ប្រូបាប

PROBABILITY -- GRADE 12

ថ្នាក់ទី ១២ • GRADE 12

ទ្រឹស្តីសង្ខេប • វិធីសាស្ត្រគណនា • លំហាត់ និង ដំណោះស្រាយ

ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ (បាក់ឌុប) និងប្រឡងសិស្សពូកែ

រូបមន្តគ្រឹះនៃប្រូបាប • CORE PROBABILITY FORMULAS

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(A_k/B)=\frac{P(B/A_k)P(A_k)}{\sum_{i=1}^{n}P(B/A_i)P(A_i)}$$

$$P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}\quad (P(A)\neq 0)$$

$$P(X=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$$

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B/A)$$

$$E(X)=np\,,\quad V(X)=np(1-p)$$

អ្នករៀបរៀង ៖ លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី

បោះពុម្ពលើកទី១ ឆ្នាំ ២០២៦

គណៈកម្មការរៀបរៀង និងត្រួតពិនិត្យ

គណៈកម្មការរៀបរៀង	លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី
	លោកគ្រូ ឡាយ ចាន់ហេន
ត្រួតពិនិត្យខ្លឹមសារ	លោកគ្រូ ឡាយ ចាន់ហេន
រៀបចំខ្លឹមសារ	លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី
រចនាគម្រប និងទំព័រ	លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី
រូបភាព និងតារាង	លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី
កែសម្រួលអក្ខរាវិរុទ្ធ	លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី
គណៈកម្មការពិនិត្យចុងក្រោយ	លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី
	លោកគ្រូ ឡាយ ចាន់ហេន

សៀវភៅនេះត្រូវបានរៀបចំឡើងយ៉ាងសម្រិតសម្រាំង សម្រាប់សិស្សានុសិស្សថ្នាក់ទី១២ ក្នុងការស្វ័យសិក្សា និងត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ (បាក់ឌុប) ព្រមទាំងការប្រឡងសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស។

ព័ត៌មានសៀវភៅ

កំណែសាកល្បង © ២០២៦

ប្រូបាប ថ្នាក់ទី១២

PROBABILITY - GRADE 12

រៀបរៀងដោយ **លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី**

សម្រាប់បោះពុម្ពផ្សាយ៖ **បណ្ណាគារអង្គរ**

ប្រសិទ្ធពរ និងការឧទ្ទិស

សៀវភៅ «**រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២**» មួយក្បាលនេះ
ត្រូវបានបង្កើតឡើង និងឧទ្ទិសជូនយ៉ាងស្មោះស្ម័គ្រចំពោះ ៖

មាតាបិតាជាទីគោរពសក្ការៈដ៏ខ្ពង់ខ្ពស់បំផុត

ដែលបានលះបង់កម្លាំងកាយចិត្ត ឧបត្ថម្ភគាំទ្រ និងផ្តល់ក្តីស្រឡាញ់ឥតព្រំដែន
ក្នុងការផ្តល់ឱកាសឱ្យកូនបានក្រេបជញ្ជក់ចំណេះវិជ្ជា និងរីកចម្រើនរហូតមកដល់បច្ចុប្បន្ន។

លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ និងសាស្ត្រាចារ្យគ្រប់ជំនាន់

ដែលជាអ្នកផ្តល់ពន្លឺប្រាជ្ញា ណែនាំមាគ៌ាដ៏ត្រចះត្រចង់
និងបណ្តុះបណ្តាលសិស្សានុសិស្សឱ្យក្លាយជាទំពាំងស្នងឫស្សីដ៏មានសមត្ថភាព។

ប្អូនៗសិស្សានុសិស្សថ្នាក់ទី១២ ទាំងអស់

ដែលកំពុងខិតខំប្រឹងប្រែងរៀនសូត្រ ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
និងការប្រឡងសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស សូមឱ្យទទួលបានជោគជ័យគ្រប់ៗគ្នា!

ដោយសេចក្តីគោរព និងស្រឡាញ់ដ៏ជ្រាលជ្រៅ

លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី

អារម្ភកថា

គណិតវិទ្យា គឺជាមូលដ្ឋានគ្រឹះដ៏មានសារៈសំខាន់បំផុត ក្នុងការអភិវឌ្ឍការគិតបែបស៊ីជម្រៅ ការវិភាគសមហេតុផល និងការដោះស្រាយបញ្ហាក្នុងវិទ្យាសាស្ត្រ បច្ចេកវិទ្យា សេដ្ឋកិច្ច និងជីវភាពរស់នៅជាក់ស្តែង។ ក្នុងចំណោមប្រធានបទគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២ «**ប្រូបាប**» (Probability) គឺជាផ្នែកមួយដ៏មានអត្ថន័យ និងអនុវត្តជាក់ស្តែងបំផុត ដែលសិក្សាអំពីកម្រិតនៃភាពប្រាកដនិយម និងភាពមិនប្រាកដប្រជានៃបាតុភូតចៃដន្យនានា ព្រមទាំងជាមូលដ្ឋានគ្រឹះមិនអាចខ្វះបានសម្រាប់ស្ថិតិវិទ្យា ការស្រាវជ្រាវបែបវិទ្យាសាស្ត្រ បញ្ញាសិប្បនិម្មិត (AI) និងការធ្វើសេចក្តីសម្រេចចិត្តក្នុងជីវិតពិត។ លើសពីនេះ ប្រធានបទប្រូបាបតែងតែមានវត្តមានជាប្រចាំនៅក្នុងវិញ្ញាសាប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ (បាក់ឌុប) និងការប្រឡងសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស។

សៀវភៅ «**ប្រូបាប ថ្នាក់ទី១២**» មួយក្បាលនេះ ត្រូវបានរៀបចំឡើងយ៉ាងហ្មត់ចត់ ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាផ្លូវការនៃក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា ដោយបែងចែកខ្លឹមសារជា ៣ មេរៀនចម្បងៗ ៖

- **មេរៀនទី១ ៖ វិភាគបន្សំ និងប្រូបាប** — គ្របដណ្តប់លើទ្រឹស្តីសំណុំ ប្រជុំ ប្រសព្វ បំពេញ, ពិសោធន៍ចៃដន្យ, វិញ្ញាសា, លំហសំណាក, ព្រឹត្តិការណ៍, គោលការណ៍រាប់ (គោលការណ៍បូក និងគោលការណ៍គុណ), ចម្លាស់, បន្សំ, និយមន័យប្រូបាបបុរាណ និងលក្ខណៈគ្រឹះនៃប្រូបាប អមដោយឧទាហរណ៍ជាក់ស្តែង និងលំហាត់អនុវត្តន៍ចម្រុះជាច្រើន។
- **មេរៀនទី២ ៖ ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ និងទ្រឹស្តីបទបៃយេស** — ផ្តោតស៊ីជម្រៅលើប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍សមាស, ព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា និងមិនទាក់ទងគ្នា (Independent and Dependent Events), ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ $P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$, រូបមន្តប្រូបាបសរុប (Law of Total Probability) ព្រមទាំងទ្រឹស្តីបទបៃយេស (Bayes' Theorem) ដែលជាឧបករណ៍គណិតវិទ្យាដ៏មានឥទ្ធិពល ព្រមទាំងលំហាត់អនុវត្តន៍ជាក់ស្តែង។
- **មេរៀនទី៣ ៖ អថេរចៃដន្យ និងបំណែងចែកប្រូបាប** — ពន្យល់ពីសញ្ញាណនៃអថេរចៃដន្យដាច់ (Discrete Random Variable), ច្បាប់បំណែងចែកប្រូបាប, តារាងបំណែងចែកប្រូបាប, ប៉ារ៉ាម៉ែត្រលក្ខណៈរួមមាន សង្ឃឹមគណិត $E(X)$, វ៉ារ្យ៉ង់ $V(X)$ និងគម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$, ពិសោធន៍ប៊ែរនូយី និងច្បាប់ប៊ីណូម $B(n,p)$ ព្រមទាំងលំហាត់គំរូ និងលំហាត់អនុវត្តន៍ត្រៀមប្រឡងបាក់ឌុប។

សៀវភៅនេះត្រូវបានរចនាឡើងយ៉ាងយកចិត្តទុកដាក់តាមក្បួនខ្នាតបោះពុម្ពទំនើប មានគំនូសក្រាហ្វិក TikZ ច្បាស់ត្រឹមត្រូវ ប្លង់ទំព័រស្អាតបាត និងមានផ្នែកដំណោះស្រាយលំហាត់គំរូ ព្រមទាំងឧបសម្ព័ន្ធរូបមន្តសង្ខេបដើម្បីជាប្រយោជន៍ដល់ការរំលឹកមេរៀន។

ខ្ញុំបាទសង្ឃឹមយ៉ាងមុតមាំថា សៀវភៅនេះនឹងក្លាយជាមគ្គុទេសក៍ និងជាកម្រងឯកសារជំនួយស្មារតីដ៏មានតម្លៃបំផុតសម្រាប់លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ និងប្អូនៗសិស្សានុសិស្សក្នុងការបង្រៀននិងរៀន។ ទោះបីជាមានការខិតខំប្រឹងប្រែងយ៉ាងណាក្តី ក៏សៀវភៅនេះប្រាកដជាមិនអាចជៀសផុតពីកំហុសអចេតនាណាមួយឡើយ។ ខ្ញុំបាទរង់ចាំទទួលនូវរាល់មតិរិះគន់ស្ថាបនាពីសំណាក់លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ និងមិត្តអ្នកអានដោយក្តីរីករាយជានិច្ច។

រាជធានីភ្នំពេញ ថ្ងៃទី.......... ខែ.......... ឆ្នាំ២០២៦

លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី

សេចក្ដីដឹងគុណ

ជាបឋម ខ្ញុំបាទ **លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី** សូមលំឱនកាយវាចាចិត្ត ថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅបំផុត ជូនចំពោះលោកអ្នកមានគុណទាំងពីរ គឺមាតា និងបិតារបស់ខ្ញុំ ដែលលោកទាំងពីរបានពលិកម្មគ្រប់បែបយ៉ាង ចិញ្ចឹមបីបាច់ថែរក្សា ផ្ដល់ភាពកក់ក្ដៅ និងអប់រំទូន្មានប្រៀនប្រដៅខ្ញុំបាទតាំងពីកុមារភាព រហូតធ្វើឱ្យខ្ញុំអាចឈរយ៉ាងរឹងមាំនៅលើវិថីជីវិតមួយនេះ។ បើគ្មានការលះបង់ និងសេចក្ដីស្រឡាញ់ដ៏មហាសាលពីលោកទាំងពីរទេ នោះខ្ញុំបាទក៏ប្រហែលជាគ្មានថ្ងៃនេះឡើយ។

ជាបន្តបន្ទាប់ ខ្ញុំបាទសូមសម្ដែងនូវសេចក្ដីគោរពដឹងគុណយ៉ាងស្មោះស្ម័គ្រ ជូនចំពោះលោកគ្រូ អ្នកគ្រូ និងសាស្ត្រាចារ្យគ្រប់លំដាប់ថ្នាក់ តាំងពីកម្រិតបឋមសិក្សា រហូតដល់ថ្នាក់សាកលវិទ្យាល័យ ដែលបានខិតខំចំណាយកម្លាំងកាយចិត្តក្នុងការផ្ទេរនូវចំណេះដឹង និងបណ្ដុះបណ្ដាលរូបខ្ញុំឱ្យក្លាយជាធនធានមនុស្សមួយរូបប្រកបដោយសមត្ថភាព។ រាល់ដំបូន្មានដែលទទួលបានពីលោកគ្រូ អ្នកគ្រូ គឺជាប្រទីបបំភ្លឺផ្លូវដែលតែងតែចង្អុលបង្ហាញឱ្យខ្ញុំបាទដើរលើកន្លងដ៏ត្រឹមត្រូវ។

ជាពិសេសលើសពីនេះទៅទៀត ខ្ញុំបាទសូមថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅ និងផ្ញើជូននូវសេចក្ដីស្រឡាញ់ដ៏ធំធេងមិនអាចកាត់ថ្លៃបាន ជូនចំពោះភរិយាជាទីស្រឡាញ់របស់ខ្ញុំ គឺលោកស្រី **ង៉ែត សុគន្ធា** ព្រមទាំងកូនស្រីជាទីស្រឡាញ់ **ខែម សោភា** ដែលតែងតែនៅក្បែរ ផ្ដល់ភាពកក់ក្ដៅ មើលថែទាំ លើកទឹកចិត្ត និងលះបង់គ្រប់បែបយ៉ាង ដើម្បីឱ្យខ្ញុំបាទមានពេលវេលាពេញលេញក្នុងការស្រាវជ្រាវ និងចងក្រងសៀវភៅមួយក្បាលនេះឡើងរហូតទទួលបានជោគជ័យ។

សៀវភៅ «**ប្រូបាប ថ្នាក់ទី១២**» មួយក្បាលនេះ មិនអាចលេចចេញជារូបរាងឡើងបានឡើយ ប្រសិនបើគ្មានការលើកទឹកចិត្តពីមនុស្សជាច្រើនជុំវិញខ្លួនខ្ញុំ។ ខ្ញុំបាទសូមអរគុណដល់មិត្តភក្តិ បងប្អូន និងសហការីទាំងអស់ ដែលតែងតែផ្ដល់មតិយោបល់ ជួយកែសម្រួល និងជួយជំរុញទឹកចិត្តខ្ញុំនៅក្នុងដំណើរការនៃការចងក្រងសៀវភៅនេះជាភាសា LaTeX។ ជាចុងបញ្ចប់ ខ្ញុំបាទសូមប្រសិទ្ធពរជ័យ សិរីសួស្ដី ជ័យមង្គល ជូនដល់លោកអ្នកមានគុណ លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ ភរិយា កូនស្រី ព្រមទាំងមិត្តអ្នកសិក្សាទាំងអស់ សូមប្រកបដោយសុខភាពល្អបរិបូរណ៍ ប្រាជ្ញាភ្លឺថ្លា ជោគជ័យគ្រប់ភារកិច្ច និងសម្រេចបាននូវរាល់បំណងប្រាថ្នាក្នុងជីវិតជានិរន្តរ៍។

ថ្ងៃទី.......... ខែ.......... ឆ្នាំ២០២៦

លោកគ្រូ ខែម ពុទ្ធី

តារាងនិមិត្តសញ្ញាគណិតវិទ្យា

និមិត្តសញ្ញា	អត្ថន័យ	អានថា / ការប្រើប្រាស់
S	លំហសំណាក (Sample Space)	សំណុំលទ្ធផលដែលអាចកើតមានទាំងអស់
A,B,C	ព្រឹត្តិការណ៍ (Events)	សំណុំរងនៃលំហសំណាក S
$n(S)$	ចំនួនករណីអាច (Total Outcomes)	ចំនួនធាតុទាំងអស់នៃលំហសំណាក S
$n(A)$	ចំនួនករណីស្រប (Favorable Outcomes)	ចំនួនធាតុនៃព្រឹត្តិការណ៍ A
$P(A)$	ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A	$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)} \quad (0\le P(A)\le 1)$
$\emptyset$	ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតមាន	$P(\emptyset)=0$
$\overline{A}$	ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹង A (Complementary Event)	$P(\overline{A})=1-P(A)$
$A\cap B$	ព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ (ប្រសព្វនៃព្រឹត្តិការណ៍)	ព្រឹត្តិការណ៍ A ផង និង B ផងកើតឡើង
$A\cup B$	ព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក (ប្រជុំនៃព្រឹត្តិការណ៍)	ព្រឹត្តិការណ៍ A ឬ B កើតឡើង
$P(B/A)$	ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃ B ដឹង A	$P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)} \quad (P(A)\neq 0)$
$n!$	ហ្វាក់តូរ្យែលនៃ n (Factorial)	$n!=n(n-1)\cdots 2\cdot 1 \quad (0!=1)$
A_n^k	ចម្លាស់ k ធាតុយកពី n ធាតុ (Permutation)	$A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$ (គិតលំដាប់)
C_n^k	បន្សំ k ធាតុយកពី n ធាតុ (Combination)	$C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ (មិនគិតលំដាប់)
X	អថេរចៃដន្យដាច់ (Discrete Random Variable)	អនុគមន៍កំណត់ពី $S\to\mathbb{R}$
$P(X=x_i)$	ប្រូបាបដែល X យកតម្លៃ x_i (p_i)	អនុគមន៍ប្រូបាប ($\sum p_i=1$)
$E(X)$	សង្ឃឹមគណិត (Mathematical Expectation)	$E(X)=\sum x_i p_i=\mu$
$V(X)$	វ៉ារ្យ៉ង់នៃអថេរចៃដន្យ X (Variance)	$V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\sigma^2$
$\sigma(X)$	គម្លាតស្តង់ដានៃ X (Standard Deviation)	$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$
$B(n,p)$	ច្បាប់បំណែងចែកប៊ីណូម (Binomial Distribution)	$P(X=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

មាតិកា

ខ្លឹមសារ	ទំព័រ
មេរៀនទី ១ : វិភាគបន្សំ និងប្រូបាប	**9**
១ វិភាគបន្សំ	9
២ ប្រជុំ ប្រសព្វ បំពេញនៃសំណុំ	9
៣ លំហសំណាកនិងព្រឹត្តិការណ៍	10
៤ លំហសំណាក	11
៥ ព្រឹត្តិការណ៍	12
៦ ព្រឹត្តិការណ៍សមាស	15
៧ គោលការណ៍រាប់ ចម្លាស់ និង បន្សំ	17
៨ ប្រូបាប	21
៩ ចម្លាស់	22
១០ បន្សំ	28
១១ លក្ខណៈនៃប្រូបាប	29
១២ សំណួរពហុជ្រើសរើស (MCQ)	31
លំហាត់អនុវត្តន៍	40
មេរៀនទី ២ : ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ និងទ្រឹស្តីបទបៃយេស	**85**
១ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍សមាស	85
២ ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ	86
៣ ព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នានិងមិនទាក់ទងគ្នា	86
៤ ទ្រឹស្តីបទបៃយេស	86
៥ សំណួរពហុជ្រើសរើស (MCQ)	95
លំហាត់អនុវត្តន៍	106
មេរៀនទី ៣ : អថេរចៃដន្យ និងបំណែងចែកប្រូបាប	**123**
១ សញ្ញាណនៃអថេរចៃដន្យ	123
២ ច្បាប់បំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យដាច់	125
៣ ប៉ារ៉ាម៉ែត្រលក្ខណៈ ៖ សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យ៉ង់ និងគម្លាតស្តង់ដា	128
៤ ពិសោធន៍បែរនូយី និងច្បាប់ប៊ីណូម	132
៥ សំណួរពហុជ្រើសរើស (MCQ)	138
៦ លំហាត់អនុវត្តន៍	148
កម្រងប្រធានវិញ្ញាសាប្រឡងបាក់ឌុប (២០១៤-២០២៦)	**159**
ផ្នែកទី១ ៖ ប្រធានវិញ្ញាសាប្រឡងផ្លូវការ (២០១៤ - ២០២៦)	159
ផ្នែកដំណោះស្រាយ	**171**
មេរៀនទី ១ ៖ វិភាគបន្សំ និងប្រូបាប	171
មេរៀនទី ២ ៖ ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ និងទ្រឹស្តីបទបៃយេស	194
មេរៀនទី ៣ ៖ អថេរចៃដន្យ និងបំណែងចែកប្រូបាប	203
កម្រងវិញ្ញាសាប្រឡងបាក់ឌុប (២០១៤-២០២៦)	209
ឧបសម្ព័ន្ធ ៖ តារាងរូបមន្ត និងវិធីសាស្ត្រគន្លឹះនៃប្រូបាប	**217**
ក ៖ តារាងសង្ខេបវិភាគបន្សំ និងរូបមន្តគ្រឹះនៃប្រូបាប	217
ខ ៖ តារាងសង្ខេបប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ និងទ្រឹស្តីបទបៃយេស	218
គ ៖ តារាងសង្ខេបអថេរចៃដន្យ និងបំណែងចែកប៊ីណូម	219
ឃ ៖ យុទ្ធសាស្ត្រដោះស្រាយលំហាត់ប្រូបាបក្នុងវិញ្ញាសាបាក់ឌុប	220
ឯកសារយោង	**221**

មេរៀនទី ១

វិភាគបន្សំ និងប្រូបាប

១ វិភាគបន្សំ

១.១ និយមន័យ

សំណុំ គឺជាការប្រមូលផ្តុំនៃវត្ថុផ្សេងគ្នា ដែលកំណត់ច្បាស់លាស់។

- វត្ថុ នៃសំណុំ ហៅថា ធាតុ។
- សំណុំដែលគ្មានធាតុ ហៅថា សំណុំទទេ តាងដោយ $\emptyset$ ឬ $\{\}$។
- បើគ្រប់ធាតុនៃសំណុំ A ជាធាតុនៃសំណុំ B នោះគេថា A ជាសំណុំរងនៃ B ។
- ចំនួនធាតុនៃសំណុំ A តាងដោយ $n(A)$ ។
- សំណុំទទេ ជាសំណុំរងនៃគ្រប់សំណុំទាំងអស់។
- បើសំណុំមួយមាន n ធាតុ ត្រូវមាន 2^n នៃសំណុំរង។

២ ប្រជុំ ប្រសព្វ បំពេញនៃសំណុំ

២.១ ប្រជុំ

ប្រជុំរវាងសំណុំ A និង B (តាងដោយ $A\cup B$)គឺជាសំណុំដែលគ្រប់ធាតុទាំងអស់របស់វា ជាធាតុរបស់ A ឬ B។ $A\cup B=\{x/x\in A$ ឬ $x\in$

២.២ ប្រសព្វរវាងសំណុំពីរ

ប្រសព្វរវាងសំណុំ A និង B (តាងដោយ $A\cap B$) គឺជាសំណុំដែលគ្រប់ធាតុទាំងអស់របស់វា ជាធាតុរួមរបស់ A និង B។

$A\cap B=\{x\,|\,x\in A$ និង $x\in B\}$

២.៣ បំពេញនៃសំណុំ

ជាសំណុំរាប់អស់ ហើយ A ជាសំណុំរងនៃ E ។ សំណុំបំពេញនៃ A តាងដោយ $\overline{A}$ គឺជាសណុំមួយដែលគ្រប់ធាតុទាំងអស់របស់វាគឺ ជាធាតុរបស់ E តែមិនមែនជាធាតុរបស់ A ។

៣ លំហសំណាកនិងព្រឹត្តិការណ៍

៣.១ ពិសោធន៍ចៃដន្យ-វិញ្ញាសា

ជាទូទៅ ១

ពិសោធន៍មួយដែលគេធ្វើដោយមិនបានដឹងជាមុនមានលទ្ធផលអ្វីមួយប្រាកដកើតឡើងនោះហៅថា **ពិសោធន៍ចៃដន្យ**។

លំហាត់គំរូ ១

នៅពេលដែលគេបោះកាក់មួយ គេមិនអាចដឹងច្បាស់ជាមុនទេថាកាក់នោះ ផ្កាឡើងលើខាងរូប ឬមួយក៏ខាងលេខនោះទេ។

លំហាត់គំរូ ២

បើគេដាក់សន្លឹកប័ណ្ណ 4 សន្លឹកចុះលេខ 1,2,3, និង 4 ក្នុងថង់មួយរួច គេធ្វើពិសោធន៍ដោយកំណត់សកម្មភាពដាក់លាក់ថា គេចាប់យកប័ណ្ណម្តងមួយៗចំនួនពីរលើកចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ ហើយមិនដាក់ប័ណ្ណចូលថង់វិញ។ គេថាគេធ្វើវិញ្ញាសាមួយ គឺវិញ្ញាសាចាប់យកប័ណ្ណចេញពីថង់ម្តងមួយចំនួន ពីរលើក ដោយមិនដាក់ចូលវិញ។

ជាទូទៅ ២

ពិសោធន៍មួយដែលគេកំណត់ធ្វើដោយដាក់លាក់ ក្នុងពិសោធន៍ចៃដន្យមួយហៅថា **វិញ្ញាសា** ។

លំហាត់គំរូ ៣

បើគេយកកាក់មួយមកពិសោធន៍ដោយកំណត់ដាក់លាក់ថា គេបោះកាក់ 1 ដង ឬ 2 ដង ឬ 3 ដង ... នោះគេថា គេធ្វើវិញ្ញាសាបោះកាក់មួយ ចំនួន 1 ដង ឬ 2 ដង ឬ 3 ដង ...។

៤ លំហសំណាក

ជាទូទៅ ៣

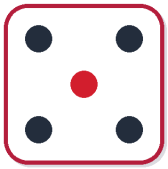
លំហសំណាក គឺជាសំណុំលទ្ធផលទាំងអស់ដែលអាចកើតឡើងក្នុងវិញ្ញាសាមួយនៃពិសោធន៍ចៃដន្យ។

លំហាត់គំរូ ៤

ក្នុងវិញ្ញាសាបោះកាក់មួយ ចំនួន 2 ដង គេអាចបានលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងទាំងអស់មាន 4 របៀបគឺ : (HH), (HT), (TH), និង (TT) ។ លទ្ធផលទាំងអស់ដែលអាចកើតមានក្នុងវិញ្ញាសានេះបង្កើតបានជាសំណុំមួយហៅថា **លំហសំណាក**។ ដែលគេកំណត់សរសេរដោយ៖ $S=\{(HH),(HT),(TH),(TT)\}$

លំហាត់គំរូ ៥

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួន 2 ដង។



១. តើសកម្មភាពណាដែលជាពិសោធន៍ចៃដន្យ ? ជាវិញ្ញាសា ?

២. ចូរសរសេរលំហសំណាក។

ដំណោះស្រាយ

១. ការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ជា **ពិសោធន៍ចៃដន្យ** ព្រោះគេមិនអាចដឹងជាមុននូវលទ្ធផលជាក់លាក់ឡើយ។ សកម្មភាពដែលកំណត់ជាក់លាក់បោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ចំនួន 2 ដង ជា **វិញ្ញាសា**។

២. គ្រាប់ឡុកឡាក់នីមួយៗមានមុខលេខពី 1 ដល់ 6។ ក្នុងការបោះ 2 ដង លំហសំណាកគឺ ៖

$$S = \{(i,j) \mid i,j \in \{1,2,3,4,5,6\}\}$$

ដែលមានចំនួនករណីអាចសរុប $n(S) = 6 \times 6 = 36$។

ប្រតិបត្តិ ១

គេចាប់យកឃ្លីម្តង 2 គ្រាប់ចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ ដែលក្នុងនោះមានឃ្លីក្រហម 2 ឃ្លីលឿង 2 និង ឃ្លីខៀវ 1 ។

ក. តើសកម្មភាពណាជាពិសោធន៍ចៃដន្យ ជាវិញ្ញាសា ?

ខ. ចូរសរសេរលំហសំណាក

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

ក. ការចាប់ឃ្លីជា **ពិសោធន៍ចៃដន្យ** ហើយការកំណត់ចាប់ម្តង 2 គ្រាប់ជា **វិញ្ញាសា**។

ខ. តាង K_1, K_2 (ក្រហម), L_1, L_2 (លឿង), Kh (ខៀវ)។ ចំនួនធាតុនៃលំហសំណាកគឺ $n(S) = C_5^2 = 10$ ករណី។

៥ ព្រឹត្តិការណ៍

៥.១ ព្រឹត្តិការណ៍

និយមន័យ ១

ព្រឹត្តិការណ៍ ជាសំណុំរងនៃលំហសំណាក។

លំហាត់គំរូ ៦

ក្នុងវិញ្ញាសាបោះកាក់មួយចំនួន 2 ដង បើគេកំណត់ថាគេចង់បានខាងរូប H កើតឡើងតែ 1 ដងគត់ នោះលទ្ធផលដែលស្រប នឹងការចង់បាននេះគឺ (HT) និង (TH) ។ បើគេចង់បានខាងរូប H កើតឡើង 2 ដង នោះគេបានលទ្ធផល (HH) ។

- សំណុំលទ្ធផលដែលកើតឡើងសមស្របតាមការប្រាថ្នាចង់បានហៅថា **ព្រឹត្តិការណ៍**។
  បើគេតាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ ``បោះកាក់មួយចំនួន 2 ដង បានខាងរូបម្តងគត់"
  នោះគេសរសេរ : $A=\{(HT),(TH)\}$
  បើគេតាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ ``បោះបានខាងលេង 2 ដង" : $B=\{(TT)\}$
  ក្នុងវិញ្ញាសានេះ គេឃើញថាលំហសំណាក $S=\{(HH),(HT),(TH),(TT)\}$
  ដូចនេះ A និង B ជាសំណុំរងនៃលំហសំណាក ។

លំហាត់គំរូ ៧

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 1 ខៀវ 1 និងលឿង 1 ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយដោយចៃដន្យចេញពីថង់ រួចដាក់ចូលថង់វិញ ចំនួន 2 លើក។ គេតាង ក ជាឃ្លីពណ៌ក្រហម ខ ជាឃ្លីពណ៌ខៀវ និង ល ជាឃ្លីពណ៌លឿង ។

ដំណោះស្រាយ

ក្នុងវិញ្ញាសានេះ គេបានលំហសំណាក : $S=\{(a,b)$ ដែល $a,b\in\mathbb{E}\}$ ដែល $\mathbb{E}=\{$ក,ខ,ល$\}$
$S=\{$(កក), (ខខ), (លល), (កខ), (ខក) , (ខល), (លខ), (កល), (លក)$\}$
បើតាង A_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ ``ចាប់បានឃ្លីខៀវទាំងពីរលើក" ។ គេបាន $A_1=\{$(ខខ)$\}$
A_2 ជាព្រឹត្តិការណ៍ ``ចាប់បានឃ្លីខ្មៅលើកទី 1 ឃ្លីក្រហមលើកទី 2"
គេបាន $A_2=\emptyset$ ព្រោះក្នុងថង់គ្មានឃ្លីខ្មៅទេ
A_3 ជាព្រឹត្តិការណ៍ ``ចាប់បានឃ្លី 2 ពណ៌ដូចគ្នា ឬ 2 ពណ៌ខុសគ្នា"
គេបាន $A_3=\{$(កក) , (ខខ) , (លល) , (កខ) , (ខក) , (កល) , (លក) , (ខល) , (លខ)$\}$
គេឃើញថា :

- ព្រឹត្តិការណ៍ A_1 មានលទ្ធផលតែមួយគត់។ ព្រឹត្តិការណ៍ A_1 ហៅថា **ព្រឹត្តិការណ៍ឯកជាតុ**។
- ព្រឹត្តិការណ៍ A_2 ហៅថា **ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមាន** ព្រោះគ្មានលទ្ធផលណាមួយកើតឡើងក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ A_2 ។

- ព្រឹត្តិការណ៍ A_3 មានគ្រប់លទ្ធផលទាំងអស់ដែលអាចកើតឡើង ដូចក្នុងលំហសំណាក។
  ព្រឹត្តិការណ៍ A_3 ហៅថា **ព្រឹត្តិការណ៍ប្រាកដ**។

ប្រតិបត្តិ ២

គេធ្វើវិញ្ញាសាបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 គ្រាប់ មួយតូច មួយធំ។

ក. ចូរកំណត់ព្រឹត្តិការណ៍ :

B_1 : ``គ្រាប់ឡុកឡាក់ធំចេញលេខ 4''

B_2 : ``គ្រាប់ឡុកឡាក់ធំចេញលេខសេស''

B_3 : ``គ្រាប់តូចចេញលេខ 3 គ្រាប់ធំចេញលេខ 5''

B_4 : ``គ្រាប់តូចចេញលេខ 1 គ្រាប់ធំចេញលេខ 7''

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ណាជាព្រឹត្តិការណ៍ឯកជាតុ ?

