តីបទតាលែស



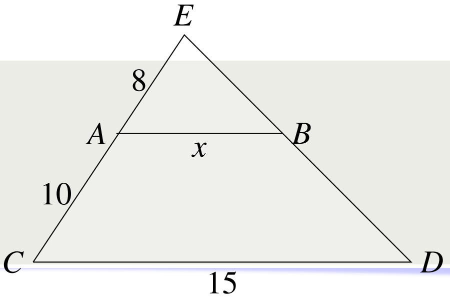
គេមានបន្ទាត់ $(AA') \parallel (BB') \parallel (CC')$
នោះគេបាន $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{BC}{B'C'}$ ។

១៥.៣ អនុវត្តន៍ក្នុងត្រីកោណនិងចតុកោណ

១៥.៣.១ អនុវត្តន៍ក្នុងត្រីកោណ

ឧទាហរណ៍ ៦២

ក្នុងត្រីកោណមួយមាន $AB \parallel DC$ ។ ចូរគណនាតម្លៃ x គិតជា cm ។



ចម្លើយ៖ គណនា x

ដោយ $AB \parallel DC$

គេបាន $\dfrac{EA}{AC} = \dfrac{AB}{CD}$

$$\frac{8}{10} = \frac{x}{15}$$

$$x = \frac{15 \times 8}{10} = 12$$

ដូចនេះ៖ $x = 12\text{cm}$

១៥.៣.២ អនុវត្តន៍ក្នុងចតុកោណព្នាយ

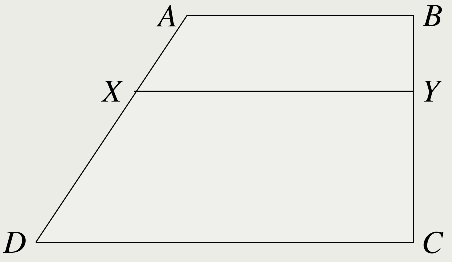
ឧទាហរណ៍ ៦៣

គឱ្យ $AB \parallel XY \parallel DC$

បើ $AX = 3\text{dm}, BC = 9\text{dm}$

និង $XD = 8\text{dm}$ ។

ចូរគណនា BY និង YC ។



ចម្លើយ៖ គណនា BY និង YC

- ដោយ $AB \parallel XY \parallel DC$

  គេបាន $\dfrac{BY}{BC} = \dfrac{AX}{AD}$ នាំឱ្យ $BY = \dfrac{AX \times BC}{AD}$

  $$= \frac{3 \times 9}{11}$$

  $$= 2.45\text{dm}$$

- ដោយ $AB \parallel XY \parallel DC$

  គេបាន $\dfrac{YC}{XD} = \dfrac{BC}{AD}$ នាំឱ្យ $YC = \dfrac{XD \times BC}{AD}$

  $$= \frac{8 \times 9}{11}$$

  $$= 6.54\text{dm}$$

ដូចនេះ៖ $BY = 2.45\text{dm}$ និង $YC = 6.54\text{dm}$

១៥.៤ លំហាត់

លំហាត់ ២៦២

p ជាចំណុចមួយនៃអង្កត់ AB ។ ចូរសង់ p ដើម្បីឱ្យបាន $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{5}$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៦៣

ចូរចែកអង្កត់ AB ដែល $AB = 6\text{cm}$ ជាប្រាំចំណែកស្មើគ្នា ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៦៤

ចូរចែកអង្កត់ AB ដែល $AB = 11\text{cm}$ ជាអង្កត់សមាមាត្រនឹង $3 \quad 4 \quad 5$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៦៥

ចូរចែកអង្កត់ AB ដែល $AB = 12\text{cm}$ ជាអង្កត់សមាមាត្រនឹង $3 \quad 5 \quad 7$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៦៦

គេឱ្យ $AB = 7\text{cm}$ ចូរកំណត់ចំណុច C ដែកចែកអង្កត់ AB តាមផលធៀប $\frac{3}{5}$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៦៧

គេឱ្យ $AB = 9\text{mm}$ ចូរកំណត់ចំណុច C និង D ដែលចែកអង្កត់ AB តាមផលធៀប $\frac{5}{2}$ ។

ចម្លើយ

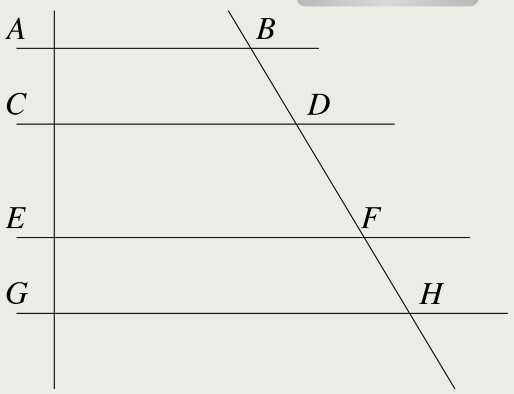
លំហាត់ ២៦៨

គេមាន $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH$ ដូចរូបខាងស្តាំ ។

ក. ចូរគណនា DF និង FH បើ $AC = 6\text{cm}, CE = 12\text{cm}, EG = 4\text{cm}$ និង $BD = 9\text{cm}$ ។

ខ. ចូរគណនា BD, DF និង FH បើ $AC = 6\text{cm}, CE = 12\text{cm}, EG = 4\text{cm}$ និង $HB = 33\text{cm}$ ។

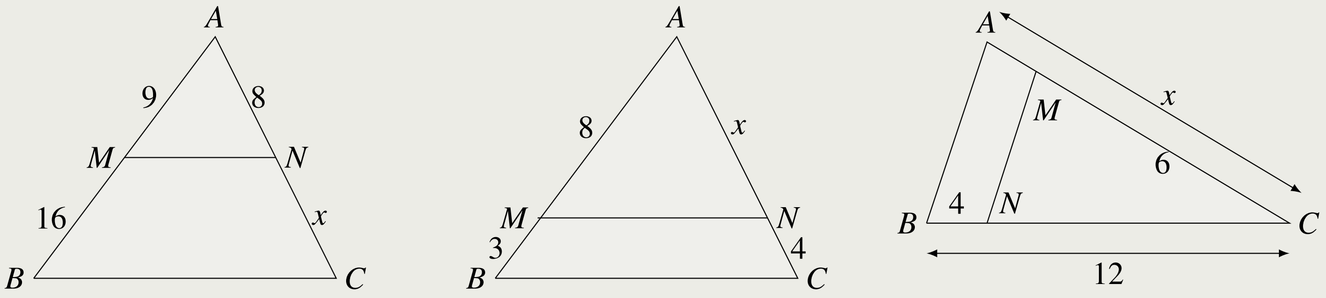
គ. ចូរគណនា DF និង CG បើ $AC = 6\text{cm}, CE = 12\text{cm}, DB = 8\text{cm}$ និង $FH = 6\text{cm}$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៦៩

គេឱ្យ $(AB) \parallel (MN)$ ចូរគណនាប្រវែង x ក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោម។



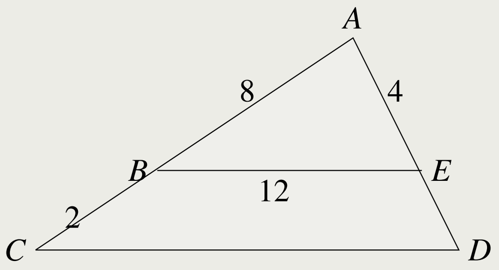
ចម្លើយ

លំហាត់ ២៧០

តាមរូបខាងស្តាំគេមាន $BE \parallel CD$ ។

ចូរគណនាប្រវែង ED និង CD ។

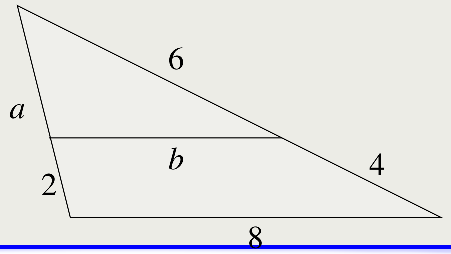
រង្វាស់គិតជា cm ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៧១

ចូរគណនា a និង b តាមរូបខាងស្តាំនេះ។
រង្វាស់ជា cm ។



ចម្លើយ

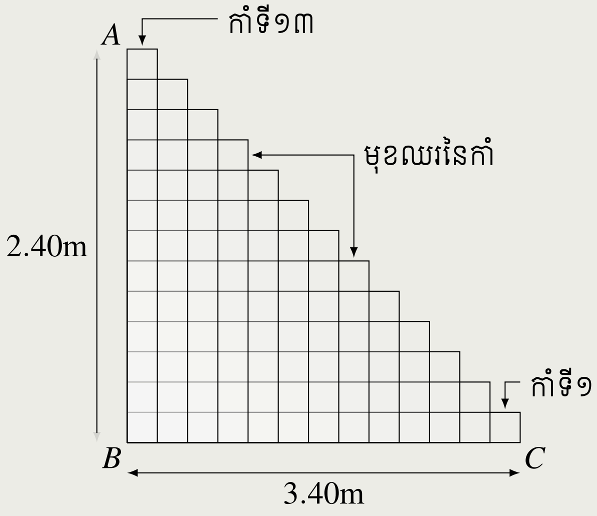
លំហាត់ ២៧២

គេចង់សង់ជណ្តើរមួយដែលមាន 13 កាំ
កម្ពស់ 2.40m និងប្រវែង 3.40m ។

ក. ចូរសង់ត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ B នៅក្នុងប្លង់ដែលមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{20}$ ដោយយក AB ជាជ្រុងឈរនិង BC ជាជ្រុងដេក។

ខ. តើគេត្រូវចែក AB ជាប៉ុន្មានផ្នែក ដើម្បីកំណត់ទីតាំងកម្ពស់នៃកាំនីមួយៗ។
តើគេត្រូវចែក BC ជាប៉ុន្មានផ្នែក ដើម្បីកំណត់ទីតាំងមុខឈរនៃកាំនីមួយៗ។

គ. ធ្វើវិធីចែក AB និង BC ។ ចំណាំមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{20}$ មានន័យថាប្រវែង 1cm នៅក្នុងប្លង់ស្មើនឹងប្រវែង 20cm នៃរង្វាស់ពិត។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៧៣

គេឱ្យកន្លះបន្ទាត់ពីរ OX និង OY ។ លើ OX គេដៅចំណុច I និង J ដែល $OI = 2\text{cm}$ និង $IJ = 3\text{cm}$ នៃរង្វាស់ពិត។ លើ OY ដៅចំណុច I', J' ដែល $OI' = 3\text{cm}$ និង $I'J' = 4.5\text{cm}$ ។ តើបន្ទាត់ II' និង JJ' ស្របគ្នាឬទេ ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៧៤

គេឱ្យចតុកោណ $ABCD$ មួយនិង E ជាចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរ។ តាម E គូសបន្ទាត់ស្របនឹង BC ដែលកាត់តាម AB ត្រង់ F ។ តាម E គូសបន្ទាត់ស្របនឹង CD ដែលកាត់ AD ត្រង់ G ។

ក. សរសេរទ្រឹស្តីបទតាលែសក្នុងត្រីកោណ AGE និង ADC រួចក្នុងត្រីកោណ AFE និង ABC ។

ខ. ចូរបង្ហាញថា $FG \parallel BD$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៧៥

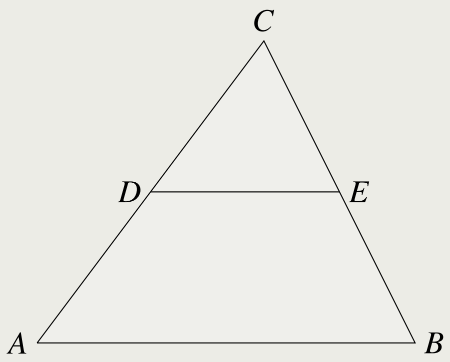
គ្រូនាំសិស្សចេញមកក្រៅថ្នាក់ដើម្បីអនុវត្តវាស់កម្ពស់ដើមឈើមួយដើមដែលឋិតក្នុងទីធ្លាសាលា។ ដោយឱ្យសិស្សម្នាក់យកបង្គោលមួយដើមដែលមានប្រវែង 1m មកដាក់ក្នុងម្លប់ដើមឈើនោះ ហើយរំកិលឱ្យស្រមោលនៃចុងបង្គោលនិងស្រមោលនៃចុងឈើត្រួតស៊ីគ្នា។ ចូរគណនាកម្ពស់នៃដើមឈើ។

ចម្លើយ

ក្នុងត្រីកោណ ABC គេមាន $DE \parallel AB$ ។

ចូរបំពេញក្នុងតារាងខាងក្រោម:

	AD	DC	BE	EC		
ក	3	2	6	$\cdots$		
ខ	7	3	$\cdots$	5		
គ	2	$\cdots$	3	4		
	AD	DC	AC	BE	EC	BC
ឃ	$\cdots$	8	20	$\cdots$	$\cdots$	15
ង	12	$\cdots$	30	9	$\cdots$	$\cdots$



ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ____________________

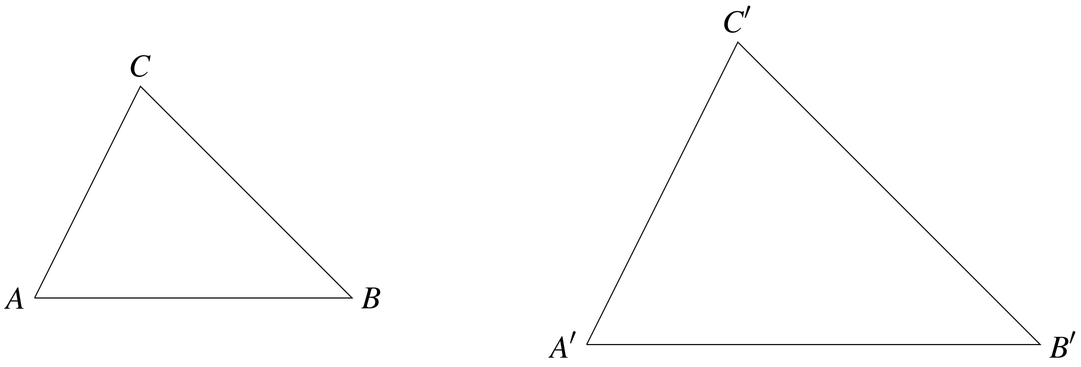
គោត្តនាម នាម ____________________

ភេទ ____________________

លេខរៀង____________________

ត្រីកោណដូចគ្នា

១៦.១ ត្រីកោណដូចគ្នា



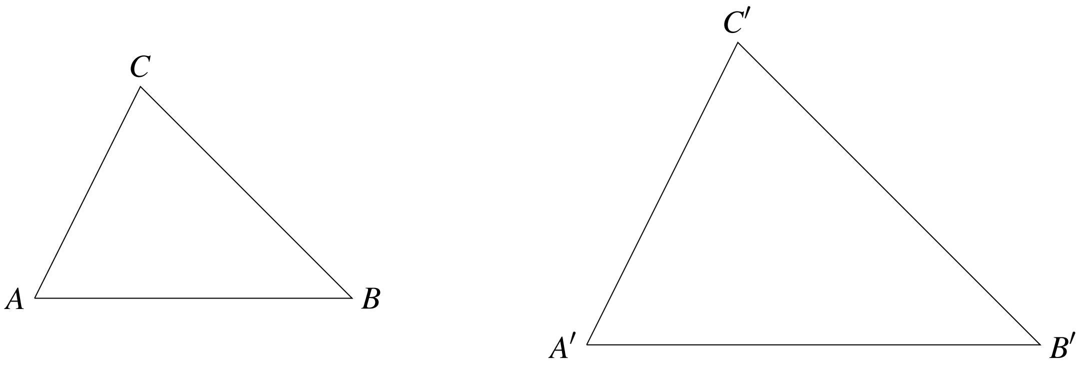
ត្រីកោណ ABC ដូចនឹងត្រីកោណ $A'B'C'$ កាលណាវាមានៈ

- មុំទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា
- ជ្រុងទាំងបីសមមាត្ររៀងគ្នា
- ផលធៀបសមមាត្រ ហៅថា ផលធៀបដំណូច។

គេកំណត់សរសេរដោយ $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ កាលណា $\begin{cases} \angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C' \\ \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{BC}{B'C'} = k \end{cases}$

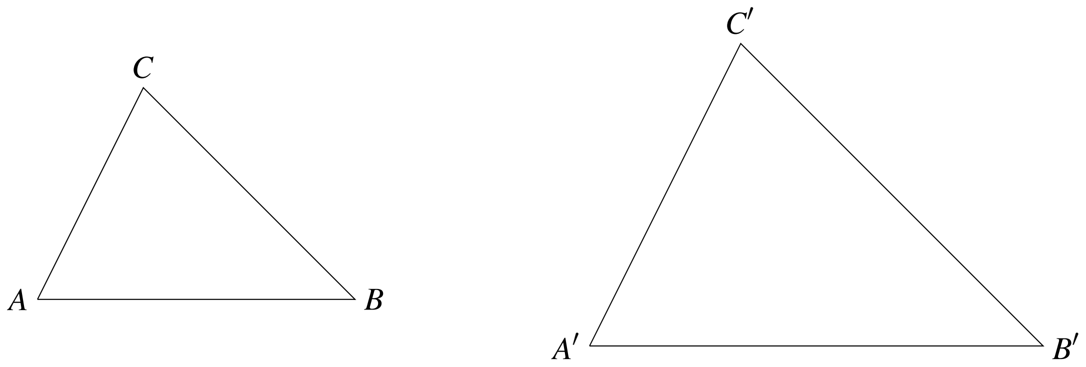
១៦.២ ករណីដំណូច

១៦.២.១ ករណីដំណូច ម.ម



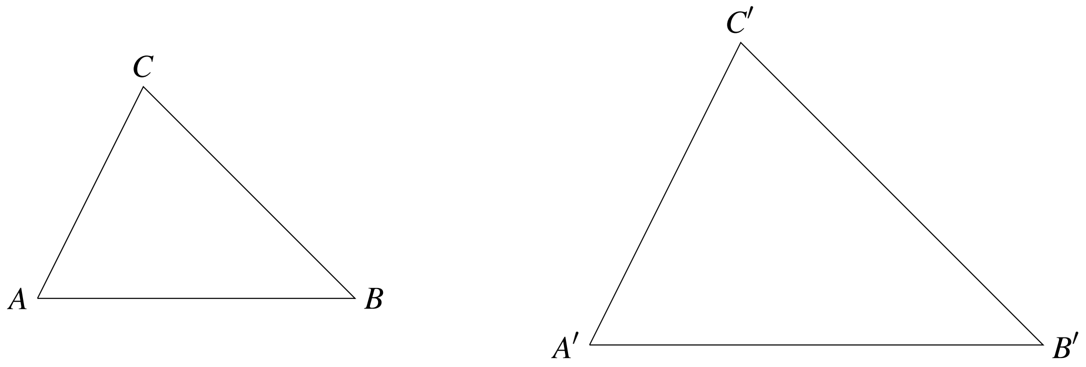
ត្រីកោណពីរដូចគ្នាកាលណា មានមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា ។ មានន័យថា $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ កាលណា $\angle A = \angle A', \angle B = \angle B'$ ឬ $\angle A = \angle A', \angle C = \angle C'$ ឬ $\angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$ ។