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

ក. $B_1 = \{(t,4) \mid t \in \{1,\dots,6\}\}$ (6 ករណី), B_2 មាន 18 ករណី, $B_3 = \{(3,5)\}$, $B_4 = \emptyset$ (ព្រោះគ្មានលេខ 7)។

ខ. B_3 ជា **ព្រឹត្តិការណ៍ឯកជាតុ** ព្រោះមានលទ្ធផលតែមួយគត់។

ប្រតិបត្តិ ៣

ក្នុងថង់មួយមានសន្លឹកប័ណ្ណ 4 សន្លឹកដែលចុះលេខ 1,2,3 និង 4 ។ គេហូតយកម្ដងមួយ ចំនួន 2 លើកដោយមិនដាក់ចូលវិញ ។ ចូរកំណត់: លំហសំណាក និង ព្រឹត្តិការណ៍ :

C_1: ``ហូតបានលេខគូនៅលើកទី 1''

C_2: ``ហូតបានលេខសេសទាំង 2 លើក''

C_3: ``ហូតលើកទី 1 បានលេខគូ លើកទី 2 បានលេខធំជាង 3''

C_4: ``លើកទី 1 បានលេខ 1 លើកទី 2 បានលេខតូចជាង 2''

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

$n(S) = 4 \times 3 = 12$ គូ។
$C_1 = \{(2,1),(2,3),(2,4),(4,1),(4,2),(4,3)\}$ (6 ករណី)
$C_2 = \{(1,3),(3,1)\}$ (2 ករណី)
$C_3 = \{(2,4)\}$ (1 ករណី — ព្រោះលេខធំជាង 3 គឺមានតែ 4)
$C_4 = \emptyset$ (មិនអាចមាន ព្រោះលេខ 1 ត្រូវបានហូតចេញរួច)

៦ ព្រឹត្តិការណ៍សមាស

ជាទូទៅ ៤

ក. ព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណនៃ A និង B ជាប្រសព្វនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និង ព្រឹត្តិការណ៍ B ។

ខ. ព្រឹត្តិការណ៍ផលបូកនៃ A និង B ជាប្រជុំនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និង ព្រឹត្តិការណ៍ B ។

គ. ព្រឹត្តិការណ៍ A និង ព្រឹត្តិការណ៍ B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា កាលណាព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណនៃ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតមាន : $A \cap B = \emptyset$

ឃ. ព្រឹត្តិការណ៍ 2 ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា កាលណាផលគុណនៃព្រឹត្តិការណ៍ទាំង 2 ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមាន និងព្រឹត្តិការណ៍ផលបូកនៃព្រឹត្តិការណ៍ទាំង 2ជាព្រឹត្តិការណ៍ប្រាកដ:
$A \cap \bar{A} = \emptyset$, $A \cup \bar{A} = S$ គេបានព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នាជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុង។

លំហាត់គំរូ ៨

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។ គេតាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខគូ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខជាពហុគុណនៃ 3 និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខតូចជាង ឬស្មើនឹង 2 ។ ចូរ

កំណត់:

① លំហសំណាក និងព្រឹត្តិការណ៍ A,B,C

② ព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ $A\cap B, A\cap C, B\cap C$

③ ព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក $A\cup B, B\cup C$

④ ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃព្រឹត្តិការណ៍ A,B,C

⑤ តើព្រឹត្តិការណ៍ណាជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា ?

ដំណោះស្រាយ

① លំហសំណាក ៖ $S=\{1,2,3,4,5,6\}$
ព្រឹត្តិការណ៍ ៖ $A=\{2,4,6\}$, $B=\{3,6\}$, $C=\{1,2\}$

② ព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ (ប្រសព្វ) ៖
$A\cap B=\{6\}$, $A\cap C=\{2\}$, $B\cap C=\emptyset$

③ ព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក (ប្រជុំ) ៖
$A\cup B=\{2,3,4,6\}$, $B\cup C=\{1,2,3,6\}$

④ ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ ៖
$\overline{A}=\{1,3,5\}$ (លេខសេស)
$\overline{B}=\{1,2,4,5\}$
$\overline{C}=\{3,4,5,6\}$

⑤ ព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា គឺ B និង C ព្រោះ $B\cap C=\emptyset$។

ប្រតិបត្តិ ៤

គេធ្វើវិញ្ញាសា ចាប់យកប័ណ្ណមួយសន្លឹកចំនួន 2 លើក ដោយចៃដន្យនិងមិនដាក់ចូលវិញ ចេញពីថង់មួយ ដែលមានប័ណ្ណ 4 សន្លឹកគឺ ប័ណ្ណលេខ 1 លេខ 2 លេខ 3 និងលេខ 4 ។

ក. ចូរកំណត់លំហសំណាក និងព្រឹត្តិការណ៍:
A : ``ចាប់ទាំង 2 លើកបានប័ណ្ណលេខតូចជាង 4''
B : ``ចាប់លើកទី 1 បានលេខតូចជាង 2 និងលើកទី 2 បានលេខសេស''
C : ``ចាប់ទាំង 2 លើកបានលេខខុសគ្នា''
D : ``ចាប់លើកទី 1 បានលេខធំជាង 4''
E : ``ចាប់លើកទី 2 បានលេខ 1''

ខ. តើមួយណាជាព្រឹត្តិការណ៍ឯកជាតុ ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមាន ព្រឹត្តិការណ៍ប្រាកដ។

គ. តើព្រឹត្តិការណ៍ណា ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុង

ឃ. រកព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ $A\cap B$ និងព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក $A\cup B, B\cup E$

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

ក. $S=\{(i,j)\mid i\neq j$ ពី 1 ដល់ 4$\}$, $n(S)=12$។
$A=\{(1,2),(1,3),(2,1),(2,3),(3,1),(3,2)\}$ (6 ករណី)
$B=\{(1,3)\}$ (1 ករណី), $C=S$ (12 ករណី), $D=\emptyset$, $E=\{(2,1),(3,1),(4,1)\}$

ខ. B ជា **ព្រឹត្តិការណ៍ឯកធាតុ**, D ជា **ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមាន**, C ជា **ព្រឹត្តិការណ៍ប្រាកដ**។

គ. ព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុង ៖ B និង E (ព្រោះ $B\cap E=\emptyset$)។

ឃ. $A\cap B=\{(1,3)\}=B$, $A\cup B=A$, $B\cup E=\{(1,3),(2,1),(3,1),(4,1)\}$។

៧ គោលការណ៍រាប់ ចម្លាស់ និង បន្សំ

ព្រឹត្តិការណ៍ខ្លះ អាចកើតឡើងតាមវិធីច្រើនយ៉ាងខុសៗគ្នា ដែលយើងមិនអាចធ្វើបញ្ជីបាន ។ យើងត្រូវពឹងផ្អែកលើរូបមន្ត និង គោលការណ៍គ្រឹះរាប់ ។

៧.១ គោលការណ៍ផលបូក

ជាទូទៅ ៥

គេមានព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B។ $n(A)$ ជាចំនួនលទ្ធផលកើតក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ A , $n(B)$ ជាចំនួនលទ្ធផលក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ B។

- បើ A និង B គ្មានលទ្ធផលណាមួយរួមគ្នាទេ នោះចំនួនលទ្ធផលដែលកើតក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ A ឬ B គឺ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$ ។

- បើ A និង B មានលទ្ធផលរួមគ្នា នោះចំនួនលទ្ធផលដែលកើតក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ A ឬ B គឺ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ ។

លំហាត់គំរូ ៩

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់មួយពណ៌ស មួយទៀតពណ៌ក្រហម។ រកចំនួនលទ្ធផលដែលកើតឡើង កាលណាលទ្ធផលមានផលបូកស្មើនឹង 5 ឬ 6 ។

ដំណោះស្រាយ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផលបូកស្មើ 5 ៖ $A=\{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\} \implies n(A)=4$។
តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផលបូកស្មើ 6 ៖ $B=\{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\} \implies n(B)=5$។
ដោយ $A\cap B=\emptyset$ (មិនចុះសម្រុងគ្នា) តាមគោលការណ៍ផលបូក ចំនួនលទ្ធផលសរុបគឺ ៖

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)=4+5=9 \text{ ករណី}$$

លំហាត់គំរូ ១០

ក្នុងថង់មួយមានប័ណ្ណ 6 ដែលបង់លេខ 1, 2, 3, 4, 5, 6 ។ គេចាប់យកប័ណ្ណមួយចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ រកចំនួនលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើង កាលណា លេខដែលចាប់បានជាលេខសេស ឬ លេខធំជាង 4 ។

ដំណោះស្រាយ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានលេខសេស ៖ $A=\{1,3,5\} \implies n(A)=3$។
តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានលេខធំជាង 4 ៖ $B=\{5,6\} \implies n(B)=2$។
ព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ ៖ $A\cap B=\{5\} \implies n(A\cap B)=1$។
តាមគោលការណ៍ផលបូក ចំនួនលទ្ធផលសរុបគឺ ៖

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=3+2-1=4 \text{ ករណី} \quad (\{1,3,5,6\})$$

៧.២ គោលការណ៍ផលគុណ

មេរៀនទី ១ វិភាគបន្សំ និងប្រូបាប

បើព្រឹត្តិការណ៍ A កើតឡើង m របៀបហើយព្រឹត្តិការណ៍ B កើតឡើង n របៀបទៀត នោះចំនួនលទ្ធផលដែលព្រឹត្តិការណ៍ A និង B កើតឡើងគឺ $N = m \times n$ ។

ជាទូទៅ ៦

គេអោយព្រឹត្តិការណ៍ E_1 និង E_2 ។ ព្រឹត្តិការណ៍ទីមួយ E_1 កើតឡើង m_1 ករណីខុសៗគ្នា ។ ក្រោយពី E_1 កើតឡើង E_2 អាចកើតឡើងក្នុង m_2 ករណីខុសៗគ្នា ។ ចំនួនរបៀប រឺ ករណីដែលព្រឹត្តិការណ៍ទាំងពីរកើតឡើងមាន $m_1 \times m_2$ ។

លំហាត់គំរូ ១១

គេមានផ្លូវ 3 សម្រាប់ធ្វើដំណើរពីក្រុង A ទៅ B និងមានផ្លូវ 2 សម្រាប់ធ្វើដំណើរពីក្រុង B ទៅ C ។ តើគេអាចធ្វើដំណើរតាមផ្លូវបានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីចេញពីក្រុង A ទៅ C ដោយឆ្លងកាត់តាមក្រុង B ។

ដំណោះស្រាយ

ដំណើរបែងចែកជាពីរដំណាក់កាលបន្តបន្ទាប់ ៖

- ពីក្រុង A ទៅ B មាន 3 ជម្រើស
- ពីក្រុង B ទៅ C មាន 2 ជម្រើស

តាមគោលការណ៍ផលគុណ ចំនួនរបៀបធ្វើដំណើរពី A ទៅ C ឆ្លងកាត់ B គឺ ៖

$N = 3 \times 2 = 6$ របៀប

លំហាត់គំរូ ១២

កំណត់ចំនួនស្លាកលេខ ដើម្បីសម្គាល់វត្ថុតាមប្រភេទដោយប្រើតួអក្សរមួយពី A ដល់ H សរសេរពីមុខលេខដែលប្រើលេខពី 1 ដល់ 15 ។

ដំណោះស្រាយ

ស្លាកលេខនីមួយៗផ្សំឡើងពី ៖

- តួអក្សរមួយពី A ដល់ H មានចំនួន 8 ជម្រើស

- លេខមួយពី 1 ដល់ 15 មានចំនួន 15 ជម្រើស

តាមគោលការណ៍ផលគុណ ចំនួនស្លាកលេខសរុបដែលអាចបង្កើតបានគឺ ៖

$N = 8 \times 15 = 120$ ស្លាកលេខ

លំហាត់គំរូ ១៣

មីងដានីចង់ទិញវត្ថុបីមុខមាន កាបូបដាក់សៀវភៅរៀនមួយ កាបូបតូចដាក់ប៊ិចខ្មៅដៃមួយ និងល្បែងហ្គេមមួយឈុត សម្រាប់ជារង្វាន់លើកទឹកចិត្តកូនដែលបានជាប់ចំណាត់ថ្នាក់ល្អ។ ពេលទៅដល់ហាងលក់វត្ថុទាំងនេះ គាត់ឃើញមានកាបូបដាក់សៀវភៅ 3 ប្រភេទ (A, B, C) កាបូបតូចមាន 4 ពណ៌ (ក្រហម ខៀវ លឿង បៃតង) និងល្បែងហ្គេម 2 ប្រភេទ (I និង II)។ តើមីងដានីអាចជ្រើសរើសវត្ថុបីប្រភេទបានប៉ុន្មានរបៀប?

ដំណោះស្រាយ

ការជ្រើសរើសវត្ថុបីប្រភេទត្រូវធ្វើឡើងជា ៣ ដំណាក់កាល ៖

- ជ្រើសកាបូបដាក់សៀវភៅរៀន ៖ មាន 3 របៀប
- ជ្រើសកាបូបតូចដាក់ប៊ិចខ្មៅដៃ ៖ មាន 4 របៀប
- ជ្រើសល្បែងហ្គេម ៖ មាន 2 របៀប

តាមគោលការណ៍ផលគុណ ចំនួនរបៀបដែលមីងដានីអាចជ្រើសរើសបានគឺ ៖

$N = 3 \times 4 \times 2 = 24$ របៀប

៧.៣ ហ្វាក់តូរ្យែល

ជាទូទៅ ៧

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$$
$$n! = n \times (n-1)! = n \times (n-1) \times (n-2)!$$

មេរៀនទី ១ វិភាគបន្សំ និងប្រូបាប

លំហាត់គំរូ ១៤

គណនាប្រមាណវិធីខាងក្រោម៖

ក. $5!$ ខ. $\frac{12!}{5!}$ គ. $\frac{15!}{4!\times 8!}$ ឃ. $\frac{9!}{6!\times 4!}$

ដំណោះស្រាយ

ក. $5! = 5\times 4\times 3\times 2\times 1 = 120$

ខ. $\frac{12!}{5!} = \frac{12\times 11\times 10\times 9\times 8\times 7\times 6\times 5!}{5!} = 3991680$

គ. $\frac{15!}{4!\times 8!} = \frac{15\times 14\times 13\times 12\times 11\times 10\times 9\times 8!}{24\times 8!} = 1351350$

ឃ. $\frac{9!}{6!\times 4!} = \frac{9\times 8\times 7\times 6!}{6!\times 24} = \frac{504}{24} = 21$

៨ ប្រូបាប

៨.១ និយមន័យ

និយមន័យ ២

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយជាផលធៀបនៃចំនួនករណីស្រប និងចំនួនករណីអាច:

$$P(A) = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

- ករណីអាច = លំហសំណាក : គឺ រាល់ព្រឹត្តិការណ៍ទាំងអស់ដែលអាចកើតឡើងនៅក្នុងពិសោធន៍មួយ ហើយជាទូទៅ វាច្រើនតែអានជួបមុនគេនៅក្នុងលំហាត់
- ករណីស្រប = ព្រឹត្តិការណ៍ : ស្របទៅតាមអ្វីដែលគេចង់បាននៅតាមសំណួរនីមួយៗ
- សូមចាំថា ចំនួនករណីស្រប មិនអាចធំជាង ចំនួនករណីអាចទេ $(n(A)\leq n(S))$
- $0\leq P(A)\leq 1$

លំហាត់គំរូ ១៥

① . គេរើសសិស្សម្នាក់ឱ្យធ្វើជាប្រធានក្រុម ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី 5 នាក់ និងសិស្សប្រុស 3 នាក់។ រកប្រូបាបដែលប្រធានក្រុមជាសិស្សស្រី និង រកប្រូបាបដែលប្រធានក្រុមជាសិស្សប្រុស។

② . គេធ្វើវិញ្ញាសាហូតប័ណ្ណម្តងមួយសន្លឹកចំនួន 2 ដងចេញពីថង់មួយដែលមានប័ណ្ណលេខ 1 លេខ 2 និងលេខ 3 ដោយហូតហើយដាក់វិញ។

ក. ចូរសរសេរលំហសំណាក S ព្រឹត្តិការណ៍ A ដែលហូតលើកទី 1 បានលេខគូ និង ព្រឹត្តិការណ៍ B ដែលហូតទាំង 2 លើកបានប័ណ្ណមានផលបូកស្មើនឹង 5 ។

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និង ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ។

ដំណោះស្រាយ

① . ចំនួនសិស្សសរុប $n(S) = 5 + 3 = 8$ នាក់។

- ប្រូបាបប្រធានក្រុមជាសិស្សស្រី ៖ $P(\text{ស្រី}) = \frac{5}{8} = 0.625$
- ប្រូបាបប្រធានក្រុមជាសិស្សប្រុស ៖ $P(\text{ប្រុស}) = \frac{3}{8} = 0.375$

② . ហូតប័ណ្ណ 2 ដងដោយដាក់វិញ ៖

ក. លំហសំណាក ៖ $S = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\} \implies n(S) = 3^2 = 9$។
ព្រឹត្តិការណ៍ A (លើកទី ១ ជាលេខគូ) ៖ $A = \{(2,1),(2,2),(2,3)\} \implies n(A) = 3$។
ព្រឹត្តិការណ៍ B (ផលបូកស្មើ ៥) ៖ $B = \{(2,3),(3,2)\} \implies n(B) = 2$។

ខ. គណនាប្រូបាប ៖

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad , \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{9}$$

៩ ចម្លាស់

គឺជាការជ្រើសរើសយកធាតុចេញពីធាតុមួយផ្សេងទៀតដោយគិតលំដាប់។

ក. ចំនួនចម្លាស់ n ធាតុផ្សេងគ្នារៀបជាជួរដេក $P = n!$ ។

ខ. ចំនួនចម្លាស់វង់នៃ n ធាតុផ្សេងគ្នា $P = \frac{n!}{n} = (n-1)!$ ។

គ. ចំនួនចម្លាស់ច្រំដែលនៃ r ធាតុយក n ធាតុផ្សេងគ្នា : $P = n^m$ ។

ឃ. ចំនួនចម្លាស់ r ធាតុយកពី n ធាតុផ្សេងគ្នា : $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)}!$ ។

ង. ចំនួនចម្លាស់អាចបែកចែកបាន ឬ ចម្លាស់ដែលមានធាតុខ្លះដូចគ្នា :

$$P = \frac{(n_1+n_2+n_3+\ldots+n_p)!}{(n_1!\times n_2!\times n_3!\times\ldots\times n_p)!}$$

លំហាត់គំរូ ១៦

គ្រូធ្វើបញ្ជីឈ្មោះសិស្ស 8 នាក់ដោយមានចុះលេខរៀងពី 1 ដល់ 8 តែមិនគិតតាមលំដាក់អក្ខរក្រមទេ។

១. តើគ្រូអាចធ្វើបញ្ជីឈ្មោះបានប៉ុន្មានរបៀប?

២. បើគ្រូចង់អោយឈ្មោះសុក និងឈ្មោះសៅនៅជាប់គ្នា តើបញ្ជីរបៀបនេះមានប៉ុន្មានបែប?

ដំណោះស្រាយ

១. ចំនួនរបៀបធ្វើបញ្ជីឈ្មោះសិស្ស 8 នាក់ជាចម្លាស់ ៖

$P_8 = 8! = 8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = 40320$ របៀប

២. ចាត់ទុកសុក និងសៅជាប្លុកតែមួយ នោះមានសរុប 7 ធាតុ ដែលរៀបបាន 7! របៀប។ ដោយសុក និងសៅអាចផ្លាស់គ្នាក្នុងប្លុកបាន 2! របៀប នាំឱ្យចំនួនរបៀបគឺ ៖

$N = 7!\times2! = 5040\times2 = 10080$ បែប

លំហាត់គំរូ ១៧

គេរៀបសៀវភៅ 10 ក្បាលខុសៗគ្នាដាក់ជាជួរលើថតទូមួយ។

១. តើការតម្រៀបនេះមានប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា?

២. បើគេកំណត់អោយសៀវភៅ 3 ក្បាលនៅជាប់គ្នាជានិច្ច តើការតម្រៀបនេះមានប៉ុន្មានបែប?

ដំណោះស្រាយ

១. ចំនួនរបៀបតម្រៀបសៀវភៅ 10 ក្បាលជាចម្លាស់ ៖

$10! = 3628800$ របៀប

២. ចងសៀវភៅទាំង 3 ក្បាលជាប្លុកមួយ រួមជាមួយសៀវភៅ 7 ក្បាលទៀត ស្មើនឹង 8 ធាតុ ដែលរៀបបាន 8!

របៀប។ សៀវភៅ 3 ក្បាលអាចផ្លាស់គ្នាក្នុងប្លុកបាន $3!$ របៀប។ ចំនួនបែបសរុបគឺ ៖

$$N = 8! \times 3! = 40320 \times 6 = 241920 \text{ បែប}$$

លំហាត់គំរូ ១៨

មានមនុស្ស 6 នាក់អង្គុយលើកៅអីមួយជួរដែលក្នុងនោះមានក្មេង 4 នាក់ និងមានមនុស្សចាស់ 2 នាក់។ រកចំនួនរបៀបការអង្គុយក្នុងករណីដែលមនុស្សចាស់ទាំង 2 នាក់អង្គុយចុងសងខាង។

ដំណោះស្រាយ

ការរៀបចំចែកជា ២ ដំណាក់កាល ៖

- រៀបចំមនុស្សចាស់ 2 នាក់នៅចុងសងខាង ៖ មាន $2! = 2$ របៀប
- រៀបចំក្មេង 4 នាក់នៅកៅអីកណ្ដាល 4 ៖ មាន $4! = 24$ របៀប

តាមគោលការណ៍ផលគុណ ចំនួនរបៀបអង្គុយសរុបគឺ ៖

$$N = 2! \times 4! = 2 \times 24 = 48 \text{ របៀប}$$

លំហាត់គំរូ ១៩

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ 2 ដង។

១. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង 2 លើកខុសគ្នា។

២. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង 2 លើកជាលេខគូ។

៣. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង 2 លើកខុសគ្នា និង ជាលេខគូ។

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាចនៃការបោះ 2 ដងគឺ $n(S) = 6 \times 6 = 36$។

១. លេខទាំងពីរលើកខុសគ្នា ៖ លើកទី ១ មាន 6 ជម្រើស លើកទី ២ មាន 5 ជម្រើស $\Longrightarrow n(A) = 6 \times 5 = 30$។

$$P(A) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

២. លេខទាំងពីរលើកជាលេខគូ $\{2,4,6\}$ ៖ លើកនីមួយៗមាន 3 ជម្រើស $\Longrightarrow n(B)=3\times3=9$។

$$P(B)=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$$

៣. លេខទាំងពីរលើកខុសគ្នា និងជាលេខគូ ៖ លើកទី ១ មាន 3 ជម្រើស លើកទី ២ មាន 2 ជម្រើស $\Longrightarrow n(C)=3\times2=6$។

$$P(C)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

លំហាត់គំរូ ២០

គេបង្កើតលេខសម្ងាត់របស់សើដោយមានចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសពីលេខ 0 ។

១. តើគេអាចបង្កើតលេខសម្ងាត់នេះបានប៉ុន្មានបែប ?

២. គេរើសយកលេខសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ :
A : ``លេខសម្ងាត់ជាចំនួនគូ˝
B : ``លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ខ្ទង់ជាលេខគូ˝
C : ``លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ខ្ទង់មានលេខ 1 តែម្តងគត់˝
D : ``លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា˝

ដំណោះស្រាយ

១. លេខដែលប្រើគឺ $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ មាន 9 លេខ។ ចំនួនលេខសម្ងាត់ 4 ខ្ទង់ដែលអាចបង្កើតបានគឺ ៖

$$n(S)=9^4=6561 \text{ បែប}$$

២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ ៖

- A (ចំនួនគូ) ៖ ខ្ទង់ចុងក្រោយត្រូវជាលេខគូ $\{2,4,6,8\}$ (មាន 4 ជម្រើស) ខ្ទង់ 3 ទៀតមានម្នាក់ៗ 9 ជម្រើស $\Longrightarrow n(A)=9^3\times4=2916 \Longrightarrow P(A)=\frac{2916}{6561}=\frac{4}{9}$។
- B (គ្រប់ខ្ទង់ជាលេខគូ) ៖ ខ្ទង់នីមួយៗមាន 4 ជម្រើស $\Longrightarrow n(B)=4^4=256 \Longrightarrow P(B)=\frac{256}{6561}$។
- C (មានលេខ 1 តែម្តងគត់) ៖ ជ្រើសតំណែងលេខ 1 មាន 4 របៀប ខ្ទង់ 3 ទៀតយកពី 8 លេខដែលនៅសល់ $\Longrightarrow n(C)=4\times8^3=2048 \Longrightarrow P(C)=\frac{2048}{6561}$។
- D (ខ្ទង់ទាំង 4 ខុសៗគ្នា) ៖ ជាចម្លាស់ $A_9^4=9\times8\times7\times6=3024 \Longrightarrow P(D)=\frac{3024}{6561}=\frac{112}{243}$។

លំហាត់គំរូ ២១

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លី 7 គ្រាប់ដែលមានពណ៌ខុសៗគ្នា (ស ក្រហម ខៀវ លឿង ខ្មៅ បៃតង ត្នោត)។ គេចាប់យកឃ្លីម្ដងមួយចេញពីថង់ រួចកត់ត្រាទុក 3 ដងបន្តបន្ទាប់គ្នាដោយមិនដាក់ចូលថង់វិញក្រោយពីយកចេញពីថង់ម្ដងៗ។

១. តើការយកឃ្លីចេញតាមរបៀបនេះ បានលទ្ធផលប៉ុន្មានរបៀប?

២. រកចំនួនលទ្ធផលដែលឃ្លីយកចេញលើកទី 2 ជាឃ្លីពណ៌ក្រហម។

ដំណោះស្រាយ

១. ចាប់ម្ដងមួយចំនួន 3 ដងដោយមិនដាក់វិញ ជាចម្លាស់ 3 ធាតុពី 7 ធាតុ ៖

$$n(S) = A_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210 \text{ របៀប}$$

២. លើកទី ២ ជាឃ្លីក្រហម (ក្រហមមាន ១ គ្រាប់ ៖ លើកទី ២ មាន 1 ជម្រើស, លើកទី ១ មាន 6 ជម្រើស, លើកទី ៣ មាន 5 ជម្រើស) ៖

$$N = 6 \times 1 \times 5 = 30 \text{ របៀប}$$

លំហាត់គំរូ ២២

គេចង់បង្កើតគណៈកម្មការសិស្សមានគ្នា 4 នាក់ ម្នាក់ជាប្រធាន ម្នាក់ជាអនុប្រធាន ម្នាក់ជាលេខា និងម្នាក់ទៀតជាសមាជិកដើម្បីជួយការងារសាលារៀន។ សមាសភាពគណៈកម្មការនេះត្រូវរៀសក្នុងចំណោមសិស្ស 10 នាក់។

១. កំណត់ចំនួនគណៈកម្មការដែលអាចបង្កើតបាន។

២. កំណត់ចំនួនគណៈកម្មការដែលមានសុខជាលេខា។

ដំណោះស្រាយ

១. ដោយសារតួនាទីនីមួយៗខុសគ្នា នេះជាចម្លាស់ 4 នាក់ពី 10 នាក់ ៖

$$N = A_{10}^4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040 \text{ គណៈកម្មការ}$$

២. សុខកាន់តំណែងលេខា (មាន 1 របៀប) តំណែង 3 ទៀតត្រូវជ្រើសពីសិស្ស 9 នាក់ដែលនៅសល់ ៖

$$N = 1 \times A_9^3 = 9 \times 8 \times 7 = 504 \text{ គណៈកម្មការ}$$

ប្រតិបត្តិ ៥

សិស្ស 9 នាក់ឈរជាជួរដែលក្នុងនោះមានសិស្សស្រី 5 នាក់ និងសិស្សប្រុស 4 នាក់។ រកចំនួនរបៀបដែលសិស្សឈរ បើគេដឹងថាសិស្សប្រុស 2 នាក់ឈរនៅចុងសងខាង។

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

ជ្រើសប្រុស 2 នាក់ឈរចុងសងខាងមាន $A_4^2 = 12$ របៀប។ សិស្ស 7 នាក់ទៀតរៀបនៅកណ្ដាលបាន $7! = 5040$ របៀប។

ចំនួនរបៀបសរុប ៖ $N = 12 \times 5040 = 60480$ របៀប។

ប្រតិបត្តិ ៦

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លី 7 គ្រាប់ដែលមានពណ៌ខុសៗគ្នា។ គេចាប់យកឃ្លីម្ដងមួយចេញពីថង់កត់ត្រាពណ៌ទុក រួចដាក់ចូលក្នុងវិញ ហើយចាប់ម្ដងទៀត។ គេធ្វើរបៀបនេះចំនួន 3 ដងបន្តបន្ទាប់គ្នា។ រកចំនួនលទ្ធផលដែលកើតឡើងទាំងអស់។

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

ដោយសារចាប់ហើយដាក់វិញ លើកនីមួយៗមាន 7 ជម្រើស។ ចំនួនលទ្ធផលសរុបគឺ ៖

$$N = 7^3 = 343 \text{ លទ្ធផល}$$

១០ បន្សំ

និយមន័យ ៣

បន្សំ ជាការជ្រើសរើសយកធាតុមួយចេញពីធាតុមួយផ្សេងទៀតដោយមិនគិតលំដាប់។ ចំនួនបន្សំនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុផ្សេងគ្នា :

$$C(n,r) = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

លំហាត់គំរូ ២៣

គេរើសសិស្ស 8 នាក់ដោយចៃដន្យក្នុងចំណោមសិស្សប្រុស 9 នាក់ និងសិស្សស្រី 11 នាក់ទៅសម្ភាសន៍។

១. តើគេអាចរៀបសិស្សបានប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា?

២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ :
A : ``ក្រុមសិស្សទាំង 8 នាក់មានសុទ្ធតែសិស្សស្រី"
B : ``ក្នុងក្រុមមានសិស្សស្រី 5 នាក់ និង ប្រុស 3 នាក់"

ដំណោះស្រាយ

១. សិស្សសរុប $9+11=20$ នាក់។ ចំនួនរបៀបជ្រើសរើសសិស្ស 8 នាក់ (មិនគិតលំដាប់) គឺ ៖

$$n(S) = C_{20}^{8} = \frac{20!}{8! \times 12!} = 125970 \text{ របៀប}$$

២. គណនាប្រូបាប ៖

- A (សុទ្ធតែស្រី) ៖ ជ្រើស 8 នាក់ពីស្រី 11 នាក់ $\Longrightarrow n(A) = C_{11}^{8} = C_{11}^{3} = 165$។

$$P(A) = \frac{165}{125970} = \frac{11}{8398} \approx 0.0013$$

- B (ស្រី 5 ប្រុស 3) ៖ $n(B) = C_{11}^{5} \times C_{9}^{3} = 462 \times 84 = 38808$។

$$P(B) = \frac{38808}{125970} = \frac{6468}{20995} \approx 0.308$$

លំហាត់គំរូ ២៤

ក្នុងថង់មួយមានអក្សរ 10 តួ a,b,c,d,e,f,g,h,i,j ។ គេចាប់យកអក្សរ 4 តួព្រមគ្នាចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបដែល :

១. គ្មានបានស្រៈមួយសោះ

២. បានស្រៈតែមួយគត់

៣. បានស្រៈតែ 2 គត់

៤. យ៉ាងតិចណាស់បានស្រៈមួយ

ដំណោះស្រាយ

ក្នុងចំណោម 10 អក្សរ មានស្រៈ 3 គឺ $\{a,e,i\}$ និងព្យញ្ជនៈ 7 គឺ $\{b,c,d,f,g,h,j\}$។

ចំនួនករណីអាចសរុប ៖ $n(S)=C_{10}^4=210$។

១. គ្មានស្រៈសោះ (បានព្យញ្ជនៈទាំង 4) ៖ $n(E_a)=C_7^4=35 \Longrightarrow P=\dfrac{35}{210}=\dfrac{1}{6}$។

២. បានស្រៈតែមួយគត់ (ស្រៈ 1 ព្យញ្ជនៈ 3) ៖ $n(E_b)=C_3^1\times C_7^3=3\times 35=105 \Longrightarrow P=\dfrac{105}{210}=\dfrac{1}{2}$។

៣. បានស្រៈតែ 2 គត់ (ស្រៈ 2 ព្យញ្ជនៈ 2) ៖ $n(E_c)=C_3^2\times C_7^2=3\times 21=63 \Longrightarrow P=\dfrac{63}{210}=\dfrac{3}{10}$។

៤. យ៉ាងតិចណាស់បានស្រៈមួយ ៖ ប្រើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ $\Longrightarrow P=1-P(E_a)=1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$។

១១ លក្ខណៈនៃប្រូបាប

ជាទូទៅ ៨

បើគេតាង e_i : ជាព្រឹត្តិការណ៍ឯកជាតុនៃលំហសំណាក S នោះគេបាន:

$$P(e_1)+P(e_2)+\cdots+P(e_n)=\sum_{i=1}^{n}P(e_i)=P(S)=1$$

ជាទូទៅ ៩ : សម្គាល់

- បើ A ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតឡើងគឺ $A=\emptyset$ នោះ $n(A)=0$ ហើយ $P(A)=0$
- បើ A ជាព្រឹត្តិការណ៍មួយនៃលំហសំណាក S នោះ $n(A)\le n(S)$ ហើយ $P(A)\le P(S)$

- ប្រូបាបនៃលំហសំណាក S ស្មើនឹង 1 : $P(S)=1$
- ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមានស្មើនឹង 0 : $P(\emptyset)=0$
- ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយក្នុងលំហសំណាក ជាចំនួនដែលនៅចន្លោះ $[0,1]$

$$0 \leq PA) \leq 1$$

- ប្រូបាបជាអនុវត្តន៍ ដែលកំណត់ពីលំហសំណាក S ទៅចន្លោះ $[0,1]$

$$P : S \rightarrow [0,1]$$

លំហាត់គំរូ ២៥

ក្នុងវិញ្ញាសាបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។
លទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងទាំងអស់ក្នុងលំហសំណាកគឺ លទ្ធផលបោះបានលេខ 1 លេខ 2 លេខ 3 លេខ 4 លេខ 5 និងលេខ 6 ។ គេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ ស្មើនឹង $\frac{1}{6}$ គឺ :

$$P(\{1\})=P(\{2\})=P(\{3\})=P(\{4\})=P(\{5\})=P(\{6\})=\frac{1}{6}$$

ផលបូកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ឯកធាតុទាំងអស់ដែលអាចកើតឡើងក្នុងលំហសំណាក S ស្មើនឹង 1 គឺ $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=1$ ។ គេបាន $P(S)=1$

១២ សំណួរពហុជ្រើសរើស (MCQ)

សេចក្តីណែនាំ ៖ ចូរជ្រើសរើសចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវបំផុតតែមួយគត់ ក្នុងចំណោមជម្រើស ក, ខ, គ ឬ ឃ សម្រាប់សំណួរនីមួយៗខាងក្រោម ៖

១. សិស្សម្នាក់ចង់ទិញសៀវភៅមួយក្បាល។ នៅក្នុងបណ្ណាគារមានសៀវភៅគណិតវិទ្យា 6 ប្រភេទផ្សេងគ្នា និងសៀវភៅរូបវិទ្យា 4 ប្រភេទផ្សេងគ្នា។ តើសិស្សនោះមានជម្រើសប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីជ្រើសរើសសៀវភៅមួយក្បាល?

ក. 24　ខ. 12　គ. 10　ឃ. 20

២. ពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B មានផ្លូវគោក 3 ខ្សែ និងផ្លូវទឹក 2 ខ្សែ។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការធ្វើដំណើរពី A ទៅ B?

ក. 6　ខ. 5　គ. 8　ឃ. 9

៣. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សប្រុស 18 នាក់ និងសិស្សស្រី 14 នាក់។ គ្រូចង់ជ្រើសរើសសិស្សម្នាក់ធ្វើជាប្រធានថ្នាក់។ តើមានប៉ុន្មានជម្រើស?

ក. 32　ខ. 252　គ. 4　ឃ. 36

៤. ភោជនីយដ្ឋានមួយមានម្ហូប 5 មុខ បង្អែម 3 មុខ និងភេសជ្ជៈ 4 មុខ។ តើភ្ញៀវម្នាក់អាចកុម្ម៉ង់ឈុតអាហារ (ម្ហូប១ បង្អែម១ ភេសជ្ជៈ១) បានប៉ុន្មានរបៀប?

ក. 12　ខ. 23　គ. 45　ឃ. 60

៥. ពីក្រុង A ទៅ B មានផ្លូវ 4 ខ្សែ ហើយពី B ទៅ C មានផ្លូវ 3 ខ្សែ។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការធ្វើដំណើរពី A ទៅ C ដោយឆ្លងកាត់ B?

ក. 7　ខ. 14　គ. 12　ឃ. 9

៦. ពីក្រុង A ទៅ B មានផ្លូវ 4 ខ្សែ ហើយពី B ទៅ C មានផ្លូវ 3 ខ្សែ។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបធ្វើដំណើរទៅមកពី A ទៅ C (ឆ្លងកាត់ B) ដោយផ្លូវត្រឡប់មកវិញមិនជាន់ផ្លូវទៅ?

ក. 144　ខ. 72　គ. 24　ឃ. 12

៧. គេចង់បង្កើតលេខកូដសម្ងាត់ដែលមាន 3 ខ្ទង់ ដោយប្រើលេខ $\{1,2,3,4,5\}$។ ប្រសិនបើលេខនីមួយៗអាចប្រើឡើងវិញបាន តើបង្កើតបានកូដប៉ុន្មាន?

ក. 125　ខ. 60　គ. 15　ឃ. 120

៨. គេចង់បង្កើតលេខកូដសម្ងាត់ដែលមាន 3 ខ្ទង់ផ្សេងគ្នា ដោយប្រើលេខ $\{1,2,3,4,5\}$។ តើបង្កើតបានកូដប៉ុន្មាន?

ក. 125　ខ. 20　គ. 10　ឃ. 60

៩. ស្លាកលេខម៉ូតូមួយមានអក្សរឡាតាំង 2 តួ (ក្នុងចំណោម ២៦ តួ) បន្តដោយលេខ 4 ខ្ទង់ (ពី 0 ដល់ 9)។ ប្រសិនបើអាចប្រើជាន់គ្នាបាន តើមានស្លាកលេខសរុបប៉ុន្មាន?

ក. 26×10　ខ. $A_{26}^{2} \times A_{10}^{4}$

គ. $26^2 \times 10^4$　ឃ. $C_{26}^{2} \times C_{10}^{4}$

១០. តើមានចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលមាន 3 ខ្ទង់សរុបចំនួនប៉ុន្មាន?

ក. 1000 ខ. 900 គ. 899 ឃ. 999

១១. តើមានចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលមាន 3 ខ្ទង់ផ្សេងគ្នាសរុបប៉ុន្មាន?

ក. 648 ខ. 720 គ. 504 ឃ. 900

១២. តើមានចំនួនគត់វិជ្ជមានគូដែលមាន 3 ខ្ទង់ផ្សេងគ្នាសរុបប៉ុន្មាន?

ក. 450 ខ. 500 គ. 648 ឃ. 328

១៣. កាក់មួយត្រូវបានបោះចំនួន 4 ដងបន្តបន្ទាប់គ្នា។ តើលទ្ធផលដែលអាចកើតមានសរុបមានចំនួនប៉ុន្មាន?

ក. 8 ខ. 12 គ. 16 ឃ. 4

១៤. គ្រាប់ឡុកឡាក់មួយត្រូវបានបោះចំនួន 2 ដង។ តើចំនួនលទ្ធផលដែលអាចកើតមានសរុបស្មើប៉ុន្មាន?

ក. 12 ខ. 36 គ. 64 ឃ. 18

១៥. ក្នុងការប្រឡងមួយមានសំណួរពហុជ្រើសរើសចំនួន 5 សំណួរ ដែលសំណួរនីមួយៗមានជម្រើស 4។ តើបេក្ខជនម្នាក់អាចជ្រើសរើសចម្លើយបានប៉ុន្មានរបៀបផ្សេងគ្នា?

ក. 1024 ខ. 20 គ. 625 ឃ. 120

១៦. តម្លៃនៃ $0!$ ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ក. 0 ខ. មិនកំណត់ គ. ∞ ឃ. 1

១៧. តម្លៃនៃ $\frac{7!}{5!}$ ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ក. 2 ខ. 21 គ. 42 ឃ. 12

១៨. តម្លៃនៃ $\frac{10!}{8!\times 2!}$ ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ក. 90 ខ. 45 គ. 5 ឃ. 10

១៩. បើ $n! = 720$ នោះតម្លៃនៃ n គឺ ៖

ក. 6 ខ. 5 គ. 7 ឃ. 8

២០. បើ $\frac{(n+1)!}{n!} = 8$ នោះតម្លៃនៃ n គឺ ៖

ក. 8 ខ. 9 គ. 6 ឃ. 7

២១. មនុស្ស 5 នាក់តម្រង់ជួរគ្នាដើម្បីថតរូប។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការតម្រង់ជួរ?

ក. 25 ខ. 24 គ. 120 ឃ. 60

២២. មនុស្ស 6 នាក់អង្គុយលើកៅអី 6 រៀបជាជួរត្រង់។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបប្រសិនបើមនុស្សពីរនាក់ជាក់លាក់ត្រូវតែអង្គុយជាប់គ្នា?

ក. 120 ខ. 240 គ. 720 ឃ. 48

២៣. មនុស្ស 6 នាក់អង្គុយលើកៅអី 6 រៀបជាជួរត្រង់។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបប្រសិនបើមនុស្សពីរនាក់ជាក់លាក់មិនត្រូវអង្គុយជាប់គ្នា?

ក. 480 ខ. 240 គ. 120 ឃ. 600

២៤. តើពាក្យ «MATHS» អាចរៀបជាពាក្យថ្មី (មានន័យឬគ្មានន័យ) ដោយប្រើអក្សរទាំងអស់បានប៉ុន្មានរបៀប?

ក. 24 ខ. 60 គ. 720 ឃ. 120

២៥. តើពាក្យ «BOOK» អាចរៀបជាពាក្យថ្មី (មានន័យឬគ្មានន័យ) ដោយប្រើអក្សរទាំងអស់បានប៉ុន្មានរបៀប?

ក. 24 ខ. 6 គ. 12 ឃ. 48

២៦. តើពាក្យ «PROBABILITY» មានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការរៀបអក្សរឡើងវិញ?

ក. $\frac{11!}{2!}$ ខ. $\frac{11!}{2!\times 2!}$

គ. $11!$ ឃ. $\frac{11!}{4!}$

២៧. តម្លៃនៃ A_5^3 ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ក. 60 ខ. 20 គ. 10 ឃ. 120

២៨. តម្លៃនៃ A_7^2 ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ក. 21 ខ. 14 គ. 49 ឃ. 42

២៩. បើ $A_n^2 = 30$ នោះតម្លៃនៃ n ស្មើនឹង ៖

ក. 5 ខ. 7 គ. 6 ឃ. 8

៣០. មានសិស្ស 8 នាក់ក្នុងការប្រកួតត់ប្រណាំង។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការទទួលជ័យលាភីលេខ១ លេខ២ និងលេខ៣?

ក. 56 ខ. 336 គ. 512 ឃ. 24

៣១. មានសៀវភៅខុសៗគ្នា 5 ក្បាល។ គេចង់រៀបសៀវភៅ 3 ក្បាលលើធ្នើរ។ តើមានប៉ុន្មានរបៀប?

ក. 60 ខ. 15 គ. 120 ឃ. 10

៣២. មនុស្ស 5 នាក់អង្គុយជុំវិញតុរាងមូលមួយ។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការអង្គុយ?

ក. 120 ខ. 60 គ. 12 ឃ. 24

៣៣. មនុស្ស 6 នាក់អង្គុយជុំវិញតុមូលមួយ។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបប្រសិនបើមនុស្សពីរនាក់ជាក់លាក់ត្រូវតែអង្គុយជាប់គ្នា?

ក. 24 ខ. 120 គ. 48 ឃ. 72

៣៤. តើអាចបង្កើតចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ផ្សេងគ្នាពីលេខ $\{1,2,3,4,5,6\}$ បានប៉ុន្មានចំនួន?

ក. 120 ខ. 360 គ. 720 ឃ. 24

៣៥. តើអាចបង្កើតចំនួនដែលមានលេខ 3 ខ្ទង់ផ្សេងគ្នាពីលេខ $\{0,1,2,3,4\}$ បានប៉ុន្មានចំនួន?

ក. 48 ខ. 60 គ. 100 ឃ. 24

៣៦. រូបមន្តបន្សំ C_n^k កំណត់ដោយ ៖

ក. $\frac{n!}{(n-k)!}$ ខ. $\frac{k!}{(n-k)!}$

គ. $\frac{n!}{k!}$ ឃ. $\frac{n!}{k!(n-k)!}$

៣៧. តម្លៃនៃ C_6^2 ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ក. 30 ខ. 12 គ. 15 ឃ. 36

៣៨. តម្លៃនៃ C_8^3 ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ក. 336 ខ. 56 គ. 24 ឃ. 112

៣៩. តម្លៃនៃ $C_7^0+C_7^7$ ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ក. 2 ខ. 1 គ. 7 ឃ. 14

៤០. បើ $C_n^2=28$ នោះតម្លៃនៃ n ស្មើនឹង ៖

ក. 7 ខ. 9 គ. 6 ឃ. 8

៤១. បើ $C_n^3=C_n^5$ នោះតម្លៃនៃ n ស្មើនឹង ៖

ក. 15 ខ. 2 គ. 8 ឃ. 6

៤២. ទំនាក់ទំនងមួយណាត្រឹមត្រូវសម្រាប់គ្រប់ $0\le k<n$?

ក. $C_n^k+C_n^k=C_{n+1}^k$ ខ. $C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1}$

គ. $C_n^k=C_n^{k-1}$ ឃ. $C_n^k+C_n^{k+1}=C_n^{k+2}$

៤៣. តម្លៃនៃផលបូក $C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5$ ស្មើនឹង ៖

ក. 32 ខ. 16 គ. 64 ឃ. 25

៤៤. ក្នុងថ្នាក់មួយមានសិស្ស 12 នាក់។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការជ្រើសរើសគណៈកម្មការមួយដែលមានសមាជិក 3 នាក់?

ក. 1320 ខ. 36 គ. 720 ឃ. 220

៤៥. ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចខៀវ 5 ដើម និងប៊ិចក្រហម 4 ដើម។ គេរើសយកប៊ិច 3 ដើម។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការរើសបានប៊ិចខៀវ 2 និងក្រហម 1?

ក. 20 ខ. 60 គ. 40 ឃ. 30

៤៦. ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចខៀវ 5 ដើម និងប៊ិចក្រហម 4 ដើម។ គេរើសយកប៊ិច 3 ដើម។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបរើសបានប៊ិចពណ៌ដូចគ្នាទាំង 3?

ក. 10 ខ. 14 គ. 4 ឃ. 24

៤៧. មានមនុស្ស 10 នាក់នៅក្នុងបន្ទប់មួយ។ បើមនុស្សម្នាក់ៗចាប់ដៃគ្នាទៅវិញទៅមកតែម្តង តើមានការចាប់ដៃគ្នាសរុបប៉ុន្មានដង?

ក. 45 ខ. 90 គ. 100 ឃ. 20

៤៨. នៅលើរង្វង់មួយមានចំណុចចំនួន 8 ផ្សេងគ្នា។ តើគេអាចគូសអង្កត់តភ្ជាប់ចំណុចទាំងនោះបានប៉ុន្មានអង្កត់?

ក. 56 ខ. 64 គ. 16 ឃ. 28

៤៩. នៅលើរង្វង់មួយមានចំណុចចំនួន 8 ផ្សេងគ្នា។ តើគេអាចបង្កើតត្រីកោណដែលមានកំពូលជាចំណុចទាំងនោះបានប៉ុន្មានត្រីកោណ?

ក. 336 ខ. 28 គ. 56 ឃ. 112

៥០. ពហុកោណប៉ោងមួយមាន 7 ជ្រុង។ តើពហុកោណនោះមានអង្កត់ទ្រូងចំនួនប៉ុន្មាន?

ក. 21 ខ. 14 គ. 28 ឃ. 35

៥១. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានប្រុស 6 នាក់ និងស្រី 5 នាក់។ គេចង់រើសគណៈកម្មការ 4 នាក់ ដែលមានយ៉ាងតិចស្រីម្នាក់។ តើមានប៉ុន្មានរបៀប?

ក. 315 ខ. 330 គ. 310 ឃ. 325

៥២. តម្លៃនៃ C_{10}^{3} ស្មើនឹង ៖

ក. 720 ខ. 240 គ. 30 ឃ. 120

៥៣. តម្លៃនៃ C_{n}^{n-1} ស្មើនឹង ៖

ក. 1 ខ. $n-1$ គ. n ឃ. $n!$

៥៤. បើ $C_n^1 + C_n^2 = 15$ នោះតម្លៃនៃ n គឺ ៖

ក. 4 ខ. 5 គ. 6 ឃ. 7

៥៥. តើគេអាចចែកផ្លែប៉ោមខុសៗគ្នា 6 ផ្លែ ទៅឱ្យកុមារ 2 នាក់ស្មើៗគ្នាបានប៉ុន្មានរបៀប?

ក. 20 ខ. 10 គ. 30 ឃ. 15

៥៦. លំហសំណាក S គឺជា ៖

ក. សំណុំនៃលទ្ធផលពិសេស
ខ. អនុសំណុំនៃព្រឹត្តិការណ៍
គ. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍
ឃ. សំណុំនៃលទ្ធផលដែលអាចកើតមានទាំងអស់នៃវិញ្ញាសា

៥៧. គេបោះកាក់មួយចំនួន 3 ដង។ ចំនួនធាតុនៃលំហសំណាក $n(S)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 6 ខ. 9 គ. 8 ឃ. 12

៥៨. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 គ្រាប់ព្រមគ្នា។ ចំនួនធាតុនៃលំហសំណាក $n(S)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 12 ខ. 36 គ. 18 ឃ. 24

៥៩. គេចាប់យកបៀរ 2 សន្លឹកព្រមគ្នាចេញពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក។ ចំនួនករណីអាច $n(S)$ គឺ ៖

ក. C_{52}^{2} ខ. 52×51 គ. A_{52}^{2} ឃ. 52^2

៦០. ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតមាន (ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាច) គឺជា ៖

ក. លំហសំណាក S
ខ. សំណុំឯកធាតុ
គ. ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ
ឃ. សំណុំទទេ $\varnothing$

៦១. ព្រឹត្តិការណ៍ប្រាកដ គឺជា ៖

ក. សំណុំទទេ $\varnothing$ ខ. លំហសំណាក S

គ. សំណុំរងនៃ S ឃ. គ្មានចម្លើយត្រឹមត្រូវ

៦២. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ «ចេញលេខធំជាង 4»។ ធាតុនៃ A គឺ ៖

ក. $\{4,5,6\}$ ខ. $\{5,6\}$ គ. $\{1,2,3\}$ ឃ. $\{6\}$

៦៣. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ។ តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ «ចេញលេខបឋម»។ ធាតុនៃ B គឺ ៖

ក. $\{2,3,5\}$ ខ. $\{1,2,3,5\}$ គ. $\{3,5\}$ ឃ. $\{1,3,5\}$

៦៤. បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរ នោះព្រឹត្តិការណ៍ «A កើតឡើង ឬ B កើតឡើង» សរសេរដោយ ៖

ក. $A\cap B$ ខ. $\overline{A}$ គ. $A\setminus B$ ឃ. $A\cup B$

៦៥. បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរ នោះព្រឹត្តិការណ៍ «A និង B កើតឡើងព្រមគ្នា» សរសេរដោយ ៖

ក. $A\cup B$ ខ. $\overline{A}\cap\overline{B}$

គ. $A\cap B$ ឃ. $A\subset B$

៦៦. ព្រឹត្តិការណ៍ពីរ A និង B ហៅថា «ព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា» (ឬផ្តាច់គ្នា) កាលណា ៖

ក. $A\cup B=S$ ខ. $A\cap B=\varnothing$

គ. $A=B$ ឃ. $A\subset B$

៦៧. ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ A តាងដោយ $\overline{A}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ ៖

ក. $A\cap\overline{A}=\varnothing$ និង $A\cup\overline{A}=S$

ខ. $A\cap\overline{A}=S$

គ. $A\cup\overline{A}=\varnothing$

ឃ. $A=\overline{A}$

៦៨. គេបោះកាក់មួយចំនួន 2 ដង។ ព្រឹត្តិការណ៍ «ចេញរូបយ៉ាងតិចម្តង» មានចំនួនធាតុស្មើនឹង ៖

ក. 1 ខ. 2 គ. 4 ឃ. 3

៦៩. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 គ្រាប់។ ចំនួនករណីដែលផលបូកនៃលេខទាំងពីរស្មើនឹង 7 គឺ ៖

ក. 4 ខ. 5 គ. 6 ឃ. 7

៧០. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 គ្រាប់។ ចំនួនករណីដែលលេខចេញលើមុខទាំងពីរដូចគ្នា (ឌុប) គឺ ៖

ក. 12 ខ. 6 គ. 36 ឃ. 30

៧១. សម្រាប់គ្រប់ព្រឹត្តិការណ៍ A តម្លៃនៃប្រូបាប $P(A)$ ត្រូវតែស្ថិតក្នុងចន្លោះ ៖

ក. $0\le P(A)\le 1$ ខ. $0<P(A)<1$

គ. $-1\le P(A)\le 1$ ឃ. $P(A)\ge 1$

៧២. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មិនអាច $P(\varnothing)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 1 ខ. -1 គ. 0.5 ឃ. 0

៧៣. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ប្រាកដ $P(S)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0 ខ. 100 គ. 1 ឃ. មិនកំណត់

៧៤. បើ $P(A) = 0.35$ នោះប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ $P(\bar{A})$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.35 ខ. 0.65 គ. 0.75 ឃ. 1.35

៧៥. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ដែលល្អស្មើ។ រកប្រូបាបដែលចេញលេខគូ។

ក. $\frac{1}{2}$ ខ. $\frac{1}{6}$ គ. $\frac{1}{3}$ ឃ. $\frac{2}{3}$

៧៦. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។ រកប្រូបាបដែលចេញលេខជាពហុគុណនៃ 3។

ក. $\frac{1}{6}$ ខ. $\frac{1}{2}$ គ. $\frac{2}{3}$ ឃ. $\frac{1}{3}$

៧៧. គេបោះកាក់ពីរព្រមគ្នា។ រកប្រូបាបដែលចេញក្បាលទាំងពីរ។

ក. $\frac{1}{2}$ ខ. $\frac{3}{4}$ គ. $\frac{1}{4}$ ឃ. $\frac{1}{8}$

៧៨. គេបោះកាក់បីព្រមគ្នា។ រកប្រូបាបដែលចេញក្បាលយ៉ាងតិចមួយ។

ក. $\frac{1}{8}$ ខ. $\frac{7}{8}$ គ. $\frac{3}{8}$ ឃ. $\frac{1}{2}$

៧៩. គេដកសន្លឹកបៀរមួយសន្លឹកចេញពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែលដកបានសន្លឹកអាត់ (Ace)។

ក. $\frac{1}{13}$ ខ. $\frac{1}{52}$ គ. $\frac{4}{13}$ ឃ. $\frac{1}{4}$

៨០. គេដកសន្លឹកបៀរមួយសន្លឹកចេញពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែលដកបានសន្លឹកបៀរពណ៌ក្រហម (គជ ឬ ការ៉ូ)។

ក. $\frac{1}{4}$ ខ. $\frac{13}{52}$ គ. $\frac{2}{13}$ ឃ. $\frac{1}{2}$

៨១. គេដកសន្លឹកបៀរមួយសន្លឹកចេញពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែលដកបានបៀររូបមនុស្ស (J, Q, K)។

ក. $\frac{12}{13}$ ខ. $\frac{1}{13}$

គ. $\frac{3}{13}$ ឃ. $\frac{4}{13}$

៨២. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 4 គ្រាប់ និងឃ្លីស 6 គ្រាប់។ គេចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបដែលបានឃ្លីក្រហម។

ក. $\frac{3}{5}$ ខ. $\frac{2}{5}$ គ. $\frac{4}{6}$ ឃ. $\frac{1}{4}$

៨៣. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 4 និងខៀវ 6។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ព្រមគ្នា។ រកប្រូបាបដែលបានឃ្លីក្រហមទាំង 2។

ក. $\frac{2}{15}$ ខ. $\frac{4}{15}$ គ. $\frac{1}{3}$ ឃ. $\frac{2}{5}$

៨៤. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 4 និងខៀវ 6។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ព្រមគ្នា។ រកប្រូបាបដែលបានឃ្លីពណ៌ខុសគ្នា។

ក. $\frac{7}{15}$ ខ. $\frac{2}{5}$ គ. $\frac{1}{2}$ ឃ. $\frac{8}{15}$

៨៥. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 គ្រាប់។ រកប្រូបាបដែលផលបូកលេខទាំងពីរស្មើនឹង 10។

ក. $\frac{1}{9}$ ខ. $\frac{1}{6}$ គ. $\frac{1}{12}$ ឃ. $\frac{5}{36}$

៨៦. បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា នោះ $P(A\cup B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ ខ. $P(A)+P(B)$

គ. $P(A)\times P(B)$ ឃ. $\frac{P(A)}{P(B)}$

៨៧. រូបមន្តទូទៅសម្រាប់ប្រូបាបនៃប្រជុំព្រឹត្តិការណ៍ពីរ A និង B គឺ ៖

ក. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ ខ. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

គ. $P(A\cup B)=P(A)\times P(B)$ ឃ. $P(A\cup B)=P(A\cap B)$

៨៨. បើ $P(A)=0.4,\ P(B)=0.5$ និង $P(A\cap B)=0.2$ នោះ $P(A\cup B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.9 ខ. 0.8 គ. 0.6 ឃ. 0.7

៨៩. បើ $P(A)=0.6,\ P(B)=0.3$ និង A,B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា នោះ $P(A\cup B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.18 ខ. 0.3 គ. 0.9 ឃ. 1.0

៩០. បើ $P(A\cup B)=0.8,\ P(A)=0.5$ និង $P(B)=0.6$ នោះ $P(A\cap B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.1 ខ. 0.3 គ. 0.2 ឃ. 0.4