១៦.២.២ ករណីដំណូច ជ.ម.ជ



ត្រីកោណពីរដូចគ្នាកាលណា មានមុំមួយប៉ុនរៀងគ្នានិង អមដោយជ្រុងពីរសមមាត្ររៀងគ្នា ។ មានន័យថា $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ កាលណា $\angle = C\angle C'$ និង $\dfrac{CA}{C'A'} = \dfrac{CB}{C'B'} = k$

១៦.២.៣ ករណីដំណូច ជ.ជ.ជ



ត្រីកោណពីរដូចគ្នាកាលណា មានមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា ។ មានន័យថា $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ កាលណា $\angle A = \angle A', \angle B = \angle B'$ ឬ $\angle A = \angle A', \angle C = \angle C'$ ឬ $\angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$ ។

១៦.៣ ទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែង

១៦.៣.១ សង្ខេបរូបមន្ត

ក្នុងត្រីកោណកែង BAC កែងត្រង់ A ដែល $BC = a, AC = c, AB = b$ គេបាន:

១. $AC^2 = BC \times HC$ ឬ $c^2 = an$

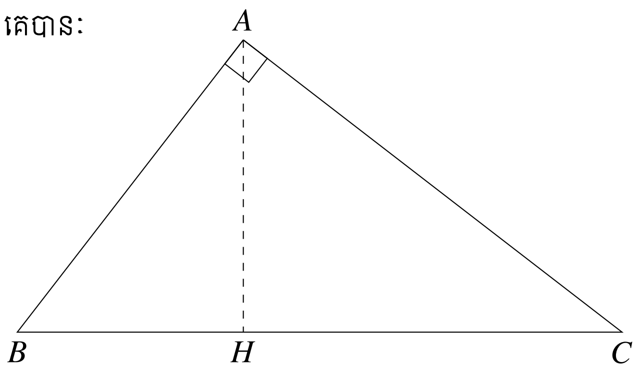
$AB^2 = BC \times HB$ ឬ $b^2 = am$

២. $HA^2 = HC \times HB$ ឬ $h^2 = nm$

៣. $AB \times AC = BC \times AH$ ឬ $bc = ah$

៤. $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ឬ $a^2 = b^2 + c^2$

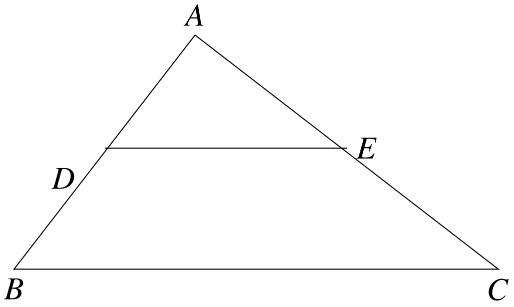
៥. $\dfrac{1}{AC^2} + \dfrac{1}{BA^2} = \dfrac{1}{HA^2}$ ឬ $\dfrac{1}{c^2} + \dfrac{1}{b^2} = \dfrac{1}{h^2}$



ឧទាហរណ៍ ៦៤

ក្នុងត្រីកោណ ABC មានចំណុច D និង E ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃជ្រុង AB និង AC ដែល $DE \parallel BC$ ។ ចូរបង្ហាញថា ADE និង ABC ជាត្រីកោណដូចគ្នា។

ចម្លើយ៖ ដោយ $DE \parallel BC$ (សម្មតិកម្ម)



គេបាន $\angle D = \angle B$ (មុំត្រូវគ្នា)

$\angle E = \angle C$ (មុំត្រូវគ្នា)

$\angle A$ (មុំរួមនៃត្រីកោណទាំងពីរ)

តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស

គេបាន $DE \parallel BC$ នាំឱ្យ $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{DE}{BC} = \dfrac{1}{2}$

ត្រីកោណ ADE និង ABC មានមុំបីប៉ុនរៀងគ្នា ហើយជ្រុងទាំងបីសមមាត្ររៀងគ្នាជាត្រីកោណដូចគ្នា។

ដូចនេះ៖ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

ឧទាហរណ៍ ៦៥

គេមាន $\triangle ABC$ និង $\triangle DEF$ ដែល $\angle 45^\circ, \angle B = 64^\circ, \angle D = 45^\circ$ និង $\angle E = 71^\circ$ ។ ចូរបង្ហាញថា $\triangle ABC$ និង $\triangle DFE$ ជាត្រីកោណដូចគ្នា។

ចម្លើយ៖ ត្រីកោណ ABC មាន $\angle C = 180^\circ - (64^\circ + 45^\circ)$

$= 180^\circ - 109^\circ$

$= 71^\circ$

ត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ DFE

មាន $\angle A = \angle D = 45^\circ$

$\angle C = \angle E = 71^\circ$

នាំឱ្យ $\triangle ABC \sim \triangle DFE$ (តាមករណីដំណូច ម.ម)

ដូនេះ៖ $\triangle ABC \sim \triangle DFE$

ឧទាហរណ៍ ៦៦

គេមានបន្ទាត់ PH និង FM កែងគ្នាត្រង់ H ដែល $FH = 2HM$ និងN ជាចំណុចកណ្តាលនៃ PH ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\triangle PHF \sim \triangle NHM$ ។

ចម្លើយ៖ ត្រីកោណទាំងពីរមានមុំមួយស្មើនឹង 90°

គេបាន $PH \perp FM$ (សម្មតិកម្ម)

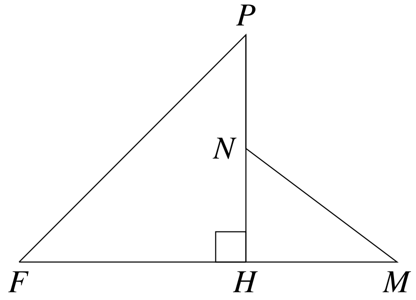
ម្យ៉ាងទៀត $FH = 2HM$ នាំឱ្យ $\dfrac{HM}{HF} = \dfrac{1}{2}$ (1)

ដោយ N ជាចំណុចកណ្តាលនៃ PH

គេបាន $\dfrac{NH}{PH} = \dfrac{1}{2}$ (2)

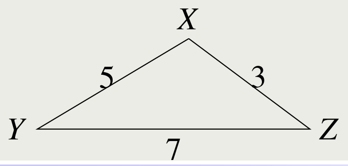
តាម (1) និង (2) យើងបាន $\dfrac{HM}{HF} = \dfrac{NH}{PH} = \dfrac{1}{2}$

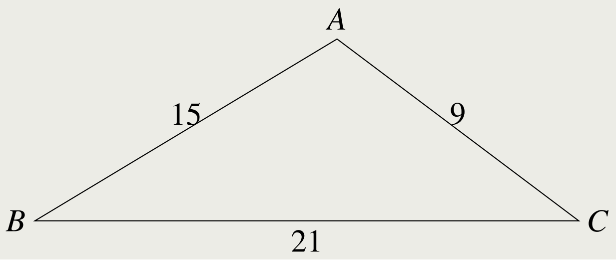
ដូចនេះ៖ $\triangle PHF \sim \triangle NHM$ (ករណីដំណូច ជ.ម.ជ)



ឧទាហរណ៍ ៦៧

តាមរូប បង្ហាញថា $\triangle ABC$ និង $\triangle XYZ$ ដូចគ្នា។





ចម្លើយ៖ គេមាន $\frac{XY}{AB}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

$\frac{YZ}{BC}=\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$

$\frac{ZX}{CA}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

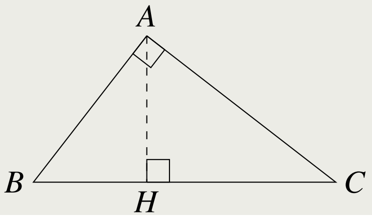
គេបាន $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$ (ករណីដំណូច ជ.ជ.ជ)

ឧទាហរណ៍ ៦៨

គេឱ្យត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A

ដែល $AB=3\text{cm}$ និង $AC=4\text{cm}$ ។

ចូរគណនាប្រវែង BC, AH, HB និង HC ។



ចម្លើយ៖

- គណនា BC

  ក្នុង $\triangle ABC$ គេមាន $AB=3\text{cm}, AC=4\text{cm}$

  តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន $BC^2=AB^2+AC^2=3^2+4^2=9+16$

  $$BC^2=25=5^2$$

  $$BC=\sqrt{5^2}=5$$

  ដូចនេះ៖ $BC=5\text{cm}$

- គណនា AH

  ក្នុង $\triangle ABC$ តាមទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់និងជ្រុង

  គេបាន $BC\times AH=AB\times AC$ ឬ $AH=\frac{AB\times AC}{BC}=\frac{3\times 4}{5}=2.4$

  ដូចនេះ៖ $AH=2.4\text{cm}$

- គណនា HB

  ក្នុង $\triangle ABC$ តាមទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់និងជ្រុង

  គេបាន $BC\times HB=AB^2$ ឬ $HB=\frac{AB^2}{BC}=\frac{3^2}{5}=\frac{9}{5}=1.8$

  ដូចនេះ៖ $HB=1.8\text{cm}$

- គណនា HC

  ក្នុង $\triangle ABC$ តាមទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់និងជ្រុង