៩១. បើ $P(A)=0.7$ នោះ $P(\overline{A})$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.3 ខ. 0.7 គ. -0.3 ឃ. 1.7

៩២. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ។ រកប្រូបាបដែលចេញលេខតូចជាង 3 ឬធំជាង 4។

ក. $\frac{1}{2}$ ខ. $\frac{1}{3}$ គ. $\frac{5}{6}$ ឃ. $\frac{2}{3}$

៩៣. គេដកបៀមួយសន្លឹកចេញពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែលដកបានបៀអាត់ (Ace) ឬបៀរូបបេះដូង (Heart)។

ក. $\frac{17}{52}$ ខ. $\frac{16}{52}$

គ. $\frac{4}{13}$ ឃ. $\frac{1}{13}$

៩៤. ក្នុងថ្នាក់មួយមានសិស្ស 60% ចូលចិត្តគណិត, 40% ចូលចិត្តរូបវិទ្យា និង 20% ចូលចិត្តទាំងពីរ។ រកប្រូបាបដែលសិស្សម្នាក់ចូលចិត្តយ៉ាងតិចមួយមុខ។

ក. 1.0 ខ. 0.8 គ. 0.7 ឃ. 0.6

៩៥. ក្នុងថ្នាក់មួយមានសិស្ស 60% ចូលចិត្តគណិត, 40% ចូលចិត្តរូប, 20% ចូលចិត្តទាំងពីរ។ រកប្រូបាបដែលសិស្សម្នាក់មិនចូលចិត្តទាំងពីរមុខ។

ក. 0.2　ខ. 0.4　គ. 0.1　ឃ. 0.3

៩៦. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់។ រកប្រូបាបដែលផលបូកលេខទាំងពីរតូចជាង ឬស្មើនឹង 11។

ក. $\frac{1}{36}$　ខ. $\frac{11}{12}$

គ. $\frac{5}{6}$　ឃ. $\frac{35}{36}$

៩៧. សិស្សម្នាក់ឆ្លើយសំណួរពិត/មិនពិតចំនួន 3 ដោយទាយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបដែលគាត់ឆ្លើយត្រូវយ៉ាងតិចមួយ។

ក. $\frac{1}{8}$　ខ. $\frac{3}{8}$　គ. $\frac{7}{8}$　ឃ. $\frac{1}{2}$

៩៨. គេចាប់យកលេខមួយពីសំណុំ $\{1,2,3,\ldots,20\}$។ រកប្រូបាបដែលលេខនោះចែកដាច់នឹង 3 ឬ 5។

ក. $\frac{1}{2}$　ខ. $\frac{9}{20}$　គ. $\frac{7}{20}$　ឃ. $\frac{2}{5}$

៩៩. បើ $P(A)=0.5$ និង $P(A\cap B)=0.2$ នោះ $P(A\cap\overline{B})$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.3　ខ. 0.7　គ. 0.2　ឃ. 0.1

១០០. បើ $P(A\cup B)=1$ និង $A\cap B=\varnothing$ នោះព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ហៅថា ៖

ក. ព្រឹត្តិការណ៍ឯករាជ្យ　ខ. ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាច

គ. ព្រឹត្តិការណ៍សមាស　ឃ. ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា

ចំណាំ ៖ សូមពិនិត្យផ្ទៀងផ្ទាត់ **តារាងសោចម្លើយ MCQ ទាំង ១០០** នៅក្នុង **ផ្នែកដំណោះស្រាយ** នៅចុងបញ្ចប់នៃសៀវភៅ។

លំហាត់អនុវត្តន៍

១. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌សចំនួន៤ និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន៥។ គេចាប់យកឃ្លី២គ្រាប់ក្នុងពេលតែមួយចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. «គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវទាំងពីរ»

ខ. «គេចាប់បានឃ្លីមួយក្នុងមួយពណ៌»

ដំណោះស្រាយ

២. ក្នុងអាងចិញ្ចឹមត្រីមួយមានត្រីពណ៌ក្រហម៤ និង ត្រីពណ៌ស៣។ គេចាប់ត្រី២ យកមកដាក់ក្នុងអាងថ្មីដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. «ត្រីពណ៌ក្រហមទាំងពីរ»

ខ. «ត្រីពណ៌សទាំងពីរ»

គ. «ត្រីមួយក្នុងមួយពណ៌»

ដំណោះស្រាយ

៣. នៅក្នុងធុងមួយគេមានប៊ូលក្រហម៤ ប៊ូលស៣ និងប៊ូលខៀវ១។ គេចាប់យកប៊ូល៣ ក្នុងពេលតែមួយចេញពីធុងដោយចៃដន្យ។

ក. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានប៊ូលក្រហមពីរ និងមួយទៀតមិនក្រហម»

ខ. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំងបី»

គ. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានយ៉ាងតិចប៊ូលក្រហមពីរ»

ដំណោះស្រាយ

៤. ក្នុងប្រអប់មួយមានខ្មៅដៃពណ៌ខៀវ 5 ដើម និង ខ្មៅដៃពណ៌ក្រហម 4 ដើម។ សិស្សម្នាក់បានចាប់យកខ្មៅដៃ 3 ព្រមគ្នាចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។

ក. រកប្រូបាបដែល «សិស្សយកបានខ្មៅដៃពណ៌ខៀវ 2 ដើម និង ខ្មៅដៃពណ៌ក្រហម 1 ដើម»

ខ. រកប្រូបាបដែល «សិស្សយកបានខ្មៅដៃពណ៌ដូចគ្នា»

ដំណោះស្រាយ

៥. ក្នុងថតតុមួយមានសៀវភៅគណិតវិទ្យា 7 ក្បាល និង សៀវភៅភាសាខ្មែរ 5 ក្បាល។ សិស្សម្នាក់បានយកសៀវភៅ 4ក្បាល ព្រមគ្នាចេញពីថតតុដោយចៃដន្យ។

ក. រកប្រូបាបដែល «សិស្សយកបានសៀវភៅគណិតវិទ្យា ទាំង 4 ក្បាល» ។

ខ. រកប្រូបាបដែល «សិស្សយកបានសៀវភៅភាសាខ្មែរ 1 ក្បាលយ៉ាងតិច» ។

ដំណោះស្រាយ

៦. គ្រូបន្ទុកថ្នាក់បានជ្រើសរើសប្រធានក្រុមវេនសំអាតថ្នាក់ថ្ងៃចំនួន 6 នាក់ នៃថ្នាក់រៀនមួយដែលមានសិស្សប្រុសចំនួន 20នាក់ និងសិស្សស្រីចំនួន 15នាក់ ។ គណនាប្រូបាបខាងក្រោម៖

ក. «ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែប្រុស»

ខ. «ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែស្រី»

គ. «ប្រធានក្រុមមានប្រុស3 នាក់ និងស្រី3 នាក់» ។

ដំណោះស្រាយ

៧. ថង់មួយមានឃ្លី 3 គឺឃ្លី a,b និង c។ គេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយ ចំនួនពីរលើកចេញពីក្នុងថង់ដោយដាក់ចូលថង់វិញ។

ក. ចូរកំណត់លំហសំណាក S និងព្រឹត្តិការណ៍ A : «ចាប់បានឃ្លីពីរផ្សេងគ្នា» , B : «ចាប់បានឃ្លីb នៅលើកទី១» ។

ខ. រកប្រូបាប $P(A)$, $P(B)$, $P(A\cap B)$ និង $P(A\cup B)$ ។

ដំណោះស្រាយ

៨. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 10 នាក់ ដែលក្នុងនោះ 4 នាក់ជាសិស្សស្រី និង 6 នាក់ជាសិស្សប្រុស។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់ ដោយចៃដន្យយកទៅប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សនៃថ្នាក់ដទៃ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី»

ខ. «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស»

គ. «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស»

ដំណោះស្រាយ

៩. ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល ១៥ ដែលចែកជា ប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន៧ និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៧ នេះតាមលេខ រៀងពី១ ដល់៧ រួចប៊ូលខៀវចំនួន៥ និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៥ នេះតាមលេខរៀងពី១ ដល់៥ ចុងក្រោយប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន៣ និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៣នេះ តាមលេខរៀងពី១ដល់៣ ។ គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង។

ខ. : ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស។

គ. : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង និងលេខសេស។

ដំណោះស្រាយ

១០. ក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូលពណ៌ស 3 ប៊ូលពណ៌ខៀវ 3 និងប៊ូលពណ៌ក្រហម 2 ។ គេចាប់យកប៊ូលម្តង 3 ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បោងដោយចៃដន្យ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលនីមួយៗជាសមប្រូបាប។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. «យ៉ាងតិចមានប៊ូល 2 ពណ៌ខៀវ»

ខ. «ប៊ូលទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា»

ដំណោះស្រាយ

១១. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សអាស៊ី 4 នាក់ សិស្សអាមេរិច 2 នាក់ និងសិស្សអឺរ៉ុប 3 នាក់ ។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមស្វ័យសិក្សាក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 3 នាក់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម៖

ក. «យ៉ាងតិចមានសិស្ស 2 នាក់ ជាសិស្សអាស៊ី»។

ខ. «យ៉ាងតិចមានសិស្ស 2 នាក់ ជាសិស្សអឺរ៉ុប»។

គ. «មានសិស្សម្នាក់ក្នុងមួយទ្វីប»។

ដំណោះស្រាយ

១២. នៅក្នុងតម្រុយមួយគេមានប៊ូល 12 ដែលមានសរសេរលេខពី 1 ដល់ 12 ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ពីក្នុងថុងព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។

ក. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានប៊ូលទាំង 3 មានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 3 »។

ខ. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានមានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 3 »។

គ. រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានផលសងរួម $d = 3$ »។

ដំណោះស្រាយ

១៣. ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ ស 2 គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1,2 និងឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 3 គ្រាប់ ដែលមានចុះលេខ 1,2,3 គេចាប់យកឃ្លី 2 គ្រាប់ ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់នោះ។

ក. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A : «គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា»។

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B : «គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 »។

គ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C : «គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ដោយបានដឹងថា វាមានពណ៌ដូចគ្នា»។

ដំណោះស្រាយ

១៤. គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសៗគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ 1,2,3,4,5,6,7,8,9 ។

ក. រកចំនួនករណីអាច ។

ខ. រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាពហុគុណនៃ 5 ។

គ. រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនគូ។

ដំណោះស្រាយ

១៥. ក្នុងថង់មួយមានប៊ិចពណ៌ក្រហម 8 និងប៊ិចពណ៌ខៀវ 6 ។ គេចាប់យកប៊ិច 5 ព្រមគ្នាចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : «ប៊ិចទាំង 5 ពណ៌ក្រហម»។

B : «ប៊ិច 3 ពណ៌ក្រហម និងប៊ិច 2 ពណ៌ខៀវ»។

C : «មានប៊ិចពណ៌ខៀវ 1 យ៉ាងតិចក្នុងចំណោមប៊ិចទាំង 5 »។

ដំណោះស្រាយ

១៦. ទេសចរណ៍មួយក្រុមមានបុរស 3 នាក់ និងស្ត្រី 5 នាក់ បានឈរបន្តគ្នាជាជួរដោយចៃដន្យ ដើម្បីទិញសំបុត្រចូលទស្សនាប្រាសាទអង្គវត្ត។

ក. រកចំនួនរបៀបនៃការឈរបន្តគ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរណ៍នោះ។

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ៖

A : « ទេសចរដែលឈរនៅមុខគេបង្អស់ជាស្ត្រី»។

B : «ទេសចរជាបុរសទាំងអស់ឈរនៅជាប់ៗគ្នា»។

ដំណោះស្រាយ

១៧. មេបញ្ជាការកងទ័ពការពារព្រំដែនបានបង្កើតចំនួនសម្ងាត់ដែលជាចំនួនគត់មានលេខបីខ្ទង់ ហើយលេខទាំងបីខ្ទង់នោះខុសៗគ្នាដោយប្រើលេខក្នុងចំណោមលេខពី 1 ដល់ 9 ។

ក. តើមេបញ្ជាការអាចបង្កើតចំនួនសម្ងាត់បានទាំងអស់ប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា។

ខ. មេបញ្ជាការបានជ្រើសរើសយកចំនួនសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យ ដើម្បីប្រើការពេលចេញធ្វើប្រតិបត្តិការសឹក។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ៖ A : «ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់គូ» ; B : « ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់សេស»។

ដំណោះស្រាយ

១៨. ក្រូចថ្លុង 20 ផ្លែដែលដាក់លក់មាន 16 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម និង 4 ផ្លែទៀតមានរសជាតិជូរ។ អ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសយក
ក្រូច 3 ផ្លែដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែជូរ។

B : ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែផ្អែម។

C : យ៉ាងតិចមានក្រូច 1 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម។

ដំណោះស្រាយ

១៩. គេប្រើលេខពី 0 ដល់ 9 ដើម្បីសរសេរចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ ដោយខ្ទង់ដើមដំបូងមិនប្រើលេខ 0 ទេ។

ក. តើគេអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួនខុសៗគ្នាតាមរបៀបខាងលើនេះ ?

ខ. តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខទាំង 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា ?

គ. តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខទាំង 4 ខ្ទង់ដូចគ្នា ?

ដំណោះស្រាយ

២០. ប្រធានវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យានៃការប្រឡងមួយ មានលំហាត់ពីជគណិត 6 និងធរណីមាត្រ 4 ។ បេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវធ្វើលំហាត់ 2 ក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំង 10 នេះទៅតាមការជ្រើសរើសរបស់ខ្លួន។

ក. រកចំនួនករណីអាច។

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចតទៅ៖

A : សិស្ស X ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតទាំងពីរ។

B : សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីរ។

C : សិស្ស Z ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតមួយ និងលំហាត់ធរណីមាត្រមួយ។

ដំណោះស្រាយ

២១. គេចង់ជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស 10 នាក់ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស 6 នាក់ និងសិស្សស្រី 4 នាក់។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. «រើសបានប្រុស 2 នាក់ និងស្រី 1 នាក់»

ខ. «រើសបានប្រុសសុទ្ធ»

គ. «រើសបានស្រីសុទ្ធ»

ឃ. «យ៉ាងហោចណាស់មានប្រុសម្នាក់»

ដំណោះស្រាយ

២២. ថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 50 នាក់។ ក្នុងការធ្វើសម្ភាសសិស្សទាំង 50 នាក់ គេដឹងថានៅក្នុងថ្នាក់រៀននោះមានសិស្ស 30 នាក់ ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា សិស្ស 25 នាក់ ចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា និងសិស្ស 15 ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងរូបវិទ្យា។

ក. រកចំនួនសិស្ស ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ឬ រូបវិទ្យា។

ខ. រកចំនួនសិស្ស មិនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងមិនចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា។

គ. រកចំនួនសិស្ស ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា តែមិនចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា។

ដំណោះស្រាយ

២៣. នៅក្នុងប្រអប់ A មានសៀវភៅពីជគណិត 3 ក្បាល និងធរណីមាត្រ 4 ក្បាល ហើយនៅក្នុងប្រអប់ B មានសៀវភៅពីជគណិត 5 ក្បាល និងធរណីមាត្រ 3 ក្បាល។ គេចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ A ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ B ហើយចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ B ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ A វិញ។ រកប្រូបាបដែលចំនួនសៀវភៅទាំងពីជគណិត និងធរណីមាត្រនៅក្នុងប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល។

ដំណោះស្រាយ

២៤. ក្នុងកាបូបមួយមានក្រដាសប្រាក់ 1 000 ៛ ចំនួន 4 សន្លឹក និងក្រដាសប្រាក់ 500 ៛ ចំនួន 5 សន្លឹក។ គេហូតយកក្រដាសប្រាក់ 3 សន្លឹក ចេញពីកាបូបដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តការណ៍ដូចខាងក្រោម៖

A : ហូតបានក្រដាសប្រាក់ 1 000 ៛ ទាំង 3 សន្លឹក។

B : ហូតបានយ៉ាងតិចណាស់ក្រដាសប្រាក់ 500 ៛ ចំនួន 1 សន្លឹក។

C : ហូតបានប្រាក់ចំនួន 2 000 ៛។

ដំណោះស្រាយ

២៥. ក្នុងប្រអប់មួយមានក្រដាសប្រាក់ 5 000៛ ចំនួន 7 សន្លឹក និងក្រដាសប្រាក់ 10 000៛ ចំនួន 5 សន្លឹក។ គេហូតយកក្រដាសប្រាក់ 4 សន្លឹកពីក្នុងប្រអប់ដោយចៃដន្យ។

ក. រកប្រូបាបដែលគេហូតបានក្រដាសប្រាក់ 5 000៛ ទាំង 4 សន្លឹក។

ខ. រកប្រូបាបដែលគេហូតបានក្រដាសប្រាក់ 10 000៛ យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក។

គ. រកប្រូបាបដែលគេហូតបានក្រដាសប្រាក់ 5 000៛ ចំនួន 3 សន្លឹកគត់។

ដំណោះស្រាយ

២៦. នៅក្នុងថង់មួយមាន ប៊ូលពណ៌ក្រហម 8 និងប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 6 ។ គេចាប់យកប៊ូល 5 ព្រមគ្នាចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលទាំង 5 មានពណ៌ក្រហមទាំងអស់។

ខ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូល 3 ពណ៌ក្រហម និងប៊ូល 2 ពណ៌ខ្មៅ។

គ. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 1 យ៉ាងតិច។

ដំណោះស្រាយ

២៧. ក្នុងប្រអប់មួយមានថ្នាំគីណាល់ 7គ្រាប់ និងថ្នាំអាស្ពីរីន 5គ្រាប់។ គេចាប់យកថ្នាំ 4គ្រាប់ ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។

ក. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានថ្នាំគីណាល់ទាំង 4 គ្រាប់។

ខ. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានថ្នាំអាស្ពីរីនយ៉ាងតិច 1 គ្រាប់។

ដំណោះស្រាយ

២៨. ក្នុងប្រអប់មួយមាន ប៊ិចខៀវចំនួន 7 ដើម និងប៊ិចក្រហមចំនួន 5 ដើម។ គេចាប់យកប៊ិច 4 ដើមចេញដោយចៃដន្យ។

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ិចខៀវទាំង 4 ដើម។

ខ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ិចខៀវចំនួន 3 ដើម និងចាប់បានប៊ិចក្រហមចំនួន 1 ដើម។

គ. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិច 1 ដើម។

ដំណោះស្រាយ

២៩. ក្នុងស្បោងមួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម 4 ឃ្លីពណ៌ខ្មៅចំនួន 3 និងឃ្លីពណ៌សចំនួន 1 ។ គេចាប់យកម្ដងឃ្លីចំនួន 3 ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានយកឃ្លីនីមួយៗជាសមប្រូបាប។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. «យ៉ាងតិចមានឃ្លីពីរពណ៌ក្រហម»

ខ. «យ៉ាងតិចមានឃ្លីពីរពណ៌ដូចគ្នា»

គ. «ឃ្លីទាំងបីមានពណ៌ខុសៗគ្នា»

ដំណោះស្រាយ

៣០. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 30 នាក់ដែលក្នុងនោះ 14 នាក់ជានារី។ ក្នុងចំណោមសិស្សទាំងនោះ នារី 8 នាក់ និងបុរស 4នាក់ ជាសិស្សនៅក្នុងអន្តេវាសិកដ្ឋាន។ សិស្សដទៃទៀតនៅក្រៅអន្តេវាសិកដ្ឋាន។ គេជ្រើសរើសសិស្សម្នាក់ក្នុងថ្នាក់នេះដោយចៃដន្យ។ កំណត់ព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : «សិស្សដែលជ្រើសរើសជាសិស្សនៅក្នុងអន្តេវាសិកដ្ឋាន» B : «សិស្សដែលជ្រើសរើសជាសិស្សប្រុស»

ក. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តការណ៍ A រួចរកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ។

ខ. គណនាប្រូបាប$P(B|A)$ មានន័យថាប្រូបាបនៃការជ្រើសរើសសិស្សប្រុសដោយដឹងថាជាសិស្សនៅអន្តេវាសិកដ្ឋាន។

គ. កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ $A\cap B$ ។

ដំណោះស្រាយ

៣១. គ្រូម្នាក់ធ្វើសំណួរផ្ទាល់មាត់ដោយឲ្យសិស្សចាប់ឆ្នោតយកសំណួរមួយក្នុងចំណោមសំណួរពីជគណិត 3 សំណួរ និងធរណីមាត្រ2សំណួរ។ សុខជាសិស្សចូលចិត្តរៀនតែពីជគណិត។ តើសុខមានសំណាងប៉ុន្មានភាគរយចាប់បានសំណួរពីជគណិត និងប៉ុន្មានភាគរយចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រ ?

ដំណោះស្រាយ

៣២. ក្នុងថង់មួយគេមានប៊ូល 12 ដែលគេសរសេរលេខពី 1 ដល់ 12 ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ចេញពីថង់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. «គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 3»

ខ. «គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង3»

គ. «គេចាប់បានប៊ូលមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្ត ដែលមានផលសងរួម $d=3$»

ឃ. «គេចាប់បានប៊ូលមានលេខតាមលំដាប់បង្កើតបានស្វ៊ីតធរណីមាត្រ មានផលធៀបរួម $q=\frac{1}{2}$»

ដំណោះស្រាយ

៣៣. គេរើសសិស្សម្នាក់ឲ្យធ្វើជាប្រធានក្រុម ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី 5នាក់ និងសិស្សប្រុស 3នាក់។ រកប្រូបាបដែលប្រធានក្រុមជាសិស្សស្រី និងរកប្រូបាបសិស្សប្រុសជាប្រធានក្រុម។

ដំណោះស្រាយ

៣៤. គេធ្វើវិញ្ញាសាហូតប័ណ្ណម្តងមួយសន្លឹកចំនួន 2 ដងចេញពីថង់មួយដែលមានប័ណ្ណលេខ 1 លេខ 2 និងលេខ 3 ដោយហូតហើយដាក់វិញ។

ក. ចូរសរសេរលំហសំណាក S ព្រឹត្តិការណ៍ A ដែលហូតលើកទី 1 បានលេខគូ និងព្រឹត្តិការណ៍ B ដែលហូតទាំង 2 លើកបានប័ណ្ណមានផលបូកលេខស្មើនឹង5 ។

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និងប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ។

ដំណោះស្រាយ

៣៥. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 2 និងឃ្លីខៀវ 3 ។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ចេញពីថង់ម្តងមួយៗដោយចៃដន្យ។

ក. ក្នុងករណីយកហើយដាក់វិញ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បាន៖

- ឃ្លីក្រហមមុន និងខៀវក្រោយ។
- ឃ្លីក្រហមមុន ឬខៀវក្រោយ។

ខ. ក្នុងករណីយកហើយមិនដាក់វិញ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បាន

- ឃ្លីក្រហមមុន និងខៀវក្រោយ ។
- ឃ្លីក្រហមមុន ឬខៀវក្រោយ ។

ដំណោះស្រាយ

៣៦. គេជ្រើសរើសសិស្ស 2 នាក់ ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី 4 នាក់ និងសិស្សប្រុស 5 នាក់ ជាតំណាងក្រុម។ រកប្រូបាបដែលសិស្ស៖

ក. ស្រីជាប្រធានក្រុម។

ខ. ប្រុសទាំង 2 ជាតំណាងក្រុម។

គ. ស្រីជាប្រធាន និងប្រុសជាអនុប្រធាន។

ឃ. យ៉ាងតិចមានសិស្សស្រីម្នាក់ជាតំណាងក្រុម។

ដំណោះស្រាយ

៣៧. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 4 និងឃ្លីខៀវ 6។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីក្រហមទាំង2។

ខ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីខៀវទាំង2។

គ. រកប្រូបាបដែលចាប់បាបឃ្លី 2 មានពណ៌ដូចគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

៣៨. ក្នុងប្រអប់ A មានសំបុត្រ 5 សន្លឹក ចុះលេខពី 1 ដល់ 5។ ប្រអប់ B មានសំបុត្រ 3សន្លឹក ចុះលេខពី 4 ដល់ 6។ គេចាប់យកសំបុត្រ1 សន្លឹកចេញពីប្រអប់នីមួយៗដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបដែលសំបុត្រទាំង2៖

ក. មានលេខដូចគ្នា។

ខ. មានលេខខុសគ្នា។

គ. មានផលបូកលេខជាចំនួនសេស។

ដំណោះស្រាយ

៣៩. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ 2 ដង។

ក. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង2 លើកខុសគ្នា។

ខ. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង2 លើកជាលេខគូ។

គ. រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំង2 លើកខុសគ្នា និងជាលេខគូ។

ដំណោះស្រាយ

៤០. គេបង្កើតលេខសម្ងាត់របស់សោដោយចំនួនដែលមានលេខ 4ខ្ទង់ ខុសពីលេខ 0។

ក. តើគេអាចបង្កើតលេខសម្ងាត់នេះបានប៉ុន្មានបែប?

ខ. គេរើសយកលេខសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

(a). «លេខសម្ងាត់ជាចំនួនគូ»

(b). «លេខសម្ងាត់ទាំង4ខ្ទង់ជាលេខគូ»

(c). «លេខសម្ងាត់ទាំង4ខ្ទង់មានលេខ1តែម្តងគត់»

(d). «លេខសម្ងាត់ទាំង4ខ្ទង់ខុសៗគ្នា»

ដំណោះស្រាយ

៤១. គេរើសសិស្ស 8 នាក់ដោយចៃដន្យក្នុងចំណោមសិស្សប្រុស 9 នាក់ និងសិស្សស្រី 11នាក់ ទៅសម្ភាសន៍។

ក. តើគេអាចរៀបសិស្សបានប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា?

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

a. «ក្រុមសិស្សទាំង8នាក់មានសុទ្ធតែសិស្សស្រី»

b. «ក្នុងក្រុមមានសិស្សស្រី5នាក់ និងប្រុស 3នាក់»

ដំណោះស្រាយ

៤២. គេរៀបចំឆ្នោត 150សន្លឹកដើម្បីលក់ឲ្យអស់មុនពេលចេញផ្សៀង ដែលក្នុងនោះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 5សន្លឹក។ មនុស្សម្នាក់ទិញឆ្នោត 10 សន្លឹក។

ក. គ្មានត្រូវរង្វាន់សោះ។

ខ. ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក។

គ. ត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹកគត់។

ដំណោះស្រាយ

៤៣. ក្នុងថង់មួយមានអក្សរ 10 តួ $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$ ។ គេចាប់យកអក្សរ 4 តួ ព្រមគ្នាចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបដែល៖

ក. គ្មានបានស្រៈមួយសោះ។

ខ. បានស្រៈតែមួយគត់។

គ. បានស្រៈតែ 2 គត់។

ឃ. យ៉ាងតិចណាស់បានស្រៈមួយ។

ដំណោះស្រាយ

៤៤. គេបោះកាក់មួយ និងគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ព្រមគ្នា។ ចូរកំណត់៖

ក. សកម្មភាពដែលជាពិសោធន៍ចៃដន្យ និងជាវិញ្ញាសា។

ខ. លំហសំណាក S និងព្រឹត្តិការណ៍៖

ⓐ. A «បោះកាក់បានខាងរូប H»

ⓑ. B : «បោះគ្រាប់ឡុកឡាក់បានលេខ4»

គ. រកប្រូបាបព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹង A ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹង B និងព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ A និង B ។

ដំណោះស្រាយ

មេរៀនទី ២

ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ និងទ្រឹស្តីបទបៃយេស

១ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍សមាស

ជាទូទៅ ១

- ក្នុងវិញ្ញាសាហូតហើយដាក់វិញ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍កើតមុន ឬព្រឹត្តិការណ៍កើតក្រោយរក្សាដដែល។
- ក្នុងវិញ្ញាសាហូតហើយមិនដាក់វិញ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍កើតក្រោយប្រែប្រួលតាមព្រឹត្តិការណ៍កើតមុន។

សន្និដ្ឋាន

ក. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ A និង B គឺ :

- $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ បើ A និង B មិនទាក់ទងគ្នា ។
- $P(A\cap B)=P(A)\times P(B/A)$ បើ A និង B ទាក់ទងគ្នា។
  B/A មានន័យថា B ដែល A កើតមុន

ខ. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក A និង B គឺ :

- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ បើ A និង B ចុះសម្រុងគ្នា ។
- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ បើ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នា ។

គ. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹង A គឺ$P(\bar{A})=1-P(A)$ ។ **ចំណាំ** : $P(\phi)=0, P(S)=1, 0\leq P(A)\leq 1$ ។

២ ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ

និយមន័យ ១

- បើ A និង Bជាព្រឹត្តិការណ៍ 2 ក្នុងលំហសំណាកមួយដែល $P(A)\neq 0$ នោះប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ដោយដឹង A គឺ : $P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$
- គេអាចគណនាបានដូចគ្នា $P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\quad (P(B)\neq 0)$
- តាមរូបមន្តនេះ គេអាចទាញបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ A និង B $P(A\cap B)=P(A)\times P(B/A)=P(B)\times P(A/B)$

៣ ព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នានិងមិនទាក់ទងគ្នា

ជាទូទៅ ២

A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ 2 ដែលមានប្រូបាបមិនសូន្យ

- គេថាព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B មិនអាស្រ័យគ្នា កាលណាព្រឹត្តិការណ៍ទាំង 2 ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌណាមួយក្នុងចំណោមលក្ខខណ្ឌខាងក្រោម៖
  - ក. $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ ឬ
  - ខ. $P(A/B)=P(A)$ ឬ
  - គ. $P(B/A)=P(B)$
- គេថាព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B អាស្រ័យគ្នា កាលណា $P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$

៤ ទ្រឹស្តីបទបៃយេស

ជាទូទៅ ៣

ក. រូបមន្តប្រូបាបសរុប: $P(B)=\sum_{i=1}^{n}[P(B/A_i)\times P(A_i)]$

ខ. ទ្រឹស្តីបទបៃយេស : $P(A_k/B)=\dfrac{P(B/A_k)\times P(A_k)}{\sum_{i=1}^{n}[P(B/A_i)\times P(A_i)]}$

លំហាត់គំរូ ១

គេមានមាស៊ីន A,B និង C ផលិតវត្ថុដូចគ្នា ។ ម៉ាស៊ីន A ផលិតបាន 50% B បាន 30% និង C បាន 20% ។ គេដឹងថាវត្ថុដែលផលិតដោយម៉ាស៊ីន A មានខូច 3% ម៉ាស៊ីន B ខូច 4% និងម៉ាស៊ីន C ខូច 4% ។

១. រកប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូច

២. ក្នុងចំណោមវត្ថុខូចចំនួន 1000 តើម៉ាស៊ីន A ធ្វើខូចចំនួនប៉ុន្មាន? B ធ្វើខូចចំនួនប៉ុន្មាន? C ខូចចំនួនប៉ុន្មាន?

ដំណោះស្រាយ

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ «វត្ថុផលិតបានមានការខូចខាត»។
គេមាន ៖ $P(A)=0.50,\ P(B)=0.30,\ P(C)=0.20$
និង $P(D|A)=0.03,\ P(D|B)=0.04,\ P(D|C)=0.04$

១. តាមរូបមន្តប្រូបាបសរុប ៖

$$\begin{aligned}P(D)&=P(A)P(D|A)+P(B)P(D|B)+P(C)P(D|C)\\&=(0.50)(0.03)+(0.30)(0.04)+(0.20)(0.04)\\&=0.015+0.012+0.008=0.035\quad(3.5\%)\end{aligned}$$

២. តាមទ្រឹស្តីបទបៃយេស ប្រូបាបដែលវត្ថុខូចផលិតដោយម៉ាស៊ីននីមួយៗគឺ ៖

- ម៉ាស៊ីន A ៖ $P(A|D)=\dfrac{P(A)P(D|A)}{P(D)}=\dfrac{0.015}{0.035}=\dfrac{3}{7}$
- ម៉ាស៊ីន B ៖ $P(B|D)=\dfrac{P(B)P(D|B)}{P(D)}=\dfrac{0.012}{0.035}=\dfrac{12}{35}$
- ម៉ាស៊ីន C ៖ $P(C|D)=\dfrac{P(C)P(D|C)}{P(D)}=\dfrac{0.008}{0.035}=\dfrac{8}{35}$

ក្នុងចំណោមវត្ថុខូចចំនួន 1000 ៖

- ម៉ាស៊ីន A ធ្វើខូច ៖ $1000\times\dfrac{3}{7}\approx 429$ វត្ថុ
- ម៉ាស៊ីន B ធ្វើខូច ៖ $1000\times\dfrac{12}{35}\approx 343$ វត្ថុ
- ម៉ាស៊ីន C ធ្វើខូច ៖ $1000\times\dfrac{8}{35}\approx 228$ វត្ថុ

លំហាត់គំរូ ២

ក្នុងក្រូចមួយកញ្ចែមានលាយក្រូចបាត់ដំបង 70% និងក្រូចកំពង់ចាម 30% ។ គេដឹងថាក្រូចទាំង 2 ប្រភេទនេះ មានផ្លែខ្លះជូរ ផ្លែខ្លះផ្អែម។ ក្រូចបាត់ដំបងមានក្រូចជូរ 5% និងក្រូចកំពង់ចាម 9% ។

១. រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសក្រូចមួយផ្លែបានក្រូចជូរ

២. រកប្រូបាបដែលក្រូចបាត់ដំបង ដោយដឹងថាក្រូចជូរ

៣. រកប្រូបាបដែលក្រូចកំពង់ចាម ដោយដឹងថាក្រូចផ្អែម

៤. បើក្នុងកញ្ជេរនេះមានក្រូច 1000 ផ្លែ តើមានក្រូចជូរចំនួនប៉ុន្មានផ្លែ? ក្រូចជូរជាក្រូចបាត់ដំបងមានប៉ុន្មានផ្លែ?

ដំណោះស្រាយ

តាង B_1 ជាក្រូចបាត់ដំបង $(P(B_1)=0.70)$, B_2 ជាក្រូចកំពង់ចាម $(P(B_2)=0.30)$។
តាង S ជាព្រឹត្តិការណ៍ «ក្រូចជូរ» ៖ $P(S|B_1)=0.05$, $P(S|B_2)=0.09$។

១. តាមរូបមន្តប្រូបាបសរុប ៖

$$P(S)=P(B_1)P(S|B_1)+P(B_2)P(S|B_2)=(0.70)(0.05)+(0.30)(0.09)=0.035+0.027=0.062$$

២. តាមទ្រឹស្តីបទបៃយេស ៖

$$P(B_1|S)=\frac{P(B_1\cap S)}{P(S)}=\frac{0.035}{0.062}=\frac{35}{62}\approx 0.5645$$

៣. ប្រូបាបក្រូចផ្អែម $(\bar{S})$ ៖ $P(\bar{S})=1-0.062=0.938$។
ក្រូចកំពង់ចាមផ្អែម ៖ $P(B_2\cap\bar{S})=P(B_2)P(\bar{S}|B_2)=0.30\times(1-0.09)=0.30\times 0.91=0.273$។
នាំឱ្យ ៖ $P(B_2|\bar{S})=\dfrac{0.273}{0.938}=\dfrac{273}{938}\approx 0.291$។

៤. ក្នុងចំណោមក្រូច 1000 ផ្លែ ៖

- ចំនួនក្រូចជូរសរុប ៖ $1000\times 0.062=62$ ផ្លែ
- ចំនួនក្រូចជូរជាក្រូចបាត់ដំបង ៖ $1000\times 0.035=35$ ផ្លែ

លំហាត់គំរូ ៣

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 2 និងឃ្លីខៀវ 3 ។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ចេញពីថង់មួយៗដោយចៃដន្យ។

១. ក្នុងករណីយកហើយដាក់វិញ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បាន :

- ឃ្លីក្រហមមុន និងខៀវក្រោយ
- ឃ្លីក្រហមមុន ឬខៀវក្រោយ

២. ក្នុងករណីយកហើយមិនដាក់វិញ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បាន:

- ឃ្លីក្រហមមុន និងខៀវក្រោយ

- ឃ្លីក្រហមមុន ឬខៀវក្រោយ

ដំណោះស្រាយ

តាង K_1 ជាក្រហមលើកទី ១, Kh_2 ជាខៀវលើកទី ២។ ឃ្លីសរុប $2+3=5$ គ្រាប់។

១. **ករណីយកហើយដាក់វិញ** (ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នា) ៖

- $P(K_1 \cap Kh_2) = P(K_1) \times P(Kh_2) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$
- $P(K_1 \cup Kh_2) = P(K_1) + P(Kh_2) - P(K_1 \cap Kh_2) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{6}{25} = 1 - \frac{6}{25} = \frac{19}{25}$

២. **ករណីយកហើយមិនដាក់វិញ** (ព្រឹត្តិការណ៍អាស្រ័យគ្នា) ៖

- $P(K_1 \cap Kh_2) = P(K_1) \times P(Kh_2|K_1) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
- $P(Kh_2) = P(K_1)P(Kh_2|K_1) + P(Kh_1)P(Kh_2|Kh_1) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

$\Longrightarrow P(K_1 \cup Kh_2) = P(K_1) + P(Kh_2) - P(K_1 \cap Kh_2) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

លំហាត់គំរូ ៤

សរសេរតួអក្សរមួយដាក់លើសន្លឹកកាតមួយ ក្នុងចំណោមតួអក្សរនៃពាក្យ $ALGEBRA$ រួចដាក់ចូលក្នុងថង់។ គេចាប់សន្លឹកកាតម្តងមួយចេញពីថង់ 2 ដងដោយចៃដន្យ ដោយយកហើយដាក់វិញ។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានស្រៈនៅលើកទី 1 B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានព្យញ្ជនៈនៅលើកទី 1 និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានព្យញ្ជនៈនៅលើកទី 2 ។

១. តើព្រឹត្តិការណ៍ណាជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា

២. រកប្រូបាបដែលចាប់យកបាន:

ក. ស្រៈនៅលើកទី 1

ខ. ព្យញ្ជនៈនៅលើកទី 1

គ. ព្យញ្ជនៈនៅលើកទី 2

ឃ. ស្រៈមុន និង ព្យញ្ជនៈក្រោយ

ដំណោះស្រាយ

ពាក្យ $ALGEBRA$ មាន 7 អក្សរ ដែលមានស្រៈ 3 គឺ $\{A, E, A\}$ និងព្យញ្ជនៈ 4 គឺ $\{L, G, B, R\}$។

១. ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នាគឺ A និង B ព្រោះនៅលើកទី ១ អក្សរដែលចាប់បានត្រូវតែជាស្រៈ ឬព្យញ្ជនៈ ($A \cap B = \emptyset$ និង $A \cup B = S$)។

២. រកប្រូបាប (ដោយសារចាប់ហើយដាក់វិញ ព្រឹត្តិការណ៍ទាំងពីរមិនអាស្រ័យគ្នា) ៖

ក. $P(A)=\frac{3}{7}$

ខ. $P(B)=\frac{4}{7}$

គ. $P(C)=\frac{4}{7}$

ឃ. $P(A\cap C)=P(A)\times P(C)=\frac{3}{7}\times\frac{4}{7}=\frac{12}{49}$

លំហាត់គំរូ ៥

គេជ្រើសរើសសិស្ស 2 នាក់ ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី 4 នាក់ និងសិស្សប្រុស 5 នាក់ជាតំណាងក្រុម។ រកប្រូបាបដែលសិស្ស:

១. ស្រីជាប្រធានក្រុម

២. ប្រុសទាំង 2 ជាតំណាងក្រុម

៣. ស្រីជាប្រធាន និងប្រុសជាអនុប្រធាន

៤. យ៉ាងតិចមានសិស្សស្រីម្នាក់ជាតំណាងក្រុម។

ដំណោះស្រាយ

សិស្សសរុប $4+5=9$ នាក់។

១. ជ្រើសប្រធាន និងអនុប្រធាន (គិតលំដាប់ ៖ $n(S)=A_9^2=72$)។ ប្រធានជាសិស្សស្រី (មាន 4 ជម្រើស) អនុប្រធានយកពី 8 នាក់ដែលនៅសល់ (មាន 8 ជម្រើស) ៖

$$P=\frac{4\times 8}{72}=\frac{32}{72}=\frac{4}{9}$$

២. ប្រុសទាំងពីរនាក់ជាតំណាងក្រុម ៖ $n(S)=C_9^2=36$។ ជ្រើសប្រុស ២ ពី ៥ ៖ $C_5^2=10$។

$$P=\frac{C_5^2}{C_9^2}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

៣. ស្រីជាប្រធាន (មាន 4 ជម្រើស) និងប្រុសជាអនុប្រធាន (មាន 5 ជម្រើស) ៖

$$P=\frac{4\times 5}{72}=\frac{20}{72}=\frac{5}{18}$$

៤. យ៉ាងតិចមានសិស្សស្រីម្នាក់ ៖ ប្រើព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹង «ប្រុសទាំងពីរនាក់» ៖

$$P=1-\frac{5}{18}=\frac{13}{18}$$

លំហាត់គំរូ ៦

ក្នុងស្បោងមួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម 4 ឃ្លីពណ៌ខ្មៅចំនួន 3 និងឃ្លីពណ៌សចំនួន 1 ។
គេចាប់យកម្តងឃ្លីចំនួន 3 ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានយកឃ្លីនីមួយៗជាសមប្រូបាប។
គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

១. ``យ៉ាងតិចមានឃ្លីពីរពណ៌ក្រហម"

២. ``យ៉ាងតិចមានឃ្លីពីរពណ៌ដូចគ្នា"

៣. ``ឃ្លីទាំងបីមានពណ៌ខុសៗគ្នា"

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនឃ្លីសរុប $4+3+1=8$ គ្រាប់។ ចំនួនករណីអាចនៃការចាប់ឃ្លី 3 គឺ ៖

$$n(S)=C_8^3=\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$$

១. «យ៉ាងតិចមានឃ្លីពីរពណ៌ក្រហម» ៖

- ក្រហម ២ និងពណ៌ផ្សេង ១ ៖ $C_4^2\times C_4^1=6\times4=24$ ករណី
- ក្រហមទាំង ៣ ៖ $C_4^3=4$ ករណី

$$\Longrightarrow P=\frac{24+4}{56}=\frac{28}{56}=\frac{1}{2}$$

២. «យ៉ាងតិចមានឃ្លីពីរពណ៌ដូចគ្នា» ៖ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹង «ឃ្លីទាំងបីមានពណ៌ខុសៗគ្នា» (ក្រហម ១ ខ្មៅ ១ ស ១ ៖ $C_4^1\times C_3^1\times C_1^1=12$) ៖

$$P=1-\frac{12}{56}=1-\frac{3}{14}=\frac{11}{14}$$

៣. «ឃ្លីទាំងបីមានពណ៌ខុសៗគ្នា» (ក្រហម ១ ខ្មៅ ១ ស ១) ៖

$$P=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_1^1}{56}=\frac{4\times3\times1}{56}=\frac{12}{56}=\frac{3}{14}$$

លំហាត់គំរូ ៧

ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 30 នាក់ដែលក្នុងនោះ 14 នាក់ជានារី។ ក្នុងចំណោមសិស្សទាំងនោះ នារី 8 នាក់ និង បុរស 4 នាក់ជាសិស្សនៅក្នុងអន្តេវាសិកដ្ឋាន។ សិស្សដទៃទៀតនៅក្រៅអន្តេវាសិកដ្ឋាន។ គេជ្រើសរើសសិស្សម្នាក់ក្នុងថ្នាក់នេះដោយចៃដន្យ។ កំណត់ព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

១. A : ``សិស្សដែលជ្រើសរើសជាសិស្សនៅក្នុងអន្តេវាសិកដ្ឋាន"

២. B : ``សិស្សដែលជ្រើសរើសជាសិស្សប្រុស"

ក. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A រួចរកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B

ខ. គណនាប្រូបាប $P(B|A)$ មានន័យថាប្រូបាបនៃការជ្រើសរើសសិស្សប្រុស ដោយដឹងថាជាសិស្សនៅក្នុងអន្តេវាសិកដ្ឋាន។ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ $A\cap B$

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនសិស្សសរុប $n(S)=30$ នាក់។
សិស្សស្រី 14 នាក់ $\Longrightarrow$ សិស្សប្រុស $n(B)=30-14=16$ នាក់។
សិស្សក្នុងអន្តេវាសិកដ្ឋាន ៖ ស្រី 8 + ប្រុស 4 $\Longrightarrow n(A)=8+4=12$ នាក់។

ក. គណនាប្រូបាប ៖

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}=0.4 \quad , \quad P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$$

ខ. គណនា $P(B|A)$ និង $P(A\cap B)$ ៖

- $P(B|A)$ ៖ ក្នុងចំណោមសិស្សអន្តេវាសិកដ្ឋានទាំង 12 នាក់ មានសិស្សប្រុស 4 នាក់ ៖

$$P(B|A)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

- $P(A\cap B)$ ៖ សិស្សប្រុសនៅក្នុងអន្តេវាសិកដ្ឋាន (មាន 4 នាក់) ៖

$$P(A\cap B)=\frac{4}{30}=\frac{2}{15} \quad (\text{ឬ } P(A\cap B)=P(A)\times P(B|A)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15})$$

ប្រតិបត្តិ ១

ក្នុងល្បែងបៀរ 52 សន្លឹកគេដកយកសន្លឹកបៀមួយសន្លឹកដោយចៃដន្យ។
គេកំណត់ព្រឹត្តិការណ៍:

- A : ``សន្លឹកបៀរដែលដកយកបានជាបេះដូង"
- B : ``សន្លឹកបៀរដែលដកយកបានជាអាត់"
- C : ``សន្លឹកបៀរដែលដកយកបានជាសន្លឹកអាត់ និង ក្រហម"
រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A,B,C ។

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

ហ៊ូបៀរមាន 52 សន្លឹក ៖

- បេះដូងមាន 13 សន្លឹក $\Longrightarrow P(A)=\dfrac{13}{52}=\dfrac{1}{4}$
- អាត់មាន 4 សន្លឹក $\Longrightarrow P(B)=\dfrac{4}{52}=\dfrac{1}{13}$
- អាត់ក្រហម (អាត់បេះដូង និងអាត់ការ៉ូ) មាន 2 សន្លឹក $\Longrightarrow P(C)=\dfrac{2}{52}=\dfrac{1}{26}$

ប្រតិបត្តិ ២

នៅក្នុងថុងមួយគេមានប៊ូល 12 ដែលគេសរសេរលេខពី 1 ដល់ 12 ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ចេញពីថុងព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

- A : ``គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 3''
- B : ``គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 3''
- C : ``គេចាប់បានប៊ូលមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានផលសងរួម $d=3$''
- D : ``គេចាប់បានប៊ូលមានលេខតាមលំដាប់បង្កើតបានជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រមានផលធៀបរួម $q=\frac{1}{2}$''

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_{12}^3 = 220$។

- លេខចែកដាច់នឹង ៣ គឺ $\{3,6,9,12\}$ (4 គ្រាប់) $\implies P(A) = \dfrac{C_4^3}{220} = \dfrac{4}{220} = \dfrac{1}{55}$
- ប៉ុន្តែ ១ គត់ចែកដាច់នឹង ៣ ៖ $P(B) = \dfrac{C_4^1 \times C_8^2}{220} = \dfrac{4\times 28}{220} = \dfrac{112}{220} = \dfrac{28}{55}$
- ស្វ៊ីតនព្វន្ត $d = 3$ ៖ $\{a, a+3, a+6\}$ មាន ៦ ឈុត $\implies P(C) = \dfrac{6}{220} = \dfrac{3}{110}$
- ស្វ៊ីតធរណីមាត្រ $q = 1/2$ (លំដាប់ចុះ $\{4,2,1\},\{8,4,2\},\{12,6,3\}$) មាន ៣ ឈុត $\implies P(D) = \dfrac{3}{220}$

៥ សំណួរពហុជ្រើសរើស (MCQ)

សេចក្ដីណែនាំ ៖ ចូរជ្រើសរើសចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវបំផុតតែមួយគត់ ក្នុងចំណោមជម្រើស ក, ខ, គ ឬ ឃ សម្រាប់សំណួរនីមួយៗខាងក្រោម ៖

១. ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃព្រឹត្តិការណ៍ A ដោយដឹងថា B បានកើតឡើងរួចហើយ តាងដោយ ៖
- ក. $P(A\cap B)$
- ខ. $P(B/A)$
- គ. $P(A/B)$ ឬ $P(A|B)$
- ឃ. $P(A\cup B)$

២. រូបមន្តកំណត់ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ $P(A|B)$ (ដោយ $P(B)>0$) គឺ ៖
- ក. $\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$
- ខ. $\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$
- គ. $\dfrac{P(A\cup B)}{P(B)}$
- ឃ. $\dfrac{P(B)}{P(A)}$

៣. បើ $P(A\cap B)=0.2$ និង $P(B)=0.5$ នោះ $P(A|B)$ ស្មើនឹង ៖
- ក. 0.4
- ខ. 0.1
- គ. 0.7
- ឃ. 0.25

៤. បើ $P(A\cap B)=0.15$ និង $P(A)=0.6$ នោះ $P(B|A)$ ស្មើនឹង ៖
- ក. 0.09
- ខ. 0.45
- គ. 0.5
- ឃ. 0.25

៥. សម្រាប់គ្រប់ព្រឹត្តិការណ៍ B ដែល $P(B)>0$ តម្លៃនៃ $P(B|B)$ ស្មើនឹង ៖
- ក. 0
- ខ. 0.5
- គ. 1
- ឃ. $P(B)$

៦. សម្រាប់គ្រប់ព្រឹត្តិការណ៍ B ដែល $P(B)>0$ តម្លៃនៃ $P(\varnothing|B)$ ស្មើនឹង ៖
- ក. 1
- ខ. 0
- គ. មិនកំណត់
- ឃ. $\dfrac{1}{P(B)}$

៧. បើ $P(A|B)=0.35$ នោះ $P(\bar{A}|B)$ ស្មើនឹង ៖
- ក. 0.65
- ខ. 0.35
- គ. 0.70
- ឃ. 1.35

៨. បើ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នា $(A\cap B=\varnothing)$ និង $P(B)>0$ នោះ $P(A|B)$ ស្មើនឹង ៖
- ក. 1
- ខ. $P(A)$
- គ. $P(B)$
- ឃ. 0

៩. បើ $A\subset B$ និង $P(B)>0$ នោះ $P(A|B)$ ស្មើនឹង ៖
- ក. 1
- ខ. 0
- គ. $\dfrac{P(A)}{P(B)}$
- ឃ. $P(A)$

១០. បើ $B\subset A$ និង $P(B)>0$ នោះ $P(A|B)$ ស្មើនឹង ៖
- ក. 0
- ខ. 1
- គ. $\dfrac{P(B)}{P(A)}$
- ឃ. $P(A)$

១១. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។ បើដឹងថាចេញលេខធំជាង 3 រកប្រូបាបដែលចេញលេខ 5។

ក. $\frac{1}{3}$ ខ. $\frac{1}{6}$ គ. $\frac{1}{2}$ ឃ. $\frac{2}{3}$

១២. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។ បើដឹងថាចេញលេខសេស រកប្រូបាបដែលចេញលេខបឋម។

ក. $\frac{1}{3}$ ខ. $\frac{1}{2}$ គ. $\frac{5}{6}$ ឃ. $\frac{2}{3}$

១៣. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។ បើដឹងថាចេញលេខគូ រកប្រូបាបដែលចេញលេខ 2។

ក. $\frac{1}{6}$ ខ. $\frac{1}{2}$ គ. $\frac{1}{3}$ ឃ. $\frac{2}{3}$

១៤. គេបោះកាក់ពីរព្រមគ្នា។ បើដឹងថាយ៉ាងតិចមានកាក់មួយចេញក្បាល រកប្រូបាបដែលកាក់ទាំងពីរចេញក្បាល។

ក. $\frac{1}{4}$ ខ. $\frac{1}{3}$ គ. $\frac{1}{2}$ ឃ. $\frac{2}{3}$

១៥. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់។ បើដឹងថាផលបូកលេខទាំងពីរស្មើនឹង 8 រកប្រូបាបដែលគ្រាប់ទីមួយចេញលេខ 3។

ក. $\frac{1}{5}$ ខ. $\frac{1}{6}$ គ. $\frac{1}{36}$ ឃ. $\frac{5}{36}$

១៦. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់។ បើដឹងថាគ្រាប់ទាំងពីរចេញលេខខុសគ្នា រកប្រូបាបដែលផលបូកស្មើនឹង 6។

ក. $\frac{5}{36}$ ខ. $\frac{1}{6}$

គ. $\frac{1}{30}$ ឃ. $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$

១៧. គេដកបៀរមួយសន្លឹកពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក។ បើដឹងថាដកបានបៀរពណ៌ខ្មៅ រកប្រូបាបដែលវាជាបៀរអាត់ (Ace)។

ក. $\frac{1}{26}$ ខ. $\frac{4}{52}$

គ. $\frac{2}{26} = \frac{1}{13}$ ឃ. $\frac{1}{2}$

១៨. គេដកបៀរមួយសន្លឹកពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក។ បើដឹងថាដកបានបៀររូបមនុស្ស (J, Q, K) រកប្រូបាបដែលវាជាបៀរកាតូ (King)។

ក. $\frac{1}{13}$ ខ. $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

គ. $\frac{4}{52}$ ឃ. $\frac{1}{4}$

១៩. ក្នុងគ្រួសារមួយមានកូនពីរនាក់។ បើដឹងថាយ៉ាងតិចកូនម្នាក់ជាក្មេងប្រុស រកប្រូបាបដែលកូនទាំងពីរជាប្រុស។

ក. $\frac{1}{3}$ ខ. $\frac{1}{2}$ គ. $\frac{1}{4}$ ឃ. $\frac{3}{4}$

២០. ក្នុងគ្រួសារមួយមានកូនពីរនាក់។ បើដឹងថាកូនច្បងជាក្មេងប្រុស រកប្រូបាបដែលកូនទាំងពីរជាប្រុស។

ក. $\frac{1}{3}$ ខ. $\frac{1}{4}$ គ. $\frac{2}{3}$ ឃ. $\frac{1}{2}$

២១. ក្នុងថ្នាក់មួយមានសិស្ស 40 នាក់ (ប្រុស 24 នាក់, ស្រី 16 នាក់)។ ក្នុងនោះសិស្សពាក់វ៉ែនតាមាន 10 នាក់ (ប្រុស 6 នាក់, ស្រី 4 នាក់)។ បើជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុសម្នាក់ រកប្រូបាបដែលគាត់ពាក់វ៉ែនតា។

ក. $\frac{6}{40}$ ខ. $\frac{4}{16}$ គ. $\frac{1}{4}$ ឃ. $\frac{10}{24}$

២២. ក្នុងថ្នាក់ដដែល (ប្រុស 24, ស្រី 16; ពាក់វ៉ែនតា៖ ប្រុស 6, ស្រី 4)។ បើជ្រើសរើសបានសិស្សពាក់វ៉ែនតាម្នាក់ រកប្រូបាបដែលសិស្សនោះជាស្រី។

ក. $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ ខ. $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

គ. $\frac{4}{40}=\frac{1}{10}$ ឃ. $\frac{6}{10}$

២៣. បើ $P(A)=0.6$, $P(B)=0.4$ និង $P(A\cup B)=0.8$ នោះ $P(A|B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.5 ខ. 0.25 គ. 0.2 ឃ. 0.75

២៤. បើ $P(A)=0.5$, $P(B)=0.3$ និង $P(A\cup B)=0.65$ នោះ $P(B|A)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.15 ខ. 0.5 គ. 0.45 ឃ. 0.3

២៥. បើ $P(B|A)=0.4$ និង $P(A)=0.5$ នោះ $P(A\cap B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.9 ខ. 0.1 គ. 0.2 ឃ. 0.8

២៦. បើ $P(A|B)=0.6$ និង $P(B)=0.5$ នោះ $P(A\cap B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 1.1 ខ. 0.3 គ. 0.1 ឃ. 0.6

២៧. បើ $P(A)=0.7$, $P(B)=0.4$ និង $P(A\cap B)=0.28$ នោះ $P(A|B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.7 ខ. 0.4 គ. 0.28 ឃ. 0.112

២៨. ក្នុងវិញ្ញាសាមួយ $P(A)=0.8, P(B)=0.5$ និង $P(A\cap B)=0.4$។ តម្លៃនៃ $P(\overline{B}|A)$ គឺ ៖

ក. 0.6 ខ. 0.4 គ. 0.2 ឃ. 0.5

២៩. ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចខៀវ 7 និងក្រហម 3។ គេចាប់យកប៊ិច 2 ម្តងមួយដោយមិនដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលប៊ិចទីពីរពណ៌ក្រហម ដោយដឹងថាប៊ិចទីមួយពណ៌ខៀវ។

ក. $\frac{3}{10}$ ខ. $\frac{2}{9}$

គ. $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ ឃ. $\frac{7}{9}$

៣០. ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចខៀវ 7 និងក្រហម 3។ គេចាប់យកប៊ិច 2 ម្តងមួយដោយមិនដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលប៊ិចទីពីរពណ៌ខៀវ ដោយដឹងថាប៊ិចទីមួយពណ៌ខៀវ។

ក. $\frac{7}{10}$ ខ. $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

គ. $\frac{7}{9}$ ឃ. $\frac{3}{9}$

៣១. ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចខៀវ 7 និងក្រហម 3។ គេចាប់យកប៊ិច 2 ម្ដងមួយដោយមិនដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលប៊ិចទីពីរពណ៌ក្រហម ដោយដឹងថាប៊ិចទីមួយពណ៌ក្រហម។

ក. $\frac{2}{9}$ ខ. $\frac{3}{10}$ គ. $\frac{3}{9}$ ឃ. $\frac{1}{3}$

៣២. គេចាប់យកសន្លឹកបៀរ 2 ម្ដងមួយដោយមិនដាក់វិញពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែលសន្លឹកទីពីរជាអាត់ ដោយដឹងថាសន្លឹកទីមួយជាអាត់។

ក. $\frac{4}{52}$ ខ. $\frac{4}{51}$
គ. $\frac{3}{52}$ ឃ. $\frac{3}{51}=\frac{1}{17}$

៣៣. គេចាប់យកសន្លឹកបៀរ 2 ម្ដងមួយដោយមិនដាក់វិញពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែលសន្លឹកទីពីរជាអាត់ ដោយដឹងថាសន្លឹកទីមួយមិនមែនជាអាត់។

ក. $\frac{3}{51}$ ខ. $\frac{4}{52}$
គ. $\frac{4}{51}$ ឃ. $\frac{48}{51}$

៣៤. បើ $P(A)=0.4$, $P(B)=0.5$ និង $P(A|B)=0.6$ នោះ $P(B|A)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.3 ខ. 0.75 គ. 0.48 ឃ. 0.5

៣៥. បើ $P(A)=0.3$, $P(B)=0.6$ និង $P(B|A)=0.8$ នោះ $P(A|B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.4 ខ. 0.24 គ. 0.5 ឃ. 0.6

៣៦. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីស 5 និងខ្មៅ 5។ ចាប់យកឃ្លីម្ដងមួយចំនួន 2 ដងឥតដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលលើកទីមួយបានស និងលើកទីពីរបានខ្មៅ។

ក. $\frac{1}{4}$ ខ. $\frac{5}{9}$ គ. $\frac{1}{2}$ ឃ. $\frac{5}{18}$

៣៧. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីស 5 និងខ្មៅ 5។ ចាប់យកឃ្លីម្ដងមួយចំនួន 2 ដងឥតដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលបានឃ្លីសទាំងពីរលើក។

ក. $\frac{1}{4}$ ខ. $\frac{5}{18}$ គ. $\frac{2}{9}$ ឃ. $\frac{1}{2}$

៣៨. បើ $P(A)=0.7$ និង $P(B|A)=0.4$ នោះ $P(A\cap\overline{B})$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.28 ខ. 0.42 គ. 0.30 ឃ. 0.70