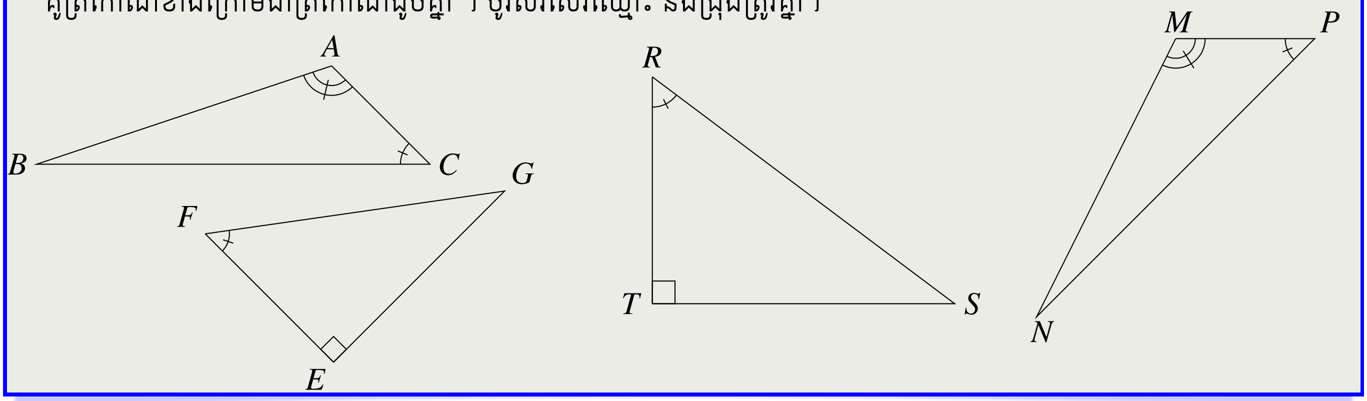
  គេបាន $BC\times HC=AC^2$ ឬ $HC=\frac{AC^2}{BC}=\frac{4^2}{5}=\frac{16}{5}=3.2$

  ដូចនេះ៖ $HC=3.2\text{cm}$

១៦.៤ លំហាត់

លំហាត់ ២៧៧

គូត្រីកោណខាងក្រោមជាត្រីកោណដូចគ្នា ។ ចូរសរសេរឈ្មោះ និងជ្រុងត្រូវគ្នា។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៧៨

គេឱ្យ $\angle S = 37^\circ, \angle R = \angle K = 58^\circ$ និង $SR = 72\text{m}, SK = 168\text{m}$ និង $TR = 54\text{m}$ ។

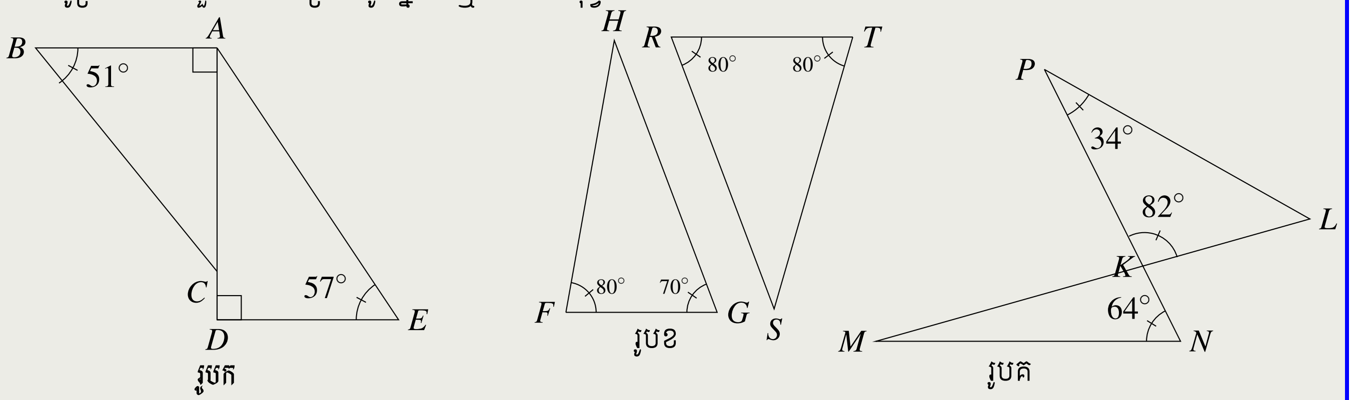
ក. ចូរបង្ហាញថាត្រីកោណ SPK ដូចត្រីកោណ STR ។

ខ. ចូររកប្រវែង PK ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៧៩

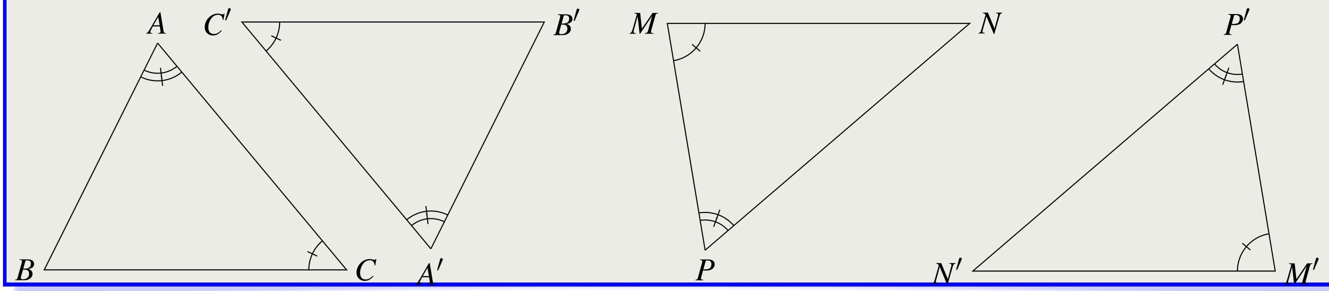
តើគូត្រីកោណនីមួយៗខាងក្រោមដូចគ្នាដែរឬទេ? ហេតុអ្វី?



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨០

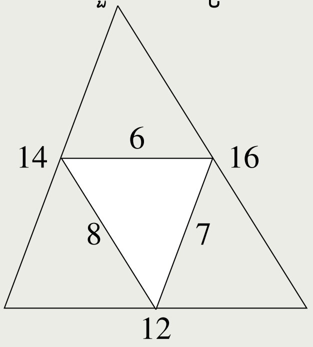
ចូរប្រៀបធៀប $\triangle ABC$ និង $\triangle A'B'C'$, $\triangle PMN$ និង $\triangle P'M'N'$ រួចសរសេរផលធៀបដំណូច (រូបខាងក្រោម)។



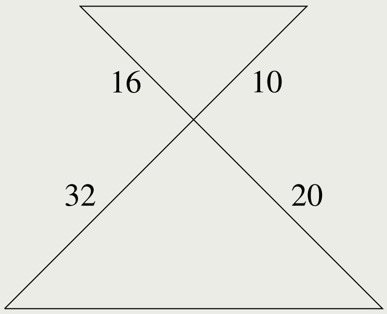
ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨១

តើគូត្រីកោណនីមួយៗខាងក្រោមនេះជាត្រីកោណដូចគ្នាដែរឬទេ? ហេតុអ្វី?



រូប(ក)



រូប(ខ)

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨២

គេឱ្យចតុកោណព្នាយ $ABCD$ បន្លាយជ្រុងទ្រេត AD និង BC កាត់គ្នាត្រង់ F ដោយស្គាល់ $FD : FA = 8 : 5$ និង $FB = 2.25\text{m}$ ។ ចូរគណនាប្រវែង BC ។

ចម្លើយ

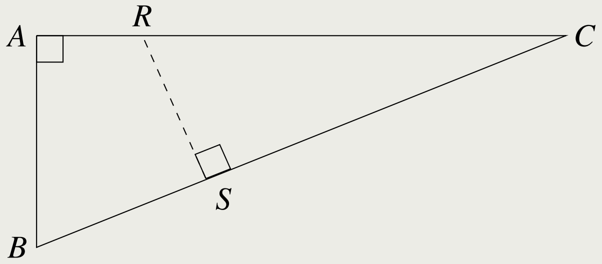
លំហាត់ ២៨៣

គេមានត្រីកោណដូចគ្នាពីរ ដែលមានបរិមាត្ររៀងគ្នា 35dm និង 56dm ។ ចូររកប្រវែងកម្ពស់មួយនៃត្រីកោណធំបើកម្ពស់នៃត្រីកោណតូចស្មើនឹង 10dm ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៤

ក្នុងត្រីកោណ ABC មាន $\angle BAC = 90^\circ$ ហើយ $RS \perp BC$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\triangle ABC \sim \triangle SRC$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៥

គេមានត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ PMN ដែល $\angle A = 80^\circ, \angle B = 54^\circ, \angle P = 54^\circ$ និង $\angle M = 46^\circ$ ។

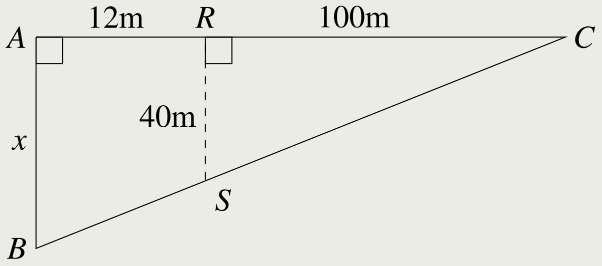
ក. ចូរបង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ដូចត្រីកោណ PMN ។

ខ. ចូរទាញរកផលធៀបដំណូច។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៦

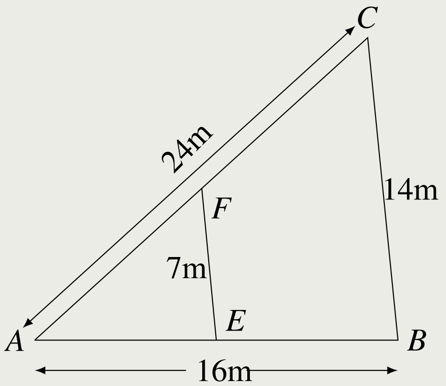
ចូររកតម្លៃ x នៃរូបខាងក្រោម:



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៧

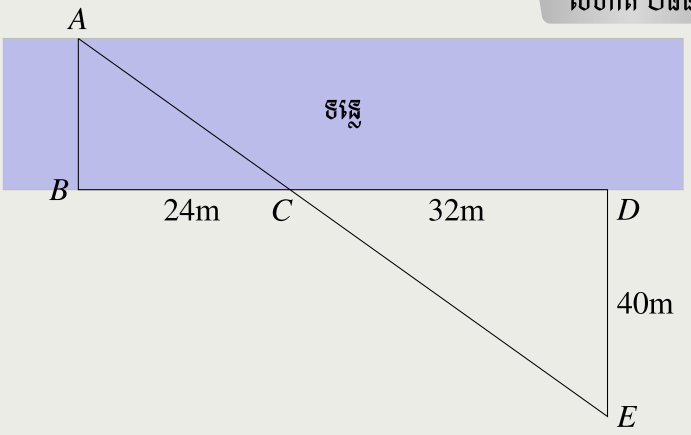
គេមាន $\triangle ABC \sim \triangle AEF$ ដូចរូប។
ចូរគណនាប្រវែងជ្រុង AE និង AF ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៨

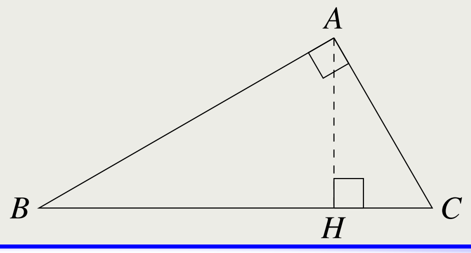
ចូរគណនាប្រវែងនៃទទឹងទន្លេ AB តាមរូបខាងស្តាំ។
ដោយ $\triangle CBA \sim CDE$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៨៩

គេមានត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A ដែល $AH = 8\text{cm}, BC = 15\text{cm}$ និង $AC = 12\text{cm}$។ ចូររកប្រវែង AB, HB និង HC ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ២៩០

គេឱ្យត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែល $AB = \alpha, AC = \beta$ និង $BC = \gamma$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAC$ កាត់ជ្រុង BC ត្រង់ចំណុច I និងធ្នូ BC ត្រង់ J ។

ក. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\triangle ABI$ និង $\triangle AJC$ ជាត្រីកោណដូចគ្នា។

ខ. ចូរគណនាផលគុណ $AI \times AJ$ ។

គ. ចូរបង្ហាញថា $\angle BAJ = \angle CBJ$ ។

ឃ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $JB^2 = JA \times JI$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៩១

គេឱ្យត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់។ បន្ទាត់មួយស្របទៅនឹងបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ A កាត់អង្កត់ AB និង AC ត្រង់ចំណុច M និង N ។

ក. ចូរប្រដូចត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ AMN ។

ខ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB \times AM = AC \times AN$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៩២

តាមចំណុចនៃកន្លះរង្វង់គេគូសអង្កត់ CD កែងទៅអង្កត់ផ្ចិត AB ។

ក. បើ $AD = 4\text{dm}, DB = 9\text{dm}$ ។ ចូរគណនា CD ។

ខ. បើ $AB = 29\text{dm}, CD = 10\text{dm}$ ។ ចូរគណនា AD និង DB ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៩៣

ស្រាយបំភ្លឺឱ្យឃើញថាក្នុងត្រីកោណមួយរង្វាស់កម្ពស់ប្រាសសមាមាត្រនឹងរង្វាស់ជ្រុងគឺ $ah_a = bh_b = ch_c$ ។ (ណែនាំ គូសកម្ពស់ពីរួចប្រដូចត្រីកោណកែងដែលមានកម្ពស់មួយជាជ្រុងនៃមុំកែង) ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៩៤

តាមកំពូល A នៃត្រីកោណសមបាត ABC គេគូសបន្ទាត់មួយដែលកាត់ជ្រុង BC ត្រង់ D និងកាត់រង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណត្រង់ចំណុច E ។ ចូរប្រៀបធៀបត្រីកោណ ADB និងត្រីកោណ AEB រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB^2 = AD \times AE$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៩៥

ដើមឫស្សីមួយដើមមានកម្ពស់ 10m ត្រូវខ្យល់វាយបាក់ត្រង់ចំណុច P មួយ ហើយចុងឫស្សីប៉ះដីត្រង់ចំណុចមួយដែលមានចម្ងាយ 3m ពីគល់។ ចូរគណនាដើមឫស្សីពីគល់ទៅចំណុចបាក់ P ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ២៩៦

តាង b និង c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងពីរនៃមុំកែងរបស់ត្រីកោណកែងមួយ។ h ជារង្វាស់កម្ពស់ចំពោះអ៊ីប៉ូតេនុស។ ចូរគណនា h ទៅតាមតម្លៃ a និង b ។

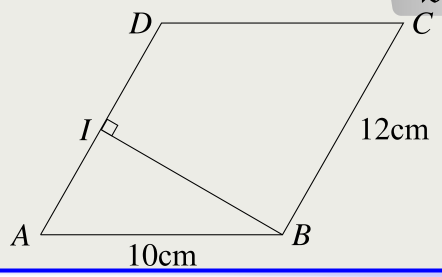
ចម្លើយ

លំហាត់ ២៩៧

ABCD ជាប្រលេឡូក្រាមដូចរូបខាងស្តាំ។ *I* ជាចំណុច ចំណុចកណ្តាលនៃ *AD* ដែល $IB \perp AD$ ។

ក. ចូរគណនា *IB* ។

ខ. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាម។



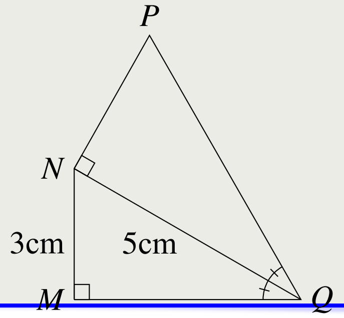
ចម្លើយ

លំហាត់ ២៩៨

ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ *NMQ* និង *PNQ* ជាត្រីកោណកែង។

ក. ចូរគណនារង្វាស់ *MQ* ។

ខ. ចូរគណនារង្វាស់ *NP* ។



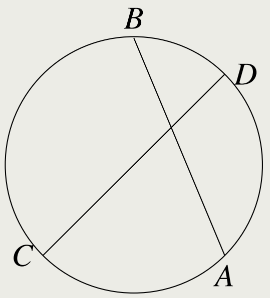
ចម្លើយ

លំហាត់ ២៩៩

ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះអង្កត់ធ្នូ CD និង AB កាត់គ្នាត្រង់ I
ដែល $AI = 15\text{cm}, IC = 12\text{cm}, ID = 4\text{cm}$
$IB = 5\text{cm}$ និង $BD = 3\text{cm}$ ។

ក. ចូរប្រៀបធៀបត្រីកោណ IAC និង IBD ។

ខ. ចូរគណនារង្វាស់ AC ។



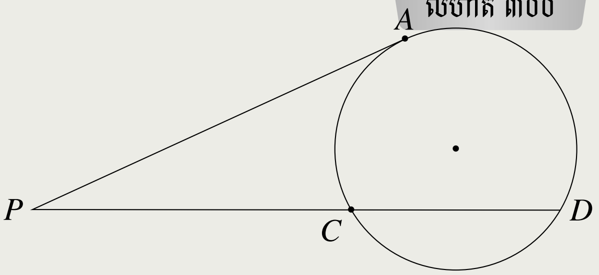
ចម្លើយ

លំហាត់ ៣០០

ក្នុងរូបខាងស្តាំពីចំណុច P គេគូសបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ A
ហើយគូសបន្ទាត់មួយទៀតកាត់រង្វង់ត្រង់ C និង D ។

ក. ចូរប្រៀបធៀប$\triangle PAC$ និង $\triangle PAD$ ។

ខ. ចូរទាញឱ្យឃើញថា $AP^2 = PC \times PD$ ។



ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ____________________

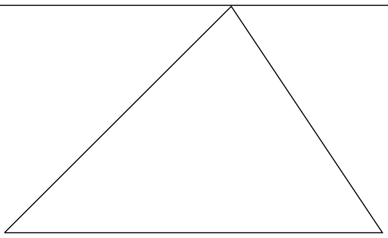
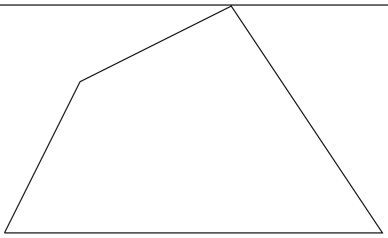
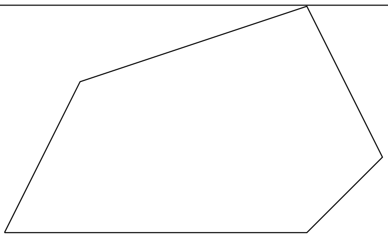
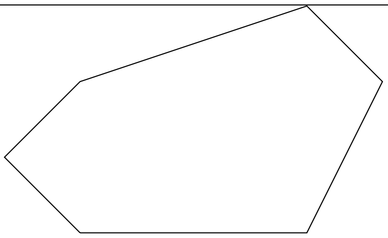
គោត្តនាម នាម ____________________

ថ្ងៃ ____________________

លេខរៀង____________________

ពហុកោណ

១៧.១ និយមន័យ

ឈ្មោះ ពហុកោណ	រូប	ចំនួនជ្រុង
ត្រីកោណ		3
ចតុកោណ		4
បញ្ចកោណ		5
ឆកោណ		6

១៧.២ ផលបូកមុំក្នុងនៃពហុកោណ

និយមន័យ ១៧.២.១ ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណមួយដែលមាន n ជ្រុងស្មើនឹង $(n-2)\times 180^\circ$ ។

ឧទាហរណ៍ ៦៩

ចូរគណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណតាមរូបខាងស្តាំ។

ចម្លើយ៖ ពហុកោណនេះជាឆកោណគឺ $n = 6$

គេបានផលបូកមុំក្នុងគឺ $(n-2)\times 180^\circ = (6-2)\times 180^\circ$

$= 4\times 180^\circ$

$= 720^\circ$

ដូចនេះ ឆកោណមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 720°

១៧.៣ ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណ

ជាទូទៅ ១៧.៣.១ ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃគ្រប់ពហុកោណប៉ោងមានរង្វាស់ស្មើនឹង 360° ។

! ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនេះគឺមិនអាស្រ័យនឹងចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណទេ។

ឧទាហរណ៍ ៧០

បើផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅ នៃពហុកោណមួយ ។ ចូរប្រាប់ប្រភេទពហុកោណនោះ។

ចម្លើយ៖ គេបាន $(n-2)\times 180^\circ = 360^\circ$

$n-2 = 2$

$n = 4$

ដូចនេះ ពហុកោណដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅគឺជាចតុកោណ។

១៧.៤ រង្វាស់មុំនៃពហុកោណនិយ័ត

ជាទូទៅ ១៧.៤.១
- ពហុកោណនិយ័តជាពហុកោណដែលមុំមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ហើយជ្រុងទាំងអស់ប៉ុនគ្នា។
- មុំក្នុងមួយនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន n ជ្រុងមានរង្វាស់មុំស្មើនឹង $\dfrac{(n-2)\times 180^\circ}{n}$ ។

ឧទាហរណ៍ ៧១

ចូររករង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃការេ។

ចម្លើយ៖ រង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃការេគឺ $\dfrac{(4-2)\times 180^\circ}{4} = 90^\circ$

ដូចនេះ រង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃការេគឺស្មើ 90°

១៧.៥ លំហាត់

លំហាត់ ៣០១

ចូរប្រាប់ឈ្មោះនិងគូសរូបពហុកោណមួយដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $1\,080^\circ$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣០២

ចូររកផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 7 , 10 និង 12 ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣០៣

ចូររកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $2\,700^\circ$ ។

ចម្លើយ

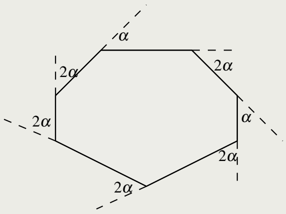
លំហាត់ ៣០៤

បើផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងពីរដងនៃផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណមួយ។ ចូរបញ្ជាក់ពីប្រភេទពហុកោណ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣០៥

ចូរគណនាតម្លៃ α នៃពហុកោណខាងស្តាំ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ៣០៦

ចូររករង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃអដ្ឋកោណនិយ័ត។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣០៧

ហេតុអ្វីបានជាចតុកោណកែង និងចតុកោណស្មើមិនមែនជាពហុកោណនិយ័ត? ចូរបញ្ជាក់?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣០៨

ចូរគណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 7 , 8 , 9 , 10 និង 12 ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣០៩

ចូររកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $1\,800^\circ$, $2\,700^\circ$ និង $4\,860^\circ$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣១០

តើមានពហុកោណណាដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 5 130° ដែរឬទេ ?

ចម្លើយ

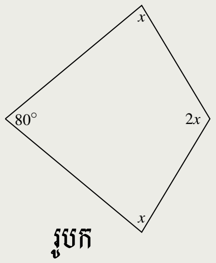
លំហាត់ ៣១១

នៅពេលគេធ្វើការគណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណប៉ោងមួយដែលមានរង្វាស់ស្មើនឹង 540° តើពហុកោណប៉ោងនោះមានជ្រុងប៉ុន្មាន ?

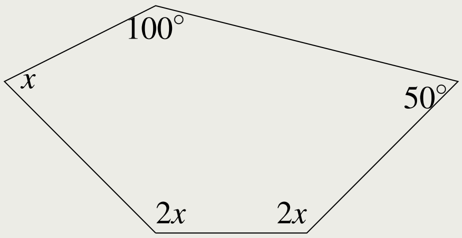
ចម្លើយ

លំហាត់ ៣១២

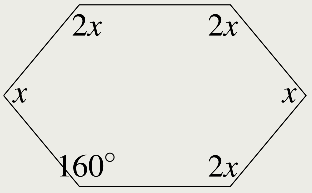
ចូររកតម្លៃ x តាមរូបនីមួយៗនៃពហុកោណខាងក្រោម:



រូបក



រូបខ

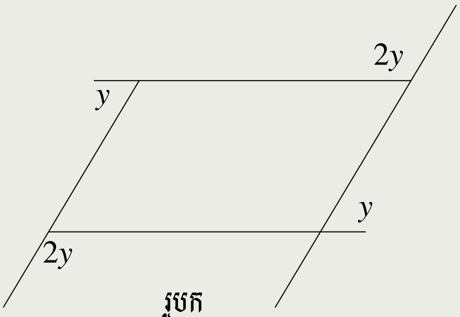


រូបគ

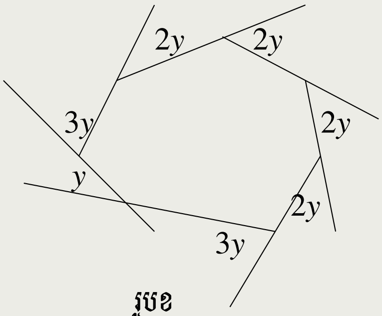
ចម្លើយ

លំហាត់ ៣១៣

ចូររកតម្លៃ y តាមរូបនីមួយៗនៃពហុកោណខាងក្រោម។



រូបក



រូបខ

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣១៤

ចូរគណនាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័តដោយស្គាល់រង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 150° , 160° និង 175° ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣១៥

ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណនិយ័តមួយមានរង្វាស់ស្មើនឹង 3240° ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣១៦

មុំក្នុងមួយនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន n ជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើនឹង 168° ។ ចូររកចំនួន n ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣១៧

ចូរគណនារង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗនៃពហុកោណនិយ័តខាងក្រោម។

ក. ឆកោណនិយ័ត $n = 6$

ខ. បញ្ចកោណនិយ័ត $n = 5$

គ. អដ្ឋកោណនិយ័ត $n = 8$

ឃ. ពហុកោណនិយ័តដែលមានជ្រុង 12 ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣១៨

ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនិងមុំក្រៅស្មើនឹង 900° ។ តើពហុកោណនោះមានជ្រុងប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣១៩

ដោយជ្រុងនីមួយៗនៃធកោណនិយ័ត ជាជ្រុងមួយរបស់ការេដែលគេគូសនៅខាងក្រៅធកោណនិយ័តដែលមានជ្រុង 12 ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣២០

មុំក្រៅនៃអដ្ឋកោណនិយ័តមួយមានរង្វាស់ 27° តិចជាងរង្វាស់មុំក្រៅមួយនៃពហុកោណនិយ័តមួយដែលមាន n ជ្រុង។ ចូរគណនា n ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣២១

ចូរគណនាមុំក្នុងនិងមុំក្រៅនៃធកោណនិយ័ត។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣២២

មុំក្រៅនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន n ជ្រុងមានរង្វាស់ 30° ច្រើនជាងរង្វាស់មុំក្រៅមួយនៃធកោណនិយ័ត។ ចូរគណនា n ។

ចម្លើយ

ថ្នាក់ទី ______________________

គោត្តនាម នាម ______________________

ភេទ ______________________

លេខរៀង______________________

សូលីត

១៨.១ ផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃសូលីត

- **ពីរ៉ាមីតនិយ័ត:**

  ▶ ក្រឡាផ្ទៃបាត $S_b = a^2$

  ▶ ក្រឡាផ្ទៃខាង $S_l = \frac{1}{2}P_b l = \frac{1}{2}4al = 2al$

  ▶ ក្រឡាផ្ទៃសរុប $S = S_b + S_l = a^2 + 2al$

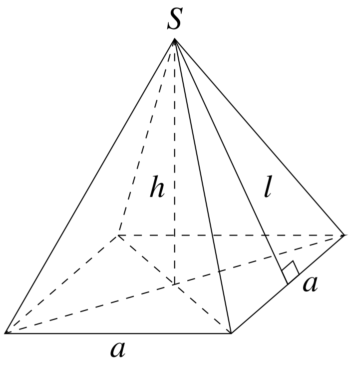
  ▶ មាឌ $V = \frac{1}{3}S_b \times h$

  $= \frac{1}{3}a^2 h$

  ដែល h ជាកម្ពស់

  l ជាអាប៉ូតែម

  P_b ជាបរិមាត្របាត



- **កោណ:**

  ▶ ផ្ទៃក្រឡាបាត $S_b = \pi R^2$

  ▶ ផ្ទៃក្រឡាខាង $S_l = \frac{1}{2}P_b l = \frac{1}{2}2\pi Rl = \pi Rl$

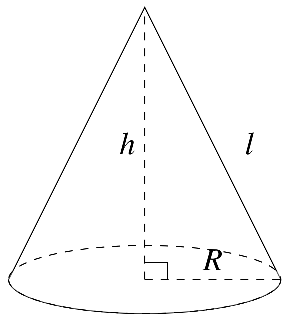
  ▶ ផ្ទៃក្រឡាសរុប $S = S_b + S_l$

  ▶ មាឌ $V = \frac{1}{3}S_b \times h$

  $= \frac{1}{3}\pi R^2 h$

  ដែល h ជាកម្ពស់

  l ជាជនេត្រ



- **ស្វ៊ែ ឬ ប៊ូល:**

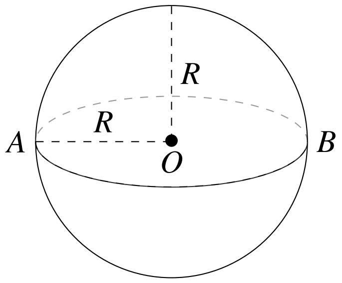
  ▶ ផ្ទៃក្រឡា $S = 4\pi R^2$

  ▶មាឌ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

  ដែល O ជាផ្ចិតនៃប៊ូល ឬ ស្វ៊ែ

  R ជាកាំនៃប៊ូល ឬ ស្វ៊ែ

  $[BC]$ ជាអង្កត់ផ្ចិត

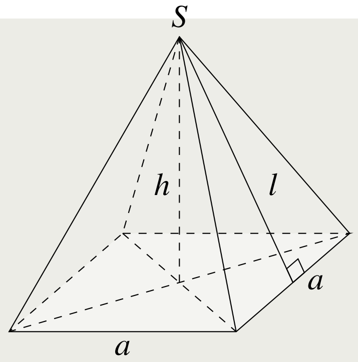


ឧទាហរណ៍ ៧២

គេឱ្យពីរ៉ាមីតនិយ័តមួយមានរង្វាស់ជ្រុង $a = 18\text{cm}$ កម្ពស់ $h = 12\text{cm}$ និងអាប៉ូតែម $l = 15\text{cm}$ ។