៣៩. បើ $P(A)=0.5$ និង $P(\overline{B}|A)=0.3$ នោះ $P(A\cap B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.35 ខ. 0.15 គ. 0.20 ឃ. 0.50

៤០. បើ $P(A\cap B)=0.12$ និង $P(A|\overline{B})=0.4$ ដោយ $P(B)=0.2$ នោះ $P(A)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.32 ខ. 0.52 គ. 0.24 ឃ. 0.44

៤១. រូបមន្តផលគុណប្រូបាបសម្រាប់ព្រឹត្តិការណ៍ពីរ A និង B គឺ ៖

ក. $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ ជានិច្ច
ខ. $P(A\cap B)=P(A)+P(B|A)$
គ. $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B|A)$
ឃ. $P(A\cap B)=\dfrac{P(A)}{P(B|A)}$

៤២. រូបមន្តផលគុណប្រូបាបសម្រាប់ព្រឹត្តិការណ៍បី A,B,C គឺ ៖

ក. $P(A\cap B\cap C)=P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$ ជានិច្ច
ខ. $P(A\cap B\cap C)=P(A)\cdot P(B|A)\cdot P(C|A\cap B)$
គ. $P(A\cap B\cap C)=P(A)+P(B)+P(C)$
ឃ. $P(A\cap B\cap C)=P(A\cup B\cup C)$

៤៣. ប្រអប់មួយមានអំពូលល្អ 8 និងខូច 2។ គេយកអំពូល 2 ម្តងមួយដោយមិនដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលអំពូលទាំងពីរល្អ។

ក. $\frac{28}{45}$
ខ. $\frac{16}{25}$
គ. $\frac{4}{5}$
ឃ. $\frac{7}{10}$

៤៤. ប្រអប់មួយមានអំពូលល្អ 8 និងខូច 2។ គេយកអំពូល 2 ម្តងមួយដោយមិនដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលអំពូលទាំងពីរខូច។

ក. $\frac{1}{25}$ ខ. $\frac{2}{45}$ គ. $\frac{1}{5}$ ឃ. $\frac{1}{45}$

៤៥. ប្រអប់មួយមានអំពូលល្អ 8 និងខូច 2។ គេយកអំពូល 2 ម្តងមួយដោយមិនដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលអំពូលទីមួយល្អ និងទីពីរខូច។

ក. $\frac{8}{50}$ ខ. $\frac{1}{5}$ គ. $\frac{8}{45}$ ឃ. $\frac{2}{45}$

៤៦. គេបោះកាក់មួយ។ បើចេញក្បាល គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ; បើចេញកន្ទុយ គេចាប់បៀរមួយសន្លឹក។ នេះជាគំរូនៃ ៖

ក. បន្ទំ ខ. ដ្យាក្រាមដើមឈើ គ. ចម្លាស់វង់ ឃ. លំហសំណាកឯកសណ្ឋាន

៤៧. កីឡាករម្នាក់បាញ់ធ្នូ 2 ព្រួញ។ ប្រូបាបបាញ់ចំលើកទី១ គឺ 0.8។ បើលើកទី១ ចំ ប្រូបាបចំលើកទី២ គឺ 0.9; បើលើកទី១ ខុស ប្រូបាបចំលើកទី២ គឺ 0.5។ រកប្រូបាបដែលគាត់បាញ់ចំទាំងពីរលើក។

ក. 0.72 ខ. 0.85 គ. 0.40 ឃ. 0.90

៤៨. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលគាត់បាញ់ខុសលើកទី១ តែចំលើកទី២។

ក. 0.18 ខ. 0.08 គ. 0.20 ឃ. 0.10

៤៩. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលគាត់បាញ់ខុសទាំងពីរលើក។

ក. 0.02 ខ. 0.18 គ. 0.10 ឃ. 0.05

៥០. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលគាត់បាញ់ចំលើកទី២។

ក. 0.72 ខ. 0.82 គ. 0.90 ឃ. 0.80

៥១. ក្នុងថង់មានឃ្លីក្រហម 3, ខៀវ 4 និងស 5 (សរុប 12)។ ចាប់យក 3 គ្រាប់ម្តងមួយឥតដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលលើកទី១ បានក្រហម, ទី២ បានខៀវ និងទី៣ បានស។

ក. $\frac{1}{22}$ ខ. $\frac{5}{144}$

គ. $\frac{1}{12}$ ឃ. $\frac{1}{44}$

៥២. ក្នុងថង់មួយមានប័ណ្ណលេខ 1,2,3,4,5។ ចាប់យកប័ណ្ណ 2 ម្តងមួយឥតដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលផលបូកលេខទាំងពីរជាចំនួនគូ។

ក. $\frac{1}{2}$ ខ. $\frac{3}{5}$ គ. $\frac{1}{5}$ ឃ. $\frac{2}{5}$

៥៣. ក្នុងថង់ដដែល រកប្រូបាបដែលផលបូកលេខទាំងពីរជាចំនួនសេស។

ក. $\frac{2}{5}$ ខ. $\frac{1}{2}$ គ. $\frac{3}{5}$ ឃ. $\frac{4}{5}$

៥៤. គេចាប់យកសន្លឹកបៀរ 3 ម្តងមួយឥតដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលទទួលបានសន្លឹកអាត់ទាំង 3។

ក. $\frac{1}{2197}$ ខ. $\frac{1}{5525}$

គ. $\frac{4}{52}$ ឃ. $\frac{1}{13}$

៥៥. ក្នុងថង់មានផ្លែក្រូចល្អ 7 និងស្អុយ 3។ មនុស្ស 3 នាក់មកចាប់យកផ្លែក្រូចម្នាក់មួយបន្តបន្ទាប់គ្នាឥតដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែលទាំង 3 នាក់បានផ្លែក្រូចល្អទាំងអស់។

ក. $\frac{7}{24}$ ខ. $\frac{343}{1000}$

គ. $\frac{1}{8}$ ឃ. $\frac{21}{100}$

៥៦. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលអ្នកទី១ បានផ្លែល្អ អ្នកទី២ បានផ្លែល្អ និងអ្នកទី៣ បានផ្លែស្អុយ។

ក. $\frac{21}{100}$ ខ. $\frac{1}{10}$

គ. $\frac{9}{40}$ ឃ. $\frac{7}{40}$

៥៧. គេបោះកាក់មួយ 3 ដង។ ប្រូបាបដែលចេញក្បាលនៅលើកទី៣ ដោយដឹងថាលើកទី១ និងទី២ ចេញក្បាលរួចហើយគឺ ៖

ក. $\frac{1}{8}$ ខ. $\frac{1}{4}$ គ. $\frac{1}{2}$ ឃ. 1

៥៨. ក្នុងប្រអប់មានសំបុត្ររង្វាន់ 2 និងគ្មានរង្វាន់ 8។ មនុស្សពីរនាក់ A និង B ចាប់ម្តងម្នាក់ (A ចាប់មុន) ឥតដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែល A បានរង្វាន់។

ក. $\frac{1}{10}$ ខ. $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

គ. $\frac{2}{9}$ ឃ. $\frac{8}{10}$

៥៩. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែល B បានរង្វាន់ ដោយដឹងថា A បានរង្វាន់។

ក. $\frac{1}{9}$ ខ. $\frac{2}{9}$ គ. $\frac{1}{5}$ ឃ. $\frac{2}{10}$

៦០. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែល B បានរង្វាន់ ដោយដឹងថា A មិនបានរង្វាន់។

ក. $\frac{1}{9}$ ខ. $\frac{1}{5}$ គ. $\frac{8}{9}$ ឃ. $\frac{2}{9}$

៦១. ព្រឹត្តិការណ៍ពីរ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ឯករាជ្យនឹងគ្នា លុះត្រាតែ ៖

ក. $P(A\cap B)=0$ ខ. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
គ. $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ ឃ. $P(A)=P(B)$

៦២. បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ឯករាជ្យ និង $P(B)>0$ នោះ ៖

ក. $P(A|B)=P(B)$ ខ. $P(A|B)=P(A)$ គ. $P(A|B)=0$ ឃ. $P(A|B)=1$

៦៣. បើ $P(A)=0.4,\ P(B)=0.5$ និង A,B ជាព្រឹត្តិការណ៍ឯករាជ្យ នោះ $P(A\cap B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.2 ខ. 0.9 គ. 0.1 ឃ. 0.45

៦៤. បើ $P(A)=0.4,\ P(B)=0.5$ និង A,B ឯករាជ្យ នោះ $P(A\cup B)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.9 ខ. 0.2 គ. 0.8 ឃ. 0.7

៦៥. បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ឯករាជ្យ នោះគូព្រឹត្តិការណ៍មួយណាខាងក្រោមក៏ជាព្រឹត្តិការណ៍ឯករាជ្យដែរ ?

ក. $\overline{A}$ និង $\overline{B}$ ខ. $\overline{A}$ និង B
គ. A និង $\overline{B}$ ឃ. គ្រប់ជម្រើសទាំងអស់សុទ្ធតែត្រូវ

៦៦. បើ $P(A)=0.3,\ P(B)=0.4$ និង $P(A\cap B)=0.12$ តើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្វី ?

ក. មិនចុះសម្រុងគ្នា ខ. ឯករាជ្យនឹងគ្នា គ. ដូចគ្នា ឃ. បំពេញគ្នា

៦៧. បើ $P(A)=0.5,\ P(B)=0.4$ និង $P(A\cap B)=0.25$ តើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ឯករាជ្យឬទេ ?

ក. មិនឯករាជ្យទេ ព្រោះ $0.5\times 0.4=0.2\neq 0.25$
ខ. ឯករាជ្យ
គ. មិនចុះសម្រុងគ្នា
ឃ. មិនអាចសន្និដ្ឋានបាន

៦៨. ព្រឹត្តិការណ៍ពីរ A និង B មាន $P(A)>0$ និង $P(B)>0$។ បើ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នា $(A\cap B=\varnothing)$ តើវាអាចជាព្រឹត្តិការណ៍ឯករាជ្យបានទេ ?

ក. មិនអាចទេ ព្រោះ $P(A\cap B)=0\neq P(A)P(B)$
ខ. អាចបានជានិច្ច
គ. បាន លុះត្រាតែ $P(A)=P(B)$
ឃ. គ្មានចម្លើយត្រឹមត្រូវ

៦៩. គេបោះកាក់មួយ និងគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយព្រមគ្នា។ រកប្រូបាបដែលកាក់ចេញក្បាល និងគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខ 6។

ក. $\frac{1}{8}$ ខ. $\frac{7}{12}$ គ. $\frac{1}{12}$ ឃ. $\frac{1}{6}$

៧០. សិស្សពីរនាក់ A និង B ដោះស្រាយលំហាត់មួយដោយឯករាជ្យ។ ប្រូបាបដែល A ដោះស្រាយបានគឺ 0.7 ហើយ B ដោះស្រាយបានគឺ 0.8។ រកប្រូបាបដែលអ្នកទាំងពីរដោះស្រាយបានដូចគ្នា។

ក. 0.94 ខ. 0.56 គ. 0.15 ឃ. 0.24

៧១. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលមានយ៉ាងតិចម្នាក់ដោះស្រាយលំហាត់នោះចេញ។

ក. 0.94 ខ. 0.56 គ. 0.85 ឃ. 0.06

៧២. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលគ្មាននរណាម្នាក់ដោះស្រាយលំហាត់នោះចេញសោះ។

ក. 0.15 ខ. 0.24 គ. 0.56 ឃ. 0.06

៧៣. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលមានតែម្នាក់គត់ដោះស្រាយលំហាត់នោះចេញ។

ក. 0.56 ខ. 0.94 គ. 0.38 ឃ. 0.42

៧៤. ប្រព័ន្ធអគ្គិសនីមួយមានឌីសុងទ័រពីរ C_1 និង C_2 តជាស៊េរី។ ប្រូបាបដែល C_1 ដំណើរការគឺ 0.9 និង C_2 ដំណើរការគឺ 0.95 (ឯករាជ្យគ្នា)។ រកប្រូបាបដែលចរន្តអគ្គិសនីឆ្លងកាត់បាន។

ក. 0.95 ខ. 0.855 គ. 0.995 ឃ. 0.045

៧៥. ប្រព័ន្ធមួយមានឧបករណ៍ពីរតជាខ្នែង (Parallel)។ ប្រូបាបដំណើរការរៀងគ្នាគឺ 0.8 និង 0.7 (ឯករាជ្យគ្នា)។ ប្រព័ន្ធដំណើរការកាលណាយ៉ាងតិចមានឧបករណ៍មួយដំណើរការ។ រកប្រូបាបដំណើរការនៃប្រព័ន្ធ។

ក. 0.94 ខ. 0.56 គ. 0.85 ឃ. 0.06

៧៦. កីឡាករបីនាក់បាញ់លើផ្ទាំងស៊ីបមួយដោយឯករាជ្យ។ ប្រូបាបបាញ់ចំរៀងគ្នាគឺ 0.6, 0.7, 0.8។ រកប្រូបាបដែលទាំងបីនាក់បាញ់ចំទាំងអស់។

ក. 0.70 ខ. 0.992 គ. 0.024 ឃ. 0.336

៧៧. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលគ្មាននរណាម្នាក់បាញ់ចំផ្ទាំងស៊ីបសោះ។

ក. 0.336 ខ. 0.120 គ. 0.024 ឃ. 0.008

៧៨. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលមានយ៉ាងតិចម្នាក់បាញ់ចំផ្ទាំងស៊ីប។

ក. 0.336 ខ. 0.976 គ. 0.664 ឃ. 0.800

៧៩. កាក់មួយត្រូវបានបោះ 4 ដង។ ដោយសារការបោះនីមួយៗឯករាជ្យគ្នា រកប្រូបាបដែលចេញក្បាលទាំងអស់។

ក. $\frac{1}{16}$ ខ. $\frac{1}{8}$ គ. $\frac{1}{4}$ ឃ. $\frac{1}{2}$

៨០. កាក់មួយត្រូវបានបោះ 4 ដង។ រកប្រូបាបដែលចេញក្បាលយ៉ាងតិចម្តង។

ក. $\frac{1}{16}$ ខ. $\frac{7}{8}$ គ. $\frac{3}{4}$ ឃ. $\frac{15}{16}$

៨១. លក្ខខណ្ឌដើម្បីឱ្យសំណុំនៃព្រឹត្តិការណ៍ $\{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$ ជាភាគថាសនៃលំហសំណាក S គឺ ៖

ក. $B_1 = B_2 = \cdots = B_n$
ខ. $B_i \cap B_j = S$
គ. $B_i \cap B_j = \varnothing$ $(i \neq j)$ និង $\bigcup_{i=1}^{n} B_i = S$
ឃ. $\sum P(B_i) = 0$

៨២. បើ $\{B_1, B_2\}$ ជាភាគថាសនៃ S នោះសម្រាប់ព្រឹត្តិការណ៍ A ណាមួយ រូបមន្តប្រូបាបសរុបគឺ ៖
ក. $P(A) = P(B_1) + P(B_2)$
ខ. $P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$
គ. $P(A) = P(A|B_1) + P(A|B_2)$
ឃ. $P(A) = P(B_1)P(B_2)$

៨៣. រូបមន្តប្រូបាបសរុបទូទៅសម្រាប់ភាគថាស $\{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$ គឺ ៖
ក. $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A|B_i)$
ខ. $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)$
គ. $P(A) = \prod_{i=1}^{n} P(B_i)$
ឃ. $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i)$

៨៤. រោងចក្រមួយមានម៉ាស៊ីនពីរ៖ M_1 ផលិតបាន 60% និង M_2 ផលិតបាន 40% នៃផលិតផលសរុប។ អត្រាផលិតផលខូចរបស់ M_1 គឺ 2% ហើយរបស់ M_2 គឺ 3%។ រកប្រូបាបដែលជ្រើសរើសបានផលិតផលខូចមួយ។
ក. 0.050 ខ. 0.025 គ. 0.012 ឃ. 0.024

៨៥. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលជ្រើសរើសបានផលិតផលល្អ (មិនខូច)។
ក. 0.950 ខ. 0.980 គ. 0.976 ឃ. 0.970

៨៦. មានប្រអប់ពីរ៖ ប្រអប់ I មានឃ្លីស 3 ខ្មៅ 2; ប្រអប់ II មានឃ្លីស 2 ខ្មៅ 4។ គេជ្រើសរើសប្រអប់មួយដោយចៃដន្យ រួចចាប់យកឃ្លីមួយ។ រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីស។
ក. $\frac{1}{2}$ ខ. $\frac{7}{15}$ គ. $\frac{5}{11}$ ឃ. $\frac{3}{5}$

៨៧. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីខ្មៅ។
ក. $\frac{8}{15}$ ខ. $\frac{7}{15}$ គ. $\frac{1}{2}$ ឃ. $\frac{2}{3}$

៨៨. គ្លីនិកមួយពិនិត្យឃើញថាអ្នកជំងឺ 70% កើតជំងឺផ្ដាសាយធម្មតា និង 30% កើតជំងឺកូវីដ។ ប្រូបាបដែលអ្នកជំងឺផ្ដាសាយមានរោគសញ្ញាក្ដៅខ្លួនគឺ 40% ហើយអ្នកកើតកូវីដមានរោគសញ្ញាក្ដៅខ្លួនគឺ 80%។ រកប្រូបាបដែលអ្នកជំងឺម្នាក់មានរោគសញ្ញាក្ដៅខ្លួន។
ក. 0.60 ខ. 0.40 គ. 0.70 ឃ. 0.52

៨៩. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលអ្នកជំងឺម្នាក់គ្មានរោគសញ្ញាក្ដៅខ្លួន។
ក. 0.52 ខ. 0.40 គ. 0.48 ឃ. 0.30

៩០. គេមានថង់ពីរ៖ ថង់ A មានកាក់សុទ្ធ 4 និងកាក់ក្លែងក្លាយ 1; ថង់ B មានកាក់សុទ្ធ 2 និងកាក់ក្លែងក្លាយ 3។ គេរើសថង់មួយដោយចៃដន្យ រួចដកកាក់មួយ។ រកប្រូបាបដែលបានកាក់ក្លែងក្លាយ។
ក. 0.50 ខ. 0.40 គ. 0.30 ឃ. 0.20

៩១. ទ្រឹស្ដីបទបៃយេស (Bayes' Theorem) ត្រូវបានប្រើប្រាស់ដើម្បីគណនា ៖

ក. ប្រូបាប Posterior $P(B_k|A)$ ដោយផ្អែកលើព័ត៌មានបន្ថែម A

ខ. ប្រូបាបនៃលំហសំណាក S

គ. ចំនួនករណីអាច $n(S)$

ឃ. មធ្យមនព្វន្ត

៩២. រូបមន្តទ្រឹស្តីបទបៃយេស $P(B_k|A)$ គឺ ៖

ក. $\dfrac{P(A)P(B_k|A)}{P(B_k)}$

ខ. $\dfrac{P(B_k)}{\sum P(B_i)}$

គ. $\dfrac{P(A|B_k)}{P(A)}$

ឃ. $\dfrac{P(B_k)P(A|B_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A|B_i)}$

៩៣. រោងចក្រមានម៉ាស៊ីន M_1 (60%, ខូច 2%) និង M_2 (40%, ខូច 3%)។ បើគេពិនិត្យឃើញផលិតផលមួយខូច រកប្រូបាបដែលផលិតផលនោះមកពីម៉ាស៊ីន M_1។

ក. 0.60
ខ. 0.40
គ. $\dfrac{0.012}{0.024} = 0.50$
ឃ. 0.25

៩៤. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ បើផលិតផលនោះខូច រកប្រូបាបដែលវាផលិតដោយម៉ាស៊ីន M_2។

ក. 0.40
ខ. $\dfrac{0.012}{0.024} = 0.50$
គ. 0.60
ឃ. 0.30

៩៥. ប្រអប់ I (ស 3, ខ្មៅ 2) និងប្រអប់ II (ស 2, ខ្មៅ 4)។ គេរើសប្រអប់មួយដោយចៃដន្យ រួចចាប់បានឃ្លីសមួយ។ រកប្រូបាបដែលឃ្លីសនោះមកពីប្រអប់ I។

ក. $\dfrac{9}{14}$
ខ. $\dfrac{5}{14}$
គ. $\dfrac{3}{5}$
ឃ. $\dfrac{1}{2}$

៩៦. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ រកប្រូបាបដែលឃ្លីសនោះមកពីប្រអប់ II។

ក. $\dfrac{9}{14}$
ខ. $\dfrac{2}{6}$
គ. $\dfrac{1}{2}$
ឃ. $\dfrac{5}{14}$

៩៧. ជំងឺមួយមានអត្រាឆ្លងក្នុងសហគមន៍ 1% $(P(D) = 0.01)$។ ឧបករណ៍តេស្តមួយមានប្រសិទ្ធភាពរកឃើញវិជ្ជមានពិត 95% $(P(T|D) = 0.95)$ និងមានអត្រាវិជ្ជមានក្លែងក្លាយ 5% $(P(T|\overline{D}) = 0.05)$។ រកប្រូបាបដែលលទ្ធផលតេស្តចេញវិជ្ជមាន $P(T)$។

ក. 0.095
ខ. 0.010
គ. 0.059
ឃ. 0.050

៩៨. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ បើបុគ្គលម្នាក់ធ្វើតេស្តឃើញវិជ្ជមាន រកប្រូបាបដែលគាត់ពិតជាមានជំងឺនោះមែន $(P(D|T))$។

ក. 0.95 (95%)
ខ. ≈ 0.161 (16.1%)
គ. 0.50 (50%)
ឃ. 0.05 (5%)

៩៩. សាក្សីម្នាក់អះអាងថាបានឃើញឡានតាក់ស៊ីពណ៌ខៀវបង្កគ្រោះថ្នាក់។ ក្នុងក្រុងមានតាក់ស៊ីបៃតង 85% និងខៀវ 15%។ តុលាការធ្វើតេស្តសាក្សីនោះឃើញថាគាត់មើលស្គាល់ពណ៌ត្រូវ 80% និងខុស 20%។ រកប្រូបាបដែលតាក់ស៊ីបង្កហេតុពិតជាពណ៌ខៀវមែន។

ក. $\frac{12}{29} \approx 0.414$ ខ. 0.80

គ. 0.15 ឃ. 0.50

១០០. ក្នុងទ្រឹស្តីបទបៃយេស ប្រូបាប $P(B_k)$ ហៅថាប្រូបាបអ្វី?

ក. ប្រូបាប Posterior (ប្រូបាបក្រោយ) ខ. ប្រូបាប Likelihood

គ. ប្រូបាបសរុប ឃ. ប្រូបាប Prior (ប្រូបាបដើម)

ចំណាំ៖ សូមពិនិត្យផ្ទៀងផ្ទាត់ **តារាងសោចម្លើយ** MCQ **ទាំង ១០០** នៅក្នុង **ផ្នែកដំណោះស្រាយ** នៅចុងបញ្ចប់នៃសៀវភៅ។

លំហាត់អនុវត្តន៍

១. គេហូតបៀរមួយសន្លឹកដោយចៃដន្យចេញពីហ៊ូបៀរ 52សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែលហូតបាន៖

ក. សន្លឹកអាត់។

ខ. សន្លឹកក្រហម។

គ. សន្លឹកអាត់ ឬក្រហម។

ឃ. មិនមែនអាត់ និងមិនមែនក្រហម។

ដំណោះស្រាយ

២. ថង់មួយមានឃ្លី 10 ចុះលេខពី 0 ទៅ 9។ គេចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យ។ ចូរកំណត់៖

ក. លំហសំណាក S និងព្រឹត្តិការណ៍៖

ⓐ. «ចាប់បានឃ្លីមានលេខជាពហុគុណនៃ3»

ⓑ. «ចាប់បាបឃ្លីមានលេខធំជាង5»

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A, B, $A\cap B$ និង $A\cup B$ ។

ដំណោះស្រាយ

៣. ថង់មួយមានឃ្លីខៀវ 7 និងឃ្លីស 3 ។ គេចាប់យកឃ្លីម្ដង 3 ដោយចៃដន្យតែម្ដងគត់។ រកប្រូបាបដែលចាប់បាន៖

ក. ឃ្លីខៀវ 2 និងឃ្លីស 1

ខ. ឃ្លីខៀវទាំង 3

គ. ឃ្លីសទាំង 3

ដំណោះស្រាយ

④. ក្នុងប្រអប់ 1 មានក្រដាសបត់ជាសន្លឹកឆ្នោតចាប់យករង្វាន់។ សន្លឹកឆ្នោតមាន 20 សន្លឹកដែលឆ្នោតត្រូវរង្វាន់មាន 12 សន្លឹក សម្រាប់សិស្ស20 នាក់ ចាប់យកមួយសន្លឹកម្នាក់បន្តបន្ទាប់គ្នាដើម្បីផ្ទៀងមើលរង្វាន់រៀងៗខ្លួន។ សុខជាអ្នកចាប់បានមុនគេ បន្ទាប់សៅចាប់ទី2 និងសនចាប់ទី3 និងសិស្សឯទៀតចាប់ម្នាក់មួយបន្តបន្ទាប់គ្នារហូតអស់។ រកប្រូបាបដែល៖

- ក. សុខចាប់បានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់។
- ខ. សៅចាប់បានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់។
- គ. សនចាប់បានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់។
- ឃ. តើអ្នកចាប់មុន និងអ្នកចាប់ក្រោយអ្នកណាមានសំណាងជាងអ្នកណា ?

ដំណោះស្រាយ

៥. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 ព្រមគ្នា មួយពណ៌ខៀវ មួយទៀតពណ៌ក្រហម។ រកប្រូបាបដែល៖

ក. លេខចេញលើគ្រាប់ខៀវ ស្មើនឹង2 ដង នៃលេខចេញលើគ្រាប់ក្រហម។

ខ. ផលបូកលេខគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំង 2 ស្មើនឹង 5 ។

ដំណោះស្រាយ

៦. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ដូចគ្នា2ព្រមគ្នា។ តាងAជាព្រឹត្តិការណ៍«ផលបូកលេខដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំង2ចេញជាចំនួនគូ» និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ «គម្លាតរវាងលេខទាំង2ជាចំនួនគូ»។

ក. គណនា $P(A)$, $P(B)$ និង $P(A \cap B)$ ។

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា ឬមិនទាក់ទងគ្នា?

គ. គណនា $P(A|B)$ និង $P(B|A)$ ។

ដំណោះស្រាយ

៧. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ 2 ដង បន្តបន្ទាប់គ្នា។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍៖

A : «ផលបូកលេខដែលបោះបានជាចំនួនគូ»

B : «បោះលើកទី១ បានលេខ 6»

C : «បោះលើកទី១ បានលេខធំជាងលើកទី 2»

ក. គណនាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ $P(B|A)$ និង $P(C|A)$ ។

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ទាំងគូនេះទាក់ទងគ្នា ឬមិនទាក់ទងគ្នា ៖ A និង B ; A និង C ; B និង C ។

ដំណោះស្រាយ

៨. ថង់មួយមានប៊ូលក្រហម 5 និងប៊ូលខ្មៅ 1។ គេចាប់យកប៊ូលម្ដងមួយៗ ចំនួន 3 ដង ដោយចៃដន្យចេញពីថង់ដោយមិនដាក់វិញ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A ៖ «ប៊ូលយកចេញលើកទី 1 ពណ៌ក្រហម»

B ៖ «ប៊ូលចាប់លើកទី 2 ពណ៌ក្រហម»

C ៖ «ប៊ូលចាប់លើកទី 3 ពណ៌ខ្មៅ»

ក. គណនាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ ៖ $P(A|B), P(C|A\cap B), P(A|C)$ ។

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ C អាស្រ័យគ្នា ឬមិនអាស្រ័យគ្នា?

គ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B អាស្រ័យគ្នា ឬមិនអាស្រ័យគ្នា?

ដំណោះស្រាយ

៩. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 គ្រាប់ខុសគ្នា។ រកប្រូបាបដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចេញលេខ 1 ដោយដឹងថាគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំង 2 ចេញលេខខុសគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

១០. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លី 6 : ឃ្លី 3 មានលេខ 1 និងឃ្លី 2 មានលេខ 2 និងឃ្លី 1 មានលេខ 3។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។

ក. ចូរកំនត់លំហសំណាក S និងគណនាប្រូបាបនៃលទ្ធផលនីមួយៗក្នុងលំហសំណាក។

ខ. គណនាប្រូបាបដែលយកបានឃ្លី 2 មានលេខខុសគ្នា? យកបានឃ្លីលេខ 1 តែ 1 គត់?
យកបានឃ្លីលេខ 1 យ៉ាងតិចម្ដង?

គ. គណនាប្រូបាបដែលឃ្លីយកចេញមានផលបូកលេខស្មើនឹង 4 ។

ដំណោះស្រាយ

១១. គេរៀបចំឆ្នោត 150 សន្លឹកដើម្បីលក់ឲ្យអស់មុនពេលចេញផ្សៀង ដែលក្នុងនោះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 7 សន្លឹក។

ក. បើអ្នកទិញ បានទិញឆ្នោត 1 សន្លឹក តើប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់ស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?

ខ. បើអ្នកទិញបានទិញឆ្នោត 2 សន្លឹក រកប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក ?

គ. ឧបមាថាក្នុងឆ្នោត 150 សន្លឹកនេះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ $\frac{1}{10}$។ បើគេទិញឆ្នោត 15 សន្លឹក តើគេប្រាកដក្នុងចិត្តថាពិតជាត្រូវរង្វាន់ទាំង $\frac{1}{10}$ នេះឬទេ ? រកប្រូបាបដែលអ្នកមានឆ្នោតត្រូវយ៉ាងតិច 3 សន្លឹក។

ដំណោះស្រាយ

១២. ក្នុងកម្មវិធីប្រឡងមួយ គ្រូឲ្យសំណួរត្រៀមទៅសិស្ស 100 សំណួរ។ សិស្សម្នាក់ៗត្រូវចាប់យកសំណួរ 3 ដោយចៃដន្យដើម្បីឆ្លើយ។ សិស្ស A រៀបចំដោះស្រាយចម្លើយបាន $\frac{1}{4}$ នៃសំណួរទាំងអស់។ រកប្រូបាបដែលសិស្ស A ចាប់បានសំណួរដែលបានត្រៀមចម្លើយរួចស្រេច៖

ក. 3 សំណួរ។

ខ. 2 សំណួរ។

គ. គ្មានបានសំណួរដែលត្រៀមហើយ1សោះ។

ឃ. យ៉ាងតិច 1 សំណួរ។

ដំណោះស្រាយ

១៣. គេចាប់បៀមួយដៃមាន 8 សន្លឹកចេញពីហ៊ូបៀ 52 សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែលបៀក្នុងដៃមាន៖

ក. សន្លឹកជួងតែ 2 ។

ខ. សន្លឹកការ៉ូ 2 និងសន្លឹកអាត់ 1 ។

គ. សន្លឹកការ៉ូ 3 និងសន្លឹកស្តេចចាស់ 2 សន្លឹក។

ដំណោះស្រាយ

១៤. គ្រូចង់ដឹងពីចំណង់ចំណូលចិត្តសិស្សក្នុងវិស័យកីឡា។ ក្នុងចំណោមសិស្ស 30 នាក់មាន 20 នាក់ចូលចិត្តអានទស្សនាវដ្ដីកីឡា 14នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡាផ្ទាល់ និង 8នាក់ចូលចិត្តទាំង 2 មុខនេះ។ គ្រូសួរសិស្ស 6 នាក់ដោយចៃដន្យ។ ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. «សិស្សទាំង 6 នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡា ឬអានទស្សនាវដ្ដីកីឡា»។

ខ. «គ្មានសិស្សណាម្នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡា»។

គ. «មានសិស្សម្នាក់គត់ចូលចិត្តលេងកីឡា»។

ដំណោះស្រាយ

១៥. គេហូតយកបៀ 1 សន្លឹកចេញពីហ៊ូបៀ 52 សន្លឹក។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍៖

C : «ហូតបៀបានសន្លឹកកឺ»

F : «ហូតបៀបានសន្លឹកស្តេច»

D : «ហូតបៀបានសន្លឹកក្រមុំ ឬប៊ិច»

ក. តើព្រឹត្តិការណ៍ C និង F អាស្រ័យគ្នាឬទេ ?

ខ. គណនា P(C|F) ។ តើព្រឹត្តិការណ៍ C និង F អាស្រ័យគ្នាឬទេ ?

ដំណោះស្រាយ

១៦. គេមានប្រអប់ 2 ដែលប្រអប់ទី១ មានឃ្លីពណ៌ស 2 គ្រាប់ ខ្មៅ 3 គ្រាប់ និងប្រអប់ទី២ មានឃ្លីពណ៌ស 3 គ្រាប់ ខ្មៅ 4 គ្រាប់។
គេជ្រើសរើសប្រអប់មួយដោយចៃដន្យ រួចចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់នេះ។

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស។

ខ. រកប្រូបាបនៃឃ្លីយកចេញពីថង់ទី១ ដោយដឹងថាជាឃ្លីពណ៌ខ្មៅ។

ដំណោះស្រាយ

មេរៀនទី ៣

អថេរចៃដន្យ និងបំណែងចែកប្រូបាប

១ សញ្ញាណនៃអថេរចៃដន្យ

១.១ និយមន័យអថេរចៃដន្យ

ក្នុងការពិសោធន៍ចៃដន្យមួយ ជារឿយៗយើងមិនត្រឹមតែចាប់អារម្មណ៍លើលទ្ធផលជាក់លាក់នៃពិសោធន៍នោះទេ ប៉ុន្តែយើងចាប់អារម្មណ៍លើតម្លៃលេខដែលទាក់ទងនឹងលទ្ធផលទាំងនោះ ដូចជា ចំនួនគ្រាប់ដែលត្រូវ ចំនួនកាក់ដែលផ្ងារខាងរូប ចំនួនផលិតផលខូច ឬពិន្ទុដែលទទួលបានជាដើម។

និយមន័យ ១

អថេរចៃដន្យ គឺជាអនុគមន៍មួយដែលភ្ជាប់ធាតុនីមួយៗនៃលំហសំណាក S ទៅនឹងចំនួនពិតមួយ។
បើ S ជាលំហសំណាកនៃពិសោធន៍ចៃដន្យមួយ នោះអថេរចៃដន្យ X គឺជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ ៖

$$X : S \longrightarrow \mathbb{R}$$

សំណុំនៃតម្លៃទាំងអស់ដែលអថេរចៃដន្យ X អាចទទួលយកបាន តាងដោយ $X(S)$ ឬ $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$។

ជាទូទៅ ១

គេចែកអថេរចៃដន្យជាពីរប្រភេទចម្បង ៖

១. **អថេរចៃដន្យដាច់** (Discrete Random Variable) ៖ គឺជាអថេរចៃដន្យដែលសំណុំតម្លៃរបស់វាជាសំណុំរាប់អស់ ឬជាសំណុំរាប់មិនអស់តែរាប់បាន (ដូចជា ចំនួនគត់ $0, 1, 2, \ldots$)។

២. **អថេរចៃដន្យជាប់** (Continuous Random Variable) ៖ គឺជាអថេរចៃដន្យដែលសំណុំតម្លៃរបស់វាជា

ចន្លោះមួយនៃចំនួនពិត (ដូចជា កម្ពស់ ទម្ងន់ រយៈពេល សីតុណ្ហភាព)។
សម្គាល់ ៖ ក្នុងកម្មវិធីសិក្សាគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២ យើងផ្ដោតការសិក្សាជាចម្បងលើ **អថេរចៃដន្យដាច់**។

លំហាត់គំរូ ១

គេបោះកាក់មួយដែលល្អស្មើចំនួន 2 ដង។

១. ចូរសរសេរលំហសំណាក S នៃវិញ្ញាសានេះ។

២. តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងឱ្យចំនួនដងដែលចេញខាងរូប (H)។ រកសំណុំតម្លៃនៃ $X(S)$។

ដំណោះស្រាយ

១. លំហសំណាក ៖ $S=\{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}$ ដែល $n(S)=4$។

២. អថេរចៃដន្យ X ភ្ជាប់លទ្ធផលនីមួយៗទៅនឹងចំនួនរូប (H) ៖

- ចំពោះលទ្ធផល (T,T) គ្មានរូបទេ នាំឱ្យ $X(T,T)=0$
- ចំពោះលទ្ធផល (H,T) និង (T,H) មានរូបមួយ នាំឱ្យ $X(H,T)=X(T,H)=1$
- ចំពោះលទ្ធផល (H,H) មានរូបពីរ នាំឱ្យ $X(H,H)=2$

ដូចនេះ សំណុំតម្លៃនៃអថេរចៃដន្យ X គឺ $X(S)=\{0,1,2\}$។

លំហាត់គំរូ ២

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 3 និងឃ្លីស 2 (សរុប 5 គ្រាប់)។ គេចាប់យកឃ្លី 2 គ្រាប់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ តាង Y ជាអថេរចៃដន្យតំណាងឱ្យចំនួនឃ្លីក្រហមដែលចាប់បាន។ ចូរកំណត់សំណុំតម្លៃនៃ Y។

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាចនៃការចាប់ឃ្លី 2 ចេញពី 5 គឺ $n(S)=C_5^2=\dfrac{5\times 4}{2}=10$។
ក្នុងចំណោមឃ្លី 2 ដែលចាប់បាន ចំនួនឃ្លីក្រហមអាចជា ៖

- គ្មានឃ្លីក្រហមសោះ (គឺចាប់បានឃ្លីសទាំង 2) នាំឱ្យ $Y=0$
- ឃ្លីក្រហម 1 និងឃ្លីស 1 នាំឱ្យ $Y=1$

• ឃ្លីក្រហមទាំង 2 នាំឱ្យ $Y = 2$

ដូចនេះ សំណុំតម្លៃនៃអថេរចៃដន្យ Y គឺ $Y(S) = \{0,1,2\}$។

ប្រតិបត្តិ ១

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ដែលល្អស្មើចំនួន 1 ដង។ តាង X ជាអថេរចៃដន្យកំណត់ដូចតទៅ ៖ $X = 1$ បើបោះបានលេខគូ និង $X = -1$ បើបោះបានលេខសេស។

ក. ចូរកំណត់លំហសំណាក S។

ខ. កំណត់សំណុំតម្លៃនៃ $X(S)$ និងរកព្រឹត្តិការណ៍ដែលត្រូវនឹងតម្លៃនីមួយៗនៃ X។

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

ក. $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

ខ. សំណុំតម្លៃ ៖ $X(S) = \{-1,1\}$។
ព្រឹត្តិការណ៍ត្រូវនឹង $X = -1$ គឺ $\{1,3,5\}$ (លេខសេស)។
ព្រឹត្តិការណ៍ត្រូវនឹង $X = 1$ គឺ $\{2,4,6\}$ (លេខគូ)។

២ ច្បាប់បំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យដាច់

២.១ និយមន័យ និងលក្ខណៈ

និយមន័យ ២

ឧបមាថា X ជាអថេរចៃដន្យដាច់មួយ ដែលទទួលតម្លៃ $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$។
ច្បាប់បំណែងចែកប្រូបាប (ឬ **បំណែងចែកប្រូបាប**) នៃអថេរចៃដន្យ X គឺជាការកំណត់ប្រូបាប $p_i = P(X = x_i)$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃ x_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$។

ជាទូទៅ ២

គ្រប់បំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យដាច់ X ត្រូវតែផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌគ្រឹះទាំងពីរខាងក្រោម ៖

១. $0 \leq P(X = x_i) \leq 1$ (ឬ $0 \leq p_i \leq 1$) ចំពោះគ្រប់ $i = 1, 2, \ldots, n$

២. $\sum_{i=1}^{n} P(X = x_i) = p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$

២.២ តារាងបំណែងចែកប្រូបាប

ជាទូទៅ គេសរសេរបំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យដាច់ជាទម្រង់តារាង ហៅថា **តារាងបំណែងចែកប្រូបាប** ៖

X	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	$\cdots$	p_n

លំហាត់គំរូ ៣

គេបោះកាក់មួយដែលល្អស្មើចំនួន 3 ដង។ តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងឱ្យចំនួនដងដែលចេញខាងរូប (H)។

១. កំណត់សំណុំតម្លៃនៃអថេរចៃដន្យ X។

២. គណនាប្រូបាបចំពោះតម្លៃនីមួយៗនៃ X។

៣. សរសេរតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X។

ដំណោះស្រាយ

១. លំហសំណាកនៃការបោះកាក់ 3 ដង ៖
$S = \{(HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT)\} \implies n(S) = 2^3 = 8$។
ចំនួនរូប (H) អាចជា $0, 1, 2, 3$។ ដូចនេះ $X(S) = \{0, 1, 2, 3\}$។

②. គណនាប្រូបាប ៖

- $P(X=0)$ ៖ ចេញ (TTT) មាន 1 ករណី $\implies P(X=0)=\frac{1}{8}$
- $P(X=1)$ ៖ ចេញ $(HTT),(THT),(TTH)$ មាន 3 ករណី $\implies P(X=1)=\frac{3}{8}$
- $P(X=2)$ ៖ ចេញ $(HHT),(HTH),(THH)$ មាន 3 ករណី $\implies P(X=2)=\frac{3}{8}$
- $P(X=3)$ ៖ ចេញ (HHH) មាន 1 ករណី $\implies P(X=3)=\frac{1}{8}$

③. តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X ៖

X	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ ៖ $\sum p_i=\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{8}{8}=1$ (ពិត)។

លំហាត់គំរូ ៤

តារាងខាងក្រោមជាបំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យ X ៖

X	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0.1	$2k$	0.3	k	0.15

①. រកតម្លៃនៃចំនួនថេរ k។

②. គណនាប្រូបាប $P(X\geq 3)$ និង $P(1<X\leq 4)$។

ដំណោះស្រាយ

①. តាមលក្ខណៈនៃបំណែងចែកប្រូបាប ផលបូកនៃប្រូបាបទាំងអស់ស្មើនឹង 1 ៖

$$0.1+2k+0.3+k+0.15=1 \iff 3k+0.55=1 \iff 3k=0.45 \iff k=0.15$$

ដូចនេះ $k=0.15$។ ពេលនោះ $P(X=2)=2(0.15)=0.30$ និង $P(X=4)=0.15$។

②. គណនាប្រូបាប ៖

- $P(X\geq 3)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)=0.3+0.15+0.15=0.60$
- $P(1<X\leq 4)=P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=0.30+0.30+0.15=0.75$

ប្រតិបត្តិ ២

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 4 និងឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 3។ គេចាប់យកឃ្លី 3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ តាង X ជាចំនួនឃ្លីពណ៌ស ដែលចាប់បាន។

ក. រកសំណុំតម្លៃនៃ X។

ខ. រៀបចំតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យ X។

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

ក. សំណុំតម្លៃ ៖ $X(S)=\{0,1,2,3\}$ $(n(S)=C_7^3=35)$

ខ. $P(X=0)=\dfrac{C_3^3}{35}=\dfrac{1}{35}$, $P(X=1)=\dfrac{C_4^1C_3^2}{35}=\dfrac{12}{35}$,

$P(X=2)=\dfrac{C_4^2C_3^1}{35}=\dfrac{18}{35}$, $P(X=3)=\dfrac{C_4^3}{35}=\dfrac{4}{35}$

៣ ប៉ារ៉ាម៉ែត្រលក្ខណៈ ៖ សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យ៉ង់ និងគម្លាតស្តង់ដា

៣.១ សង្ឃឹមគណិត (Mathematical Expectation)

និយមន័យ ៣

សង្ឃឹមគណិត (ឬ **តម្លៃមធ្យម**) នៃអថេរចៃដន្យដាច់ X ដែលមានបំណែងចែកប្រូបាប $P(X=x_i)=p_i$ កំណត់ដោយ ៖

$$\mu=E(X)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$$

ជាទូទៅ ៣

ចំពោះចំនួនថេរ a,b,c និងអថេរចៃដន្យ X,Y គេបាន ៖

១. $E(c)=c$

២. $E(aX+b)=aE(X)+b$

៣. $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$

៤. បើ X និង Y មិនទាក់ទងគ្នា (ឯករាជ្យ) នោះ $E(XY)=E(X)\cdot E(Y)$

ជាទូទៅ ៤ : អត្ថន័យជាក់ស្តែងនៃសង្ឃឹមគណិត

សង្ឃឹមគណិត $E(X)$ តំណាងឱ្យតម្លៃមធ្យមដែលគេរំពឹងថានឹងទទួលបានក្នុងរយៈពេលវែង ប្រសិនបើគេធ្វើពិសោធន៍នោះដដែលៗជាច្រើនដង។ ក្នុងល្បែងភ្នាល់ ៖

- បើ $E(X)=0$ គេថាជា **ល្បែងយុត្តិធម៌ (Fair Game)** (គ្មានអ្នកណាចំណេញ ឬខាត)។
- បើ $E(X)>0$ អ្នកលេងមានប្រៀបចំណេញ។
- បើ $E(X)<0$ អ្នកលេងខាតបង់ជាមធ្យម។

៣.២ វ៉ារ្យ៉ង់ និងគម្លាតស្តង់ដា (Variance & Standard Deviation)

និយមន័យ ៤

វ៉ារ្យ៉ង់ នៃអថេរចៃដន្យ X តាងដោយ $V(X)$ ឬ σ^2 គឺជាតម្លៃមធ្យមនៃការេនៃគម្លាតរវាង X និងតម្លៃមធ្យម $\mu=E(X)$ ៖

$$V(X)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 p_i$$

ក្នុងការគណនាជាក់ស្តែង គេប្រើរូបមន្តសម្រួល ៖

$$\boxed{V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2}$$

ដែល $E(X^2)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2 p_i = x_1^2p_1+x_2^2p_2+\cdots+x_n^2p_n$។

និយមន័យ ៥

គម្លាតស្តង់ដា នៃអថេរចៃដន្យ X គឺជាឬសការេវិជ្ជមាននៃវ៉ារ្យង់ ៖

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

គម្លាតស្តង់ដាវាស់វែងពីកម្រិតនៃការបែកខ្ញែក ឬគម្លាតនៃតម្លៃរបស់ X ជុំវិញតម្លៃមធ្យម $E(X)$។

ជាទូទៅ ៥

ចំពោះចំនួនថេរ a, b, c គេបាន ៖

១. $V(X) \geq 0$ និង $\sigma(X) \geq 0$ ជានិច្ច

២. $V(c) = 0$

៣. $V(aX+b) = a^2 V(X)$ នាំឱ្យ $\sigma(aX+b) = |a|\sigma(X)$

៤. បើ X និង Y ជាអថេរចៃដន្យឯករាជ្យពីគ្នា នោះ $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$

លំហាត់គំរូ ៥

គេឱ្យតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យ X ៖

X	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0.1	0.4	0.3	0.2

ចូរគណនា $E(X)$, $V(X)$, និង $\sigma(X)$។

ដំណោះស្រាយ

- គណនាសង្ឃឹមគណិត $E(X)$ ៖

$$E(X) = \sum x_i p_i = (0)(0.1) + (1)(0.4) + (2)(0.3) + (3)(0.2) = 0 + 0.4 + 0.6 + 0.6 = 1.6$$

- គណនា $E(X^2)$ ៖

$$E(X^2) = \sum x_i^2 p_i = (0^2)(0.1) + (1^2)(0.4) + (2^2)(0.3) + (3^2)(0.2) = 0 + 0.4 + 1.2 + 1.8 = 3.4$$

- គណនាវ៉ារ្យង់ $V(X)$ ៖

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 3.4 - (1.6)^2 = 3.4 - 2.56 = 0.84$$

- គណនាគម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$ ៖

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0.84} \approx 0.9165$$

លំហាត់គំរូ ៦

ក្នុងល្បែងកម្សាន្តមួយ អ្នកលេងត្រូវបង់ប្រាក់ 1000 រៀលដើម្បីទិញសំបុត្រមួយសន្លឹក។ ក្នុងចំណោមសំបុត្រ 100 សន្លឹក មានរង្វាន់ធំ 50000 រៀលចំនួន 1 រង្វាន់, រង្វាន់កណ្ដាល 10000 រៀលចំនួន 2 រង្វាន់ និងរង្វាន់តូច 2000 រៀលចំនួន 5 រង្វាន់។ តាង X ជាប្រាក់ចំណេញសុទ្ធរបស់អ្នកលេងម្នាក់ (គិតជារៀល)។

១. រៀបចំតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X។

២. គណនាសង្ឃឹមគណិត $E(X)$។ តើល្បែងនេះយុត្តិធម៌សម្រាប់អ្នកលេងដែរឬទេ?

ដំណោះស្រាយ

១. អ្នកលេងត្រូវចំណាយដើមទុន 1000 រៀលជាមុន។ ដូចនេះ ប្រាក់ចំណេញសុទ្ធ X មានតម្លៃ ៖

- ត្រូវរង្វាន់ធំ ៖ $50000-1000=49000$ រៀល (មាន 1 សន្លឹក $\implies P=\frac{1}{100}=0.01$)
- ត្រូវរង្វាន់កណ្ដាល ៖ $10000-1000=9000$ រៀល (មាន 2 សន្លឹក $\implies P=\frac{2}{100}=0.02$)
- ត្រូវរង្វាន់តូច ៖ $2000-1000=1000$ រៀល (មាន 5 សន្លឹក $\implies P=\frac{5}{100}=0.05$)
- មិនត្រូវរង្វាន់សោះ ៖ $0-1000=-1000$ រៀល (មាន $100-1-2-5=92$ សន្លឹក $\implies P=\frac{92}{100}=$ 0.92)

តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X ៖

X (រៀល)	49000	9000	1000	−1000
$P(X=x_i)$	0.01	0.02	0.05	0.92

២. គណនាសង្ឃឹមគណិត $E(X)$ ៖

$$E(X)=(49000)(0.01)+(9000)(0.02)+(1000)(0.05)+(-1000)(0.92)$$
$$=490+180+50-920=720-920=-200 \text{ រៀល}$$

ដោយសារ $E(X)=-200<0$ ដូចនេះល្បែងនេះ **មិនយុត្តិធម៌ទេ** សម្រាប់អ្នកលេង (អ្នកលេងខាតជាមធ្យម 200 រៀលក្នុងមួយសំបុត្រ)។

ប្រតិបត្តិ ៣

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ដែលល្អស្មើចំនួន 1 ដង។ តាង X ជាលេខដែលចេញលើមុខគ្រាប់ឡុកឡាក់។

ក. សរសេរតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X។

ខ. គណនាសង្ឃឹមគណិត $E(X)$ វ៉ារ្យ៉ង់ $V(X)$ និងគម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$។

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

ក. $X \in \{1,2,3,4,5,6\}$, $P(X=x)=\frac{1}{6}$ ចំពោះគ្រប់ x

ខ. $E(X)=\frac{1+2+3+4+5+6}{6}=3.5$

$$E(X^2)=\frac{1+4+9+16+25+36}{6}=\frac{91}{6}\approx 15.17$$

$$V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=15.17-(3.5)^2\approx 2.92 \implies \sigma(X)=\sqrt{2.92}\approx 1.71$$

៤ ពិសោធន៍បែរនូយី និងច្បាប់ប៊ីណូម

៤.១ ពិសោធន៍បែរនូយី (Bernoulli Trial)

និយមន័យ ៦

ពិសោធន៍បែរនូយី គឺជាពិសោធន៍ចៃដន្យមួយដែលមានលទ្ធផលត្រឹមតែ 2 គត់ដែលមិនចុះសម្រុងគ្នា ៖

- «ជោគជ័យ» (Success តាងដោយ S) ដែលមានប្រូបាប $P(S)=p \quad (0<p<1)$
- «បរាជ័យ» (Failure តាងដោយ F) ដែលមានប្រូបាប $P(F)=q=1-p$

លំហាត់គំរូ ៧

មេរៀនទី ៣ អថេរចៃដន្យ និងបំណែងចែកប្រូបាប

១. ការបោះកាក់មួយ ៖ អាចចេញ «រូប» (ជោគជ័យ) ឬ «លេខ» (បរាជ័យ)។

២. ការបាញ់ផ្ទាំងស៊ីបមួយគ្រាប់ ៖ អាច «ត្រូវ» ឬ «ខុស»។

៣. ការពិនិត្យផលិតផលមួយចេញពីរោងចក្រ ៖ អាច «ល្អ» ឬ «ខូច»។

៤.២ ច្បាប់បំណែងចែកប៊ីណូម (Binomial Distribution)

និយមន័យ ៧

ឧបមាថាយើងធ្វើពិសោធន៍បែរនូយីដដែលៗចំនួន n ដងដោយឯករាជ្យពីគ្នា (លទ្ធផលនៃការធ្វើម្តងៗមិនប៉ះពាល់ដល់ការធ្វើលើកក្រោយៗឡើយ) ហើយប្រូបាបជោគជ័យ p រក្សាថេរគ្រប់លើក។
តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងឱ្យ **ចំនួនដងនៃភាពជោគជ័យ** ក្នុងចំណោមការធ្វើពិសោធន៍ទាំង n ដង។ នោះគេថា X មាន **ច្បាប់បំណែងចែកប៊ីណូម** ដែលមានប៉ារ៉ាម៉ែត្រ n និង p តាងដោយ ៖

$$X \sim B(n, p)$$

សំណុំតម្លៃនៃអថេរចៃដន្យ X គឺ $X(S) = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$។

ជាទូទៅ ៦ : រូបមន្តប្រូបាបនៃច្បាប់ប៊ីណូម

ប្រូបាបដើម្បីទទួលបានជោគជ័យចំនួន k ដង $(k \in \{0, 1, 2, \ldots, n\})$ ក្នុងការធ្វើពិសោធន៍ n ដង កំណត់ដោយរូបមន្ត ៖

$$\boxed{P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}}$$

ដែល ៖

- n ៖ ចំនួនដងសរុបនៃការធ្វើពិសោធន៍
- k ៖ ចំនួនដងដែលទទួលបានជោគជ័យ $(0 \le k \le n)$
- p ៖ ប្រូបាបជោគជ័យក្នុងមួយលើក
- $q = 1 - p$ ៖ ប្រូបាបបរាជ័យក្នុងមួយលើក
- $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ ៖ ចំនួនបន្សំ k ធាតុយកពី n ធាតុ

ជាទូទៅ ៧ : ប៉ារ៉ាម៉ែត្រលក្ខណៈនៃច្បាប់ប៊ីណូម

បើ $X \sim B(n,p)$ នោះគេបាន ៖

១. **សង្ឃឹមគណិត** ៖ $E(X) = np$

២. **វ៉ារ្យ៉ង់** ៖ $V(X) = npq = np(1-p)$

៣. **គម្លាតស្តង់ដា** ៖ $\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{np(1-p)}$

លំហាត់គំរូ ៨

គេបោះកាក់មួយដែលល្អស្មើចំនួន 5 ដង។

១. រកប្រូបាបដែលបោះបានខាងរូប (H) ចំនួន 3 ដងគត់។

២. រកប្រូបាបដែលបោះបានខាងរូបយ៉ាងតិច 1 ដង។

៣. គណនាសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យ៉ង់នៃចំនួនដងដែលចេញខាងរូប។

ដំណោះស្រាយ

តាង X ជាចំនួនដងដែលចេញខាងរូប (H) ក្នុងការបោះ 5 ដង។

ការបោះកាក់ម្តងៗជាពិសោធន៍ប៊ែរនូយីដែលមាន $p = P(H) = \frac{1}{2}$ និង $q = 1 - p = \frac{1}{2}$។

ដោយការបោះទាំង 5 ដងឯករាជ្យពីគ្នា នោះ X មានបំណែងចែកប៊ីណូម $X \sim B\left(5, \frac{1}{2}\right)$។

១. ប្រូបាបចេញរូប 3 ដងគត់ $(k=3)$ ៖

$$P(X=3) = C_5^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5!}{3!2!}\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \times \frac{1}{32} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

២. «ចេញរូបយ៉ាងតិច 1 ដង» គឺព្រឹត្តិការណ៍ $X \geq 1$។ ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយរបស់វាគឺ «គ្មានចេញរូបសោះ» $(X=0)$ ៖

$$P(X=0) = C_5^0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1 \times 1 \times \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

តាមរូបមន្តព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ ៖

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$$

៣. សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យ៉ង់ ៖

- $E(X) = np = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$
- $V(X) = npq = 5 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4} = 1.25$

លំហាត់គំរូ ៩

អ្នកបាញ់កាំភ្លើងម្នាក់មានប្រូបាបបាញ់ត្រូវចំផ្ទាំងស៊ីបស្មើនឹង 0.8 ក្នុងមួយគ្រាប់ៗ។ គាត់បាញ់សរុបចំនួន 4 គ្រាប់ដោយឯករាជ្យពីគ្នា។

១. រកប្រូបាបដែលគាត់បាញ់ត្រូវចំស៊ីបទាំង 4 គ្រាប់។

២. រកប្រូបាបដែលគាត់បាញ់ត្រូវចំស៊ីបយ៉ាងហោចណាស់ 3 គ្រាប់។

៣. គណនាសង្ឃឹមគណិត និងគម្លាតស្តង់ដានៃចំនួនគ្រាប់ដែលបាញ់ត្រូវ។

ដំណោះស្រាយ

តាង X ជាចំនួនគ្រាប់ដែលបាញ់ត្រូវចំស៊ីប។ គេបាន $X \sim B(4, 0.8)$ ដែល $n=4,\ p=0.8,\ q=1-0.8=0.2$។

១. ប្រូបាបបាញ់ត្រូវទាំង 4 គ្រាប់ $(k=4)$ ៖

$$P(X=4)=C_4^4(0.8)^4(0.2)^0=1\times 0.4096\times 1=0.4096$$

២. ប្រូបាបបាញ់ត្រូវយ៉ាងហោចណាស់ 3 គ្រាប់ គឺ $P(X\geq 3)=P(X=3)+P(X=4)$ ៖

$$P(X=3)=C_4^3(0.8)^3(0.2)^1=4\times 0.512\times 0.2=0.4096$$

នាំឱ្យ ៖

$$P(X\geq 3)=0.4096+0.4096=0.8192$$

៣. ប៉ារ៉ាម៉ែត្រលក្ខណៈ ៖

- $E(X)=np=4\times 0.8=3.2$ គ្រាប់
- $V(X)=npq=4\times 0.8\times 0.2=0.64$
- $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{0.64}=0.8$ គ្រាប់

លំហាត់គំរូ ១០

អថេរចៃដន្យ X មានបំណែងចែកប៊ីណូម $B(n,p)$ ដែលមានសង្ឃឹមគណិត $E(X)=6$ និងវ៉ារ្យង់ $V(X)=4.2$។ ចូរកំណត់តម្លៃនៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រ n និង p រួចគណនា $P(X=2)$។

ដំណោះស្រាយ

តាមរូបមន្តច្បាប់ប៊ីណូម ៖

$$\begin{cases} E(X) = np = 6 \\ V(X) = np(1-p) = 4.2 \end{cases}$$

ជំនួស $np = 6$ ចូលក្នុងសមីការទីពីរ ៖

$$6(1-p) = 4.2 \iff 1-p = \frac{4.2}{6} = 0.7 \iff p = 1-0.7 = 0.3$$

ទាញរក n ៖

$$n(0.3) = 6 \iff n = \frac{6}{0.3} = 20$$

ដូចនេះ ប៉ារ៉ាម៉ែត្រគឺ $n = 20$ និង $p = 0.3$ $(X \sim B(20, 0.3))$។
គណនា $P(X = 2)$ ៖

$$P(X=2) = C_{20}^{2}(0.3)^2(0.7)^{18} = \frac{20\times 19}{2}(0.09)(0.7)^{18} = 190\times 0.09\times (0.7)^{18} = 17.1\times (0.7)^{18} \approx 0.0278$$