ក. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាបាត ផ្ទៃក្រឡាខាង និង ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីតនិយ័ត។

ខ. ចូររកមាឌនៃពីរ៉ាមីតនិយ័ត។



ចម្លើយៈ

ក. ផ្ទៃក្រឡាបាត $S_b = a^2$

$= 18^2 = 324\text{cm}^2$

ផ្ទៃក្រឡាខាង $S_l = 2al$

$= 2 \times 18 \times 15 = 540\text{cm}^2$

ផ្ទៃក្រឡាសរុប $S = S_b + S_l$

$= 324\text{cm}^2 + 540\text{cm}^2 = 864\text{cm}^2$

ខ. មាឌ $V = \frac{1}{3}a^2h = \frac{1}{3}18^2 \times 12$

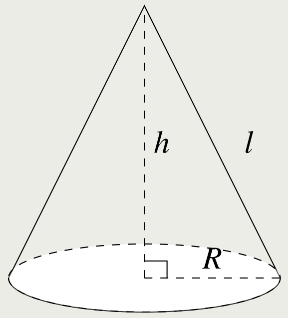
$= 1296\text{cm}^3$

ឧទាហរណ៍ ៧៣

គេឱ្យកោណមួយមានកាំ $R = 4\text{cm}$ ជនេត្រ $l = 13\text{cm}$ និង កម្ពស់ $h = 3\sqrt{17}\text{cm}$ ។ ($\pi = 3.14$)

ក. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាបាត ផ្ទៃក្រឡាខាង និង ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីតនិយ័ត។

ខ. ចូររកមាឌនៃពីរ៉ាមីតនិយ័ត។



ចម្លើយៈ

ក. ផ្ទៃក្រឡាបាត $S_b = \pi R^2$

$= 3.14 \times 4^2 = 5.24\text{cm}^2$

ផ្ទៃក្រឡាខាង $S_l = \pi Rl$

$= 3.14 \times 4 \times 13 = 163.28\text{cm}^2$

ផ្ទៃក្រឡាសរុប $S = S_b + S_l$

$= 5.24\text{cm}^2 + 163.28\text{cm}^2 = 168.52\text{cm}^2$

ខ. មាឌ $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

$= \frac{1}{3}3.14 \times 4^2 \times 3\sqrt{17}$

$= 50.24\sqrt{17}\text{cm}^3$

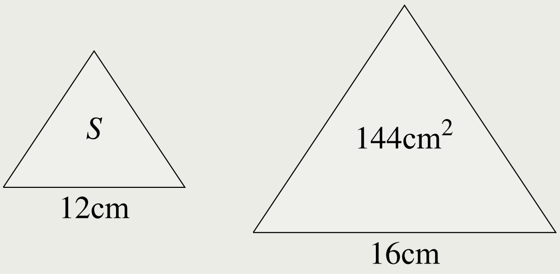
១៨.២ ផលធៀបផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃសូលីត

១៨.២.១ ផលធៀបផ្ទៃក្រឡា

ជាទូទៅ ១៨.២.១ កាលណារូបពីរដូចគ្នាផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹងការេនៃផលធៀបរវាងជាតុរត្រូវគ្នាពីរ។

ឧទាហរណ៍ ៧៨

ត្រីកោណទាំងពីរខាងស្តាំនេះ ជាត្រីកោណដូចគ្នា។
ចូររកផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ S ។



ចម្លើយ៖ ផ្ទៃក្រឡាត្រីគោណ S

គេបាន $\dfrac{S}{144} = \left(\dfrac{12}{16}\right)^2$

$= \left(\dfrac{3}{4}\right)^2$

$= \dfrac{9}{16}$

នាំឱ្យ $S = \dfrac{9}{16} \times 144$

$= 81$

ដូចនេះ: $S = 81\text{cm}^2$

១៨.២.២ ផលធៀបមាឌ

ជាទូទៅ ១៨.២.២ កាលណារូបពីរដូចគ្នាផលធៀបរវាងមាឌ ស្មើនឹងគូបនៃផលធៀបរវាងជាតុរត្រូវគ្នាពីរ។

ឧទាហរណ៍ ៧៩

ផលធៀបរវាងបណ្តោយនៃប្រលេពីប៉ែតកែងដូចគ្នាពីរស្មើនឹង $\dfrac{4}{3}$ ។ បើប្រលេពីប៉ែតកែងតូចមានមាឌ 54dm^2 ចូររកមាឌប្រលេពីប៉ែតកែងធំ។

ចម្លើយ៖ មាឌប្រលេពីប៉ែតកែងធំ

តាង V ជាមាឌនៃប្រលេពីប៉ែតកែងធំ

គេបាន $\dfrac{V}{54} = \left(\dfrac{4}{3}\right)^3$

$= \dfrac{64}{27}$

នាំឱ្យ $V = \dfrac{64}{27} \times 54$

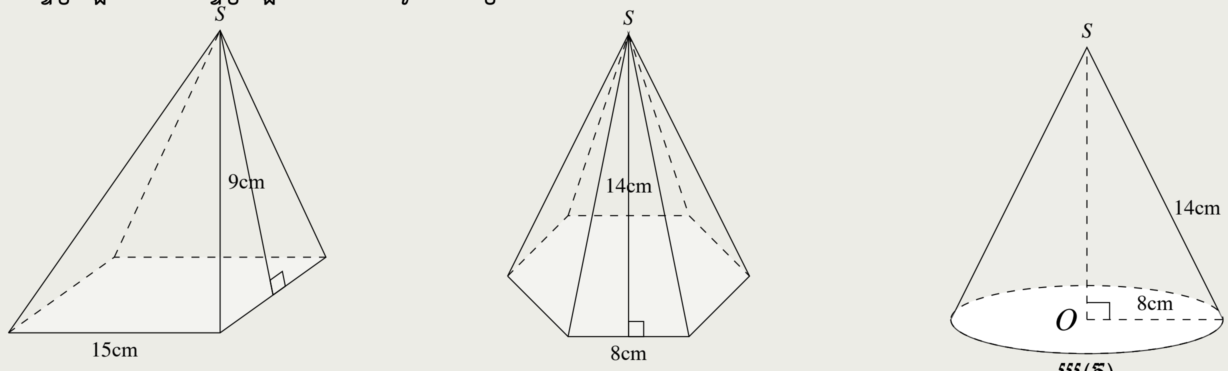
$= 128\text{dm}^3$

ដូចនេះ: $V = 128\text{dm}^3$

១៨.៣ លំហាត់

លំហាត់ ៣២៣

ចូររកផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃរូបខាងក្រោម:



រូប(ក) រូប(ខ) រូប(គ)

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣២៤

ចូររកមាឌកោណដែលមានកម្ពស់និងកាំបាតក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម:

ក. $R = 5\text{cm}$ និង $h = 12\text{cm}$

ខ. $R = 3.4\text{cm}$ និង $h = 8.9\text{cm}$

គ. $R = 3.7\text{cm}$ និង $h = 7\text{cm}$

ឃ. $R = 5.2\text{cm}$ និង $h = 11\text{cm}$

ង. $R = \sqrt{5}\text{mm}$ និង $h = 13.4\text{mm}$

ច. $R = 7\text{dm}$ និង $h = 16\text{dm}$ ។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣២៥

ចូររកផ្ទៃក្រឡាស្វ៊ែនិងមាឌប៊ូលក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម:

ក. កាំ $R = 3\text{cm}$ ខ. អង្កត់ផ្ចិត $D = 18\text{dm}$ គ. កាំ $R = 3.7\text{cm}$ ឃ. អង្កាត់ផ្ចិត $D = 23.2\text{cm}$។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣២៦

ចូររកកាំស្វ៊ែដោយស្គាល់ផ្ទៃក្រឡានីមួយៗដូចខាងក្រោម:

ក. $S = \frac{36}{25}\pi\text{cm}^2$ ខ. $S = \frac{46}{16}\pi\text{m}^2$ គ. $S = \frac{12}{5}\pi\text{dm}^2$ ឃ. $S = 1\,764\pi\text{cm}^2$។

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣២៧

ចូររកកាំនៃប៊ូលដោយស្គាល់មាឌ

ក. $V = 288\pi\text{cm}^3$ ខ. $V = \frac{32}{16}\pi\text{m}^3$ ។

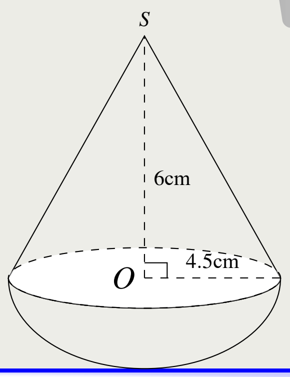
ចម្លើយ

លំហាត់ ៣២៨

គេឱ្យកោណនិងកន្លះស្វ៊ែដូចរូបខាងស្តាំ។

ក. ចូររកមាឌទាំងអស់នៃសូលីត។

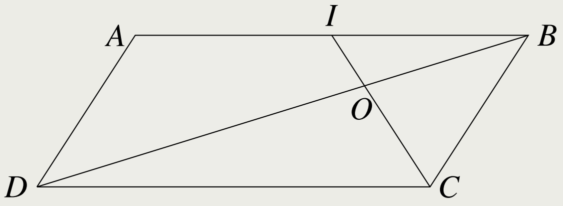
ខ. ចូររកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត។



ចម្លើយ

លំហាត់ ៣២៩

គេឱ្យប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ និង I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AB ។ បន្ទាត់ BD និង CI ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។ តើផ្ទៃក្រឡា ΔBIO តូចជាងផ្ទៃក្រឡា ΔDOC ប៉ុន្មានដង ?



ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៣០

រូបថតនៃជញ្ជាំងមួយមានកម្ពស់ 3cm និងមានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $9cm^2$ ។ គេដឹងថាជញ្ជាំងមានកម្ពស់ពិត 6m ។ តើវាមានផ្ទៃក្រឡាពិតប្រាកដប៉ុន្មាន m^2 ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៣១

ទីធ្លាមួយមានផ្ទៃក្រឡាពិត $9\ 600m^2$ ។ តើផ្ទៃក្រឡានេះមានប៉ុន្មាន cm^2 នៅក្នុងប្លង់មួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\ 500}$ ។

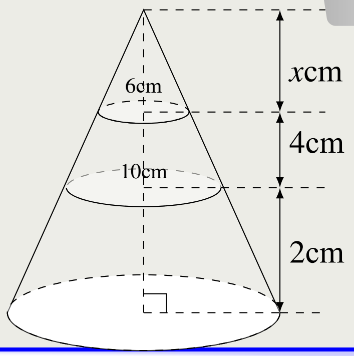
ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៣២

គេកាត់កោណឱ្យស្របនឹងបាតជាបីចំណែក (ដូចរូបខាងស្តាំ)។ មុខកាត់មានអង្កត់ផ្ចិតរៀងគ្នា 6cm និង 10cm ។

ក. ចូរគណនា x ។

ខ. ចូររកមាឌនៃកោណនោះ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៣៣

$SABC$ ជាពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាការេ។ ជ្រុងនៃការេនេះមានប្រវែង 60cm ។ កម្ពស់ $[SO]$ នៃពីរ៉ាមីតមានប្រវែង 80cm គេកាត់ពីរ៉ាមីតនេះឱ្យស្របនឹងបាត។ គេបានការេ $EFGK$ ។ គេឱ្យ $OO' = x$ ។

ក. ចូររកជ្រុងនៃការេ $EFGK$ តាមតម្លៃ x ។

ខ. បើ $x = 30$cm គណនាមាឌនៃកំណាត់ពីរ៉ាមីតខណ្ឌដោយ $ABCD$ និង $EFGK$ ។

ចម្លើយ

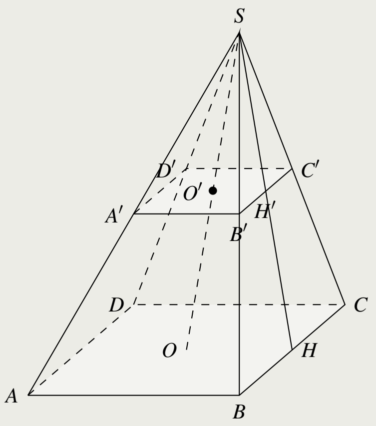
លំហាត់ ៣៣៨

តាមរូបខាងស្តាំនេះគេឱ្យ $BA = 6, SA = 8$ និង $SA' = \frac{2}{3}SA$ ។
រង្វាស់គិតជា cm ។

ក. ចូរគណនា $A'B'$ ។

ខ. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃការេ $A'B'C'D'$ រួចផ្ទៀងផ្ទាត់ថាផ្ទៃក្រឡា $A'B'C'D' = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times$ ផ្ទៃក្រឡា $ABCD$ ។

គ. ចូរបង្ហាញថា $SO' = \frac{2}{3}SO$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា មាឌ $A'B'C'D' = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times$ មាឌ $SABCD$



ចម្លើយ

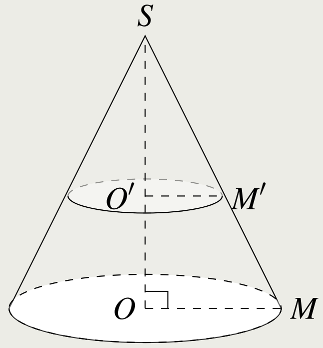
លំហាត់ ៣៣៩

ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេឱ្យ $SM' = \frac{1}{2}SM, SO = 10\text{cm}$ និង $OM = 6\text{cm}$ ។

ក. ចូរគណនា $O'M'$ រួចផ្ទៀងផ្ទាត់ផ្ទៃក្រឡាថា $(O') = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ផ្ទៃក្រឡាថាស (O) ។

ខ. ចូរបង្ហាញថា $SO' = \frac{1}{2}SO$ ។

គ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា មាឌនៃកោណនៃកំពូល S និងបាត O' ស្មើនឹងមាឌនៃកោណនៃកំពូល S និងបាត (O) គុណនឹង $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ។



ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៣៦

អ្នកលក់ឪឡឹកម្នាក់កំណត់លក់ផ្លែឪឡឹកតូចពីរ ថ្លៃស្មើនឹងផ្លែឪឡឹកធំមួយ។ ដោយថាកាំនៃផ្លែឪឡឹកតូចស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ នៃកាំឪឡឹកធំ។ តើអ្នកទិញត្រូវជ្រើសរើសមួយណាដើម្បីឱ្យ បានចំណេញជាង ?

ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៣៧

ឈ្មួញម្នាក់លក់ម៉ាស៊ីនបោកខោអាវពីប្រភេទដែលមានរាងស៊ីឡាំង ដូចគ្នា។ តែវិមាត្រនៃម៉ាស៊ីនទីមួយស្មើនឹង $\frac{9}{10}$ នៃវិមាត្រម៉ាស៊ីនទីពីរ ។ តម្លៃនៃម៉ាស៊ីនតូចស្មើនឹង $\frac{7}{10}$ នៃម៉ាស៊ីនធំ។ តើគេត្រូវជ្រើសរើសយកម៉ាស៊ីនប្រភេទណាទើបចំណេញជាង ?

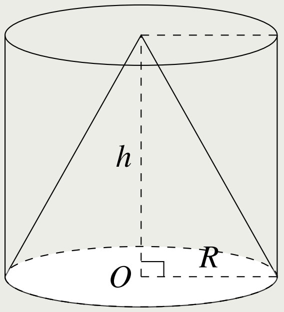
ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៣៨

ស៊ីឡាំងមួយមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h គេយកកោណ
ដែលមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h ដាក់ក្នុងស៊ីឡាំងតាមរូប។

ក. ចូរគណនាមាឌកោណនិងមាឌនៃស៊ីឡាំង។

ខ. ចូរគណនាផលធៀបរវាងមាឌនៃកោណនិង
មាឌនៃស៊ីឡាំង។



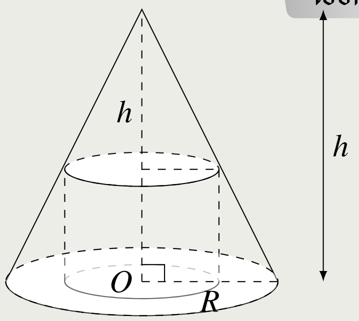
ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៣៩

កោណមួយមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h នៅក្នុងកោណ
នោះមានស៊ីឡាំងមួយដែលមានរង្វាស់ស្មើនឹង $\frac{R}{2}$ ។

ក. ចូរគណនាមាឌនៃស៊ីឡាំងនោះ។

ខ. ចូរគណនាផលធៀបរវាងមាឌ
នៃស៊ីឡាំងនិងមាឌនៃកោណ។



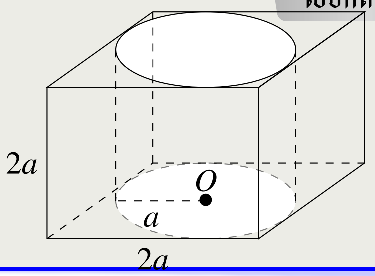
ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៨០

គូបមួយមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង $2a$ នៅក្នុងគូបនោះគេមានស៊ីឡាំងមួយ
ដែលមានរង្វាស់កាំស្មើនឹង a និងមានកម្ពស់ស្មើនឹង $2a$ ។

ក. ចូរគណនាមាឌនៃស៊ីឡាំង

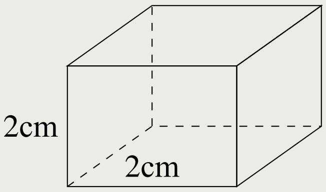
ខ. ចូរគណនាផលធៀបរវាងមាឌនៃស៊ីឡាំងនិងមាឌនៃគូប។

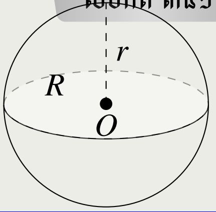


ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៨១

គូបមួយមានរង្វាស់ជ្រុង 2cm ហើយស្វ៊ែមួយមានកាំ r ។
ចូរកំណត់កាំ r ដោយដឹងថាមាឌនៃគូបស្មើនឹងពីរដងនៃ
មាឌស្វ៊ែ។ គេបង្គត់ $\pi = 3$ ។

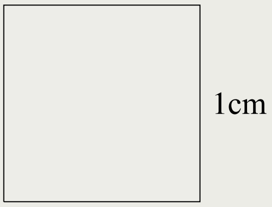


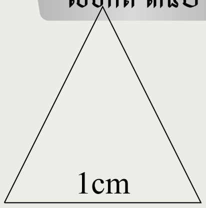


ចម្លើយ

លំហាត់ ៣៨២

ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្សដែលមានជ្រុង 1cm ។
តើត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយនៃផ្ទៃក្រឡានៃការេដែលមាន
រង្វាស់ជ្រុង 1cm ។





ចម្លើយ