ប្រតិបត្តិ ៤

គេបោះកាក់មួយដែលល្អស្មើចំនួន 5 ដង។ តាង X ជាចំនួនដងដែលចេញខាងរូប (H)។

ក. បញ្ជាក់ច្បាប់បំណែងចែកនៃ X និងប៉ារ៉ាម៉ែត្ររបស់វា។

ខ. គណនាប្រូបាបដែលចេញខាងរូប 3 ដងគត់ $(P(X = 3))$។

គ. រកសង្ឃឹមគណិត $E(X)$ និងវ៉ារ្យ៉ង់ $V(X)$។

ដំណោះស្រាយ

ចម្លើយខ្លី

ក. $X \sim B(5, 0.5)$ មាន $n = 5$ និង $p = 0.5$ $(q = 0.5)$

ខ. $P(X = 3) = C_5^3(0.5)^3(0.5)^2 = 10 \times (0.5)^5 = \dfrac{10}{32} = \dfrac{5}{16} = 0.3125$

គ. $E(X) = np = 5 \times 0.5 = 2.5$, $V(X) = npq = 5 \times 0.5 \times 0.5 = 1.25$

៩ សំណួរពហុជ្រើសរើស (MCQ)

សេចក្ដីណែនាំ ៖ ចូរជ្រើសរើសចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវបំផុតតែមួយគត់ ក្នុងចំណោមជម្រើស ក, ខ, គ ឬ ឃ សម្រាប់សំណួរនីមួយៗខាងក្រោម ៖

១. អថេរចៃដន្យ X គឺជា ៖
- ក. ចំនួនថេរមួយ
- ខ. ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតឡើង
- គ. អនុគមន៍មួយដែលភ្ជាប់លទ្ធផលនៃលំហសំណាកទៅនឹងចំនួនពិត
- ឃ. ប្រូបាបនៃលំហសំណាក

២. អថេរចៃដន្យដែលទទួលតម្លៃរាប់អស់ ឬរាប់មិនអស់តែអាចរាប់បាន ហៅថា ៖
- ក. អថេរចៃដន្យជាប់ (Continuous)
- ខ. អថេរចៃដន្យដាច់ (Discrete)
- គ. អថេរចៃដន្យថេរ
- ឃ. អថេរចៃដន្យឯកសណ្ឋាន

៣. អថេរចៃដន្យដែលទទួលតម្លៃគ្រប់ចំនួនក្នុងចន្លោះនៃចំនួនពិត ហៅថា ៖
- ក. អថេរចៃដន្យជាប់ (Continuous)
- ខ. អថេរចៃដន្យដាច់ (Discrete)
- គ. អថេរចៃដន្យទ្វេធា
- ឃ. អថេរចៃដន្យប៉ែរនូយី

៤. ឧទាហរណ៍មួយណាខាងក្រោមជាអថេរចៃដន្យដាច់ ?
- ក. កម្ពស់របស់សិស្សក្នុងថ្នាក់
- ខ. ម៉ាសរបស់ទារកកើតថ្មី
- គ. ពេលវេលារង់ចាំរថយន្តក្រុង
- ឃ. ចំនួនក្បាលដែលទទួលបានពេលបោះកាក់ 3 ដង

៥. ឧទាហរណ៍មួយណាខាងក្រោមជាអថេរចៃដន្យជាប់ ?
- ក. ចំនួនគ្រាប់បាល់ទាត់ក្នុងមួយប្រកួត
- ខ. ចំនួនសៀវភៅលើធ្នើរ
- គ. ទម្ងន់របស់សិស្សម្នាក់ៗក្នុងសាលា
- ឃ. ចំនួនសិស្សអវត្តមានក្នុងមួយថ្ងៃ

៦. គេបោះកាក់មួយ 3 ដង។ តាង X ជាចំនួនក្បាលដែលទទួលបាន។ សំណុំតម្លៃនៃ X គឺ ៖
- ក. $X(S)=\{1,2,3\}$
- ខ. $X(S)=\{0,1,2,3\}$
- គ. $X(S)=\{0,1,2\}$
- ឃ. $X(S)=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

៧. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់។ តាង X ជាផលបូកនៃលេខទាំងពីរ។ សំណុំតម្លៃនៃ X គឺ ៖
- ក. $X(S)=\{2,3,4,\ldots,12\}$
- ខ. $X(S)=\{1,2,\ldots,6\}$
- គ. $X(S)=\{1,2,\ldots,12\}$
- ឃ. $X(S)=\{0,1,\ldots,11\}$

៨. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់។ តាង Y ជាផលសងវិជ្ជមាននៃលេខទាំងពីរ។ សំណុំតម្លៃនៃ Y គឺ ៖
- ក. $Y(S)=\{1,2,3,4,5,6\}$
- ខ. $Y(S)=\{-5,\ldots,5\}$
- គ. $Y(S)=\{0,1,2\}$
- ឃ. $Y(S)=\{0,1,2,3,4,5\}$

៩. ក្នុងថង់មានឃ្លីក្រហម 4 និងខៀវ 6។ គេចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់។ តាង X ជាចំនួនឃ្លីក្រហម។ តម្លៃដែលអាចមាននៃ X គឺ ៖

ក. $X(S)=\{1,2,3,4\}$ ខ. $X(S)=\{0,1,2,3,4\}$
គ. $X(S)=\{0,1,2,3\}$ ឃ. $X(S)=\{3,4\}$

១០. ក្នុងថង់មានឃ្លីក្រហម 2 និងខៀវ 5។ គេចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់។ តាង X ជាចំនួនឃ្លីក្រហម។ តម្លៃដែលអាចមាននៃ X គឺ ៖

ក. $X(S)=\{0,1,2,3\}$ ខ. $X(S)=\{0,1,2\}$
គ. $X(S)=\{1,2\}$ ឃ. $X(S)=\{1,2,3\}$

១១. សិស្សម្នាក់ឆ្លើយសំណួរពហុជ្រើសរើស 5 សំណួរ។ តាង X ជាចំនួនសំណួរដែលគាត់ឆ្លើយត្រូវ។ តម្លៃនៃ X គឺ ៖

ក. $0,1,2,3,4,5$ ខ. $1,2,3,4,5$
គ. $0,1,2,3,4$ ឃ. $1,2,3,4$

១២. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយរហូតដល់ចេញលេខ 6។ តាង N ជាចំនួនដងនៃការបោះ។ អថេរចៃដន្យ N ជា ៖

ក. អថេរចៃដន្យដាច់រាប់អស់ ខ. អថេរចៃដន្យជាប់
គ. អថេរចៃដន្យទ្វេធា ឃ. អថេរចៃដន្យដាច់រាប់មិនអស់

១៣. សីតុណ្ហភាពអតិបរមាក្នុងមួយថ្ងៃនៅរាជធានីភ្នំពេញ ជាអថេរចៃដន្យប្រភេទណា?

ក. អថេរចៃដន្យដាច់ ខ. អថេរចៃដន្យប៊ីណូម
គ. អថេរចៃដន្យជាប់ ឃ. អថេរចៃដន្យប៉ែរនូយី

១៤. ចំនួនសារ SMS ដែលទទួលបានក្នុងទូរស័ព្ទក្នុងមួយថ្ងៃ ជាអថេរចៃដន្យប្រភេទណា?

ក. អថេរចៃដន្យជាប់ ខ. អថេរចៃដន្យដាច់
គ. អថេរចៃដន្យគ្មានដែនកំណត់ ឃ. អថេរចៃដន្យអវិជ្ជមាន

១៥. រយៈពេលដែលថ្មពិលមួយអាចប្រើប្រាស់បាន ជាអថេរចៃដន្យប្រភេទណា?

ក. អថេរចៃដន្យជាប់ ខ. អថេរចៃដន្យដាច់
គ. អថេរចៃដន្យទ្វេធា ឃ. អថេរចៃដន្យដាច់រាប់អស់

១៦. លក្ខខណ្ឌនៃអនុគមន៍បំណែងចែកប្រូបាប (PMF) $P(X=x_i)=p_i$ នៃអថេរចៃដន្យដាច់ X គឺ ៖

ក. $p_i \geq 0$ និង $\sum p_i = 0$ ខ. $\sum p_i > 1$
គ. $-1 \leq p_i \leq 1$ ឃ. $0 \leq p_i \leq 1$ និង $\sum p_i = 1$

១៧. តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X មាន $P(X=0)=0.2, P(X=1)=0.5, P(X=2)=c$។ តម្លៃនៃ c គឺ ៖

ក. 0.7 ខ. 0.5 គ. 0.3 ឃ. 0.2

១៨. តារាងបំណែងចែកប្រូបាបមានតម្លៃ $P(X=1)=k, P(X=2)=2k, P(X=3)=3k$។ តម្លៃនៃ k គឺ ៖

ក. $\frac{1}{3}$ ខ. $\frac{1}{6}$ គ. $\frac{1}{2}$ ឃ. $\frac{1}{5}$

១៩. អនុគមន៍ប្រូបាបមួយកំណត់ដោយ $P(X=x)=cx$ ចំពោះ $x\in\{1,2,3,4\}$។ តម្លៃនៃ c គឺ ៖

ក. $\frac{1}{10}$ ខ. $\frac{1}{4}$ គ. $\frac{1}{5}$ ឃ. $\frac{1}{20}$

២០. អនុគមន៍ប្រូបាបមួយកំណត់ដោយ $P(X=x)=k(5-x)$ ចំពោះ $x\in\{1,2,3,4\}$។ តម្លៃនៃ k គឺ ៖

ក. $\frac{1}{5}$ ខ. $\frac{1}{4}$ គ. $\frac{1}{6}$ ឃ. $\frac{1}{10}$

២១. បើ X មានបំណែងចែកប្រូបាប $P(X=x)=\frac{x^2}{c}$ ចំពោះ $x\in\{1,2,3\}$ នោះតម្លៃនៃ c គឺ ៖

ក. 6 ខ. 9 គ. 14 ឃ. 36

២២. គេបោះកាក់ល្អមួយ 2 ដង។ តាង X ជាចំនួនក្បាល។ តម្លៃនៃ $P(X=1)$ គឺ ៖

ក. $\frac{1}{4}$ ខ. $\frac{1}{2}$ គ. $\frac{3}{4}$ ឃ. $\frac{1}{8}$

២៣. គេបោះកាក់ល្អមួយ 3 ដង។ តាង X ជាចំនួនក្បាល។ តម្លៃនៃ $P(X=2)$ គឺ ៖

ក. $\frac{3}{8}$ ខ. $\frac{1}{8}$ គ. $\frac{1}{2}$ ឃ. $\frac{5}{8}$

២៤. គេបោះកាក់ល្អមួយ 3 ដង។ តាង X ជាចំនួនក្បាល។ តម្លៃនៃ $P(X\geq 1)$ គឺ ៖

ក. $\frac{1}{8}$ ខ. $\frac{3}{8}$ គ. $\frac{1}{2}$ ឃ. $\frac{7}{8}$

២៥. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ។ តាង X ជាលេខដែលចេញលើមុខគ្រាប់ឡុកឡាក់។ តម្លៃនៃ $P(X\leq 2)$ គឺ ៖

ក. $\frac{1}{6}$ ខ. $\frac{1}{2}$ គ. $\frac{1}{3}$ ឃ. $\frac{2}{3}$

២៦. តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X ៖ $P(X=-1)=0.1, P(X=0)=0.4, P(X=1)=0.3, P(X=2)=0.2$។ តម្លៃនៃ $P(X>0)$ គឺ ៖

ក. 0.9 ខ. 0.5 គ. 0.4 ឃ. 0.2

២៧. យោងតាមតារាងខាងលើ តម្លៃនៃ $P(X\leq 0)$ គឺ ៖

ក. 0.5 ខ. 0.4 គ. 0.1 ឃ. 0.8

២៨. យោងតាមតារាងខាងលើ តម្លៃនៃ $P(-1<X\leq 2)$ គឺ ៖

ក. 1.0 ខ. 0.5 គ. 0.7 ឃ. 0.9

២៩. ក្នុងថង់មានឃ្លីស 3 និងខ្មៅ 2។ ចាប់យកឃ្លី 2 ព្រមគ្នា។ តាង X ជាចំនួនឃ្លីស។ តម្លៃនៃ $P(X=2)$ គឺ ៖

ក. $\frac{6}{10}$ ខ. $\frac{1}{10}$ គ. $\frac{3}{10}$ ឃ. $\frac{2}{5}$

៣០. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ តម្លៃនៃ $P(X=1)$ គឺ ៖

ក. $\frac{3}{10}$
ខ. $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$
គ. $\frac{1}{10}$
ឃ. $\frac{1}{2}$

៣១. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ តម្លៃនៃ $P(X=0)$ គឺ ៖

ក. $\frac{1}{10}$ ខ. $\frac{3}{10}$ គ. $\frac{2}{10}$ ឃ. 0

៣២. អនុគមន៍មួយណាខាងក្រោមអាចជាអនុគមន៍បំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យ $X\in\{1,2,3\}$?

ក. $P(1)=0.4, P(2)=0.4, P(3)=0.4$
ខ. $P(1)=-0.1, P(2)=0.6, P(3)=0.5$
គ. $P(1)=0.3, P(2)=0.2, P(3)=0.1$
ឃ. $P(1)=0.2, P(2)=0.5, P(3)=0.3$

៣៣. អនុគមន៍មួយណាខាងក្រោមមិនអាចជាអនុគមន៍បំណែងចែកប្រូបាប ?

ក. $P(1)=0.3, P(2)=0.4, P(3)=0.3$
ខ. $P(1)=1, P(2)=0, P(3)=0$
គ. $P(1)=0.5, P(2)=-0.1, P(3)=0.6$
ឃ. $P(1)=\frac{1}{3}, P(2)=\frac{1}{3}, P(3)=\frac{1}{3}$

៣៤. បើ $P(X=x)=\frac{c}{x}$ ចំពោះ $x\in\{1,2,3,6\}$ នោះតម្លៃនៃ c គឺ ៖

ក. 1 ខ. $\frac{1}{2}$ គ. $\frac{1}{6}$ ឃ. 2

៣៥. តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X ៖ $P(X=0)=c, P(X=1)=2c, P(X=2)=3c, P(X=3)=4c$។ តម្លៃនៃ c គឺ ៖

ក. 0.10 ខ. 0.20 គ. 0.05 ឃ. 0.25

៣៦. អនុគមន៍ចែកចាយបង្គរ $F(x)$ នៃអថេរចៃដន្យ X កំណត់ដោយ ៖

ក. $F(x)=P(X=x)$
ខ. $F(x)=P(X\geq x)$
គ. $F(x)=P(X<x)$
ឃ. $F(x)=P(X\leq x)$

៣៧. សម្រាប់គ្រប់ចំនួនពិត x តម្លៃនៃ $F(x)$ ត្រូវតែស្ថិតក្នុងចន្លោះ ៖

ក. $-1\leq F(x)\leq 1$
ខ. $F(x)\geq 1$
គ. $0\leq F(x)\leq 1$
ឃ. $F(x)>0$

៣៨. លក្ខណៈនៃអនុគមន៍ចែកចាយបង្គរ $F(x)$ គឺ ៖

ក. ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ច
ខ. ជាអនុគមន៍មិនចុះ (Non-decreasing)
គ. ជាអនុគមន៍ខួប
ឃ. ជាអនុគមន៍សេស

៣៩. តម្លៃលីមីត $\lim_{x\to-\infty} F(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty} F(x)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0 និង 1
ខ. 1 និង 0
គ. $-\infty$ និង $+\infty$
ឃ. -1 និង 1

៤០. បើ X មានអនុគមន៍ចែកចាយបង្គរ $F(x)$ នោះ $P(a<X\leq b)$ ស្មើនឹង ៖

ក. $F(b)+F(a)$ ខ. $F(a)-F(b)$ គ. $F(b)\cdot F(a)$ ឃ. $F(b)-F(a)$

៤១. បើ X មានអនុគមន៍ចែកចាយបង្គរ $F(x)$ នោះ $P(X>x)$ ស្មើនឹង ៖

ក. $F(x)$ ខ. $F(-x)$ គ. $1-F(x)$ ឃ. $1+F(x)$

៤២. តារាងបំណែងចែក X មាន $F(0)=0.2, F(1)=0.6, F(2)=1.0$។ តម្លៃនៃ $P(X=1)$ គឺ ៖

ក. 0.6 ខ. 0.4 គ. 0.2 ឃ. 0.8

៤៣. យោងតាមតារាងខាងលើ តម្លៃនៃ $P(X=2)$ គឺ ៖

ក. 0.4 ខ. 1.0 គ. 0.6 ឃ. 0.2

៤៤. យោងតាមតារាងខាងលើ តម្លៃនៃ $P(X\leq 1)$ គឺ ៖

ក. 0.4 ខ. 0.2 គ. 1.0 ឃ. 0.6

៤៥. យោងតាមតារាងខាងលើ តម្លៃនៃ $P(X>1)$ គឺ ៖

ក. 0.6 ខ. 0.8 គ. 0.4 ឃ. 0.2

៤៦. ក្រាបនៃអនុគមន៍ចែកចាយបង្គរ $F(x)$ នៃអថេរចៃដន្យដាច់មានរាងជា ៖

ក. បន្ទាត់ត្រង់ជាប់ ខ. អនុគមន៍កាំជណ្ដើរ (Step function)

គ. ខ្សែកោងរាងកណ្ដឹង ឃ. ប៉ារ៉ាបូល

៤៧. បើ $F(x)=0.85$ ចំពោះ $x=3$ នោះ $P(X\leq 3)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.85 ខ. 0.15 គ. 0.30 ឃ. 1.85

៤៨. បើ $F(2)=0.3$ និង $F(5)=0.9$ នោះ $P(2<X\leq 5)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 1.2 ខ. 0.3 គ. 0.27 ឃ. 0.6

៤៩. បើ $F(4)=0.75$ នោះ $P(X>4)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.75 ខ. 1.75 គ. 0.25 ឃ. -0.25

៥០. បើ X ទទួលតែតម្លៃវិជ្ជមាន $(X>0)$ នោះចំពោះ $x<0$ តម្លៃនៃ $F(x)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 1 ខ. 0 គ. មិនកំណត់ ឃ. 0.5

៥១. រូបមន្តសង្ឃឹមគណិត (Expected Value) $E(X)$ នៃអថេរចៃដន្យដាច់ X គឺ ៖

ក. $E(X)=\sum x_iP(X=x_i)$ ខ. $E(X)=\sum P(X=x_i)$

គ. $E(X)=\sum x_i^2P(X=x_i)$ ឃ. $E(X)=\dfrac{\sum x_i}{n}$

៥២. សង្ឃឹមគណិត $E(X)$ ក៏ត្រូវបានហៅម្យ៉ាងទៀតថាជា ៖

ក. វ៉ារ្យ៉ង់ ខ. គម្លាតស្តង់ដា

គ. មេដ្យាន ឃ. មធ្យមនៃអថេរចៃដន្យ μ

៥៣. បើ c ជាចំនួនថេរ នោះ $E(c)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0 ខ. 1 គ. c ឃ. c^2

៥៤. សម្រាប់គ្រប់ចំនួនថេរ a,b និងអថេរចៃដន្យ X លក្ខណៈលីនេអ៊ែរនៃសង្ឃឹមគណិតគឺ ៖

ក. $E(aX+b)=a^2E(X)+b$ ខ. $E(aX+b)=aE(X)+b$

គ. $E(aX+b)=aE(X)$ ឃ. $E(aX+b)=E(X)+ab$

៥៥. បើ $E(X)=4$ នោះ $E(3X+2)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 14 ខ. 12 គ. 10 ឃ. 16

៥៦. បើ $E(X)=5$ នោះ $E(-2X+10)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 20 ខ. -10 គ. 10 ឃ. 0

៥៧. គេបោះកាក់ល្អមួយ។ តាង $X=1$ បើចេញក្បាល និង $X=0$ បើចេញកន្ទុយ។ តម្លៃនៃ $E(X)$ គឺ ៖

ក. 1 ខ. 0 គ. 0.5 ឃ. 0.25

៥៨. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ល្អមួយគ្រាប់។ តាង X ជាលេខដែលចេញ។ តម្លៃនៃ $E(X)$ គឺ ៖

ក. 3 ខ. 3.5 គ. 4 ឃ. 3.6

៥៩. តារាងបំណែងចែកនៃ X ៖ $P(X=1)=0.3, P(X=2)=0.4, P(X=3)=0.3$។ តម្លៃនៃ $E(X)$ គឺ ៖

ក. 2.0 ខ. 1.8 គ. 2.2 ឃ. 1.5

៦០. តារាងបំណែងចែកនៃ X ៖ $P(X=-2)=0.2, P(X=0)=0.5, P(X=3)=0.3$។ តម្លៃនៃ $E(X)$ គឺ ៖

ក. 0.3 ខ. -0.4 គ. 1.0 ឃ. 0.5

៦១. ល្បែងមួយត្រូវបង់ថ្លៃចូលលេង 2 ដុល្លារ។ បើឈ្នះទទួលបាន 5 ដុល្លារ ដោយប្រូបាបឈ្នះគឺ 0.4។ សង្ឃឹមគណិតនៃប្រាក់ចំណេញសុទ្ធគឺ ៖

ក. 1 ដុល្លារ ខ. -0.5 ដុល្លារ

គ. 0 ដុល្លារ (ល្បែងយុត្តិធម៌) ឃ. 2 ដុល្លារ

៦២. ល្បែងមួយហៅថា «ល្បែងយុត្តិធម៌» (Fair Game) កាលណា ៖

ក. ប្រូបាបឈ្នះស្មើនឹង 1 ខ. សង្ឃឹមគណិតនៃប្រាក់ចំណេញសុទ្ធស្មើនឹង 0

គ. ប្រូបាបចាញ់ស្មើនឹង 0 ឃ. សង្ឃឹមគណិតធំជាង 0

៦៣. បើ $E(X)=3$ និង $E(Y)=5$ នោះ $E(X+Y)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 8 ខ. 15 គ. 2 ឃ. -2

៦៤. បើ $E(X)=3$ និង $E(Y)=5$ នោះ $E(2X-3Y)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 21 ខ. 9 គ. -1 ឃ. -9

៦៥. បើ $E(X)=2$ នោះតម្លៃនៃ $E(X-2)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 2 ខ. -2 គ. 0 ឃ. 4

៦៦. តារាងបំណែងចែកប្រូបាប ៖ $P(X=0)=0.1, P(X=1)=0.2, P(X=2)=0.7$។ តម្លៃនៃ $E(X^2)$ គឺ ៖

ក. 1.6 ខ. 3.0 គ. 2.6 ឃ. 1.8

៦៧. យោងតាមតារាងខាងលើ $E(X)=1.6$។ តម្លៃនៃ $[E(X)]^2$ គឺ ៖

ក. 2.56 ខ. 3.00 គ. 1.60 ឃ. 0.44

៦៨. បើ $P(X=k)=\dfrac{1}{n}$ ចំពោះ $k=1,2,\ldots,n$ នោះ $E(X)$ ស្មើនឹង ៖

ក. $\dfrac{n}{2}$ ខ. n គ. $\dfrac{n-1}{2}$ ឃ. $\dfrac{n+1}{2}$

៦៩. បើ $X\geq 0$ ជានិច្ច នោះសង្ឃឹមគណិត $E(X)$ ត្រូវតែ ៖

ក. $E(X)\leq 0$ ខ. $E(X)=0$ គ. $E(X)\geq 0$ ឃ. $E(X)>1$

៧០. បើ $X\leq Y$ ជានិច្ច នោះទំនាក់ទំនងរវាងសង្ឃឹមគណិតគឺ ៖

ក. $E(X)\geq E(Y)$ ខ. $E(X)\leq E(Y)$ គ. $E(X)=E(Y)$ ឃ. $E(X)E(Y)\leq 0$

៧១. រូបមន្តវ៉ារ្យង់ $V(X)$ នៃអថេរចៃដន្យ X តាមនិយមន័យគឺ ៖

ក. $V(X)=E\left[(X-\mu)^2\right]=E(X^2)-[E(X)]^2$

ខ. $V(X)=E(X^2)-E(X)$

គ. $V(X)=[E(X)]^2-E(X^2)$

ឃ. $V(X)=\sqrt{E(X^2)}$

៧២. សម្រាប់គ្រប់អថេរចៃដន្យ X តម្លៃនៃវ៉ារ្យង់ $V(X)$ ត្រូវតែ ៖

ក. $V(X)\leq 0$ ខ. $-1\leq V(X)\leq 1$

គ. $V(X)=1$ ឃ. $V(X)\geq 0$ ជានិច្ច

៧៣. បើ c ជាចំនួនថេរ នោះ $V(c)$ ស្មើនឹង ៖

ក. c ខ. c^2 គ. 0 ឃ. 1

៧៤. សម្រាប់ចំនួនថេរ a,b លក្ខណៈនៃវ៉ារ្យង់ $V(aX+b)$ គឺ ៖

ក. $V(aX+b)=aV(X)+b$ ខ. $V(aX+b)=a^2V(X)$

គ. $V(aX+b)=a^2V(X)+b^2$ ឃ. $V(aX+b)=aV(X)$

៧៥. បើ $V(X)=3$ នោះ $V(2X+5)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 12 ខ. 11 គ. 6 ឃ. 17

៧៦. បើ $V(X)=4$ នោះ $V(-3X+7)$ ស្មើនឹង ៖

ក. -12 ខ. 19 គ. 12 ឃ. 36

៧៧. បើ $E(X)=3$ និង $E(X^2)=13$ នោះ $V(X)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 10 ខ. 16 គ. 4 ឃ. 2

៧៨. បើ $E(X)=5$ និង $V(X)=4$ នោះ $E(X^2)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 21 ខ. 29 គ. 9 ឃ. 25

៧៩. គម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$ កំណត់ដោយរូបមន្ត ៖

ក. $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$ ខ. $\sigma(X)=[V(X)]^2$

គ. $\sigma(X)=V(X^2)$ ឃ. $\sigma(X)=|E(X)|$

៨០. បើ $V(X)=25$ នោះគម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$ ស្មើនឹង ៖

ក. ± 5 ខ. 625 គ. 2.5 ឃ. 5

៨១. សម្រាប់ចំនួនថេរ a,b លក្ខណៈនៃគម្លាតស្តង់ដា $\sigma(aX+b)$ គឺ ៖

ក. $\sigma(aX+b)=a\sigma(X)+b$ ខ. $\sigma(aX+b)=a^2\sigma(X)$

គ. $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$ ឃ. $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)+|b|$

៨២. បើ $\sigma(X)=2$ នោះ $\sigma(-4X+3)$ ស្មើនឹង ៖

ក. -8 ខ. 8 គ. 11 ឃ. 16

៨៣. បើ $V(X)=0$ នោះមានន័យថា ៖

ក. X ជាអថេរថេរ (ស្មើនឹងចំនួនថេរមួយដោយប្រូបាប 1)

ខ. $E(X)=0$

គ. $P(X=0)=1$

ឃ. X មិនអាចកំណត់បាន

៨៤. គេបោះកាក់ល្អមួយ។ $X=1$ (ក្បាល) និង $X=0$ (កន្ទុយ)។ វ៉ារ្យង់ $V(X)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 0.50 ខ. 0.125 គ. 1.00 ឃ. 0.25

៨៥. តារាងបំណែងចែកនៃ X ៖ $P(X=-1)=0.5, P(X=1)=0.5$។ តម្លៃនៃ $V(X)$ គឺ ៖

ក. 0 ខ. 0.5 គ. 1 ឃ. 2

៨៦. ពិសោធន៍ប៊ែរនូយី (Bernoulli Trial) គឺជាពិសោធន៍ចៃដន្យមួយដែលមាន ៖

ក. លទ្ធផលច្រើនរាប់មិនអស់

ខ. លទ្ធផលដែលអាចកើតមានតែ ២ គត់គឺ ជោគជ័យ (S) ឬ បរាជ័យ (F)

គ. ប្រូបាបជោគជ័យប្រែប្រួលជានិច្ច

ឃ. លទ្ធផលយ៉ាងតិច ៣

៨៧. បើប្រូបាបជោគជ័យគឺ p នោះប្រូបាបបរាជ័យ q ស្មើនឹង ៖

ក. $1-p$ ខ. $p-1$ គ. $\frac{1}{p}$ ឃ. p^2

៨៨. អថេរប៊ែរនូយី X ទទួលតម្លៃ 1 (ជោគជ័យ) ដោយប្រូបាប p និង 0 (បរាជ័យ) ដោយប្រូបាប q។ សង្ឃឹមគណិត $E(X)$ និងវ៉ារ្យ៉ង់ $V(X)$ គឺ ៖

ក. $E(X)=pq$ និង $V(X)=p$ ខ. $E(X)=1$ និង $V(X)=p$
គ. $E(X)=p$ និង $V(X)=p^2$ ឃ. $E(X)=p$ និង $V(X)=pq$

៨៩. វ៉ារ្យ៉ង់នៃអថេរប៊ែរនូយី $V(X)=p(1-p)$ ទទួលបានតម្លៃអតិបរមាកាលណា ៖

ក. $p=1$ ខ. $p=0$ គ. $p=0.5$ ឃ. $p=0.25$

៩០. តម្លៃអតិបរមានៃវ៉ារ្យ៉ង់អថេរប៊ែរនូយីគឺ ៖

ក. 0.50 ខ. 0.25 គ. 1.00 ឃ. 0.75

៩១. បំណែងចែកប៊ីណូម $B(n,p)$ កើតឡើងពី ៖

ក. ការធ្វើពិសោធន៍ប៊ែរនូយីដដែលៗ n ដងដោយឯករាជ្យ និងមានប្រូបាប p ថេរ
ខ. ការបោះកាក់តែម្តងគត់
គ. ការចាប់ឃ្លីម្តងមួយឥតដាក់វិញ
ឃ. ការពិសោធន៍ជាប់

៩២. រូបមន្តប្រូបាបនៃបំណែងចែកប៊ីណូម $X\sim B(n,p)$ គឺ ៖

ក. $P(X=k)=A_n^k p^k(1-p)^{n-k}$ ខ. $P(X=k)=C_n^k p^{n-k}(1-p)^k$
គ. $P(X=k)=p^k(1-p)^{n-k}$ ឃ. $P(X=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

៩៣. សង្ឃឹមគណិត $E(X)$ នៃអថេរចៃដន្យប៊ីណូម $X\sim B(n,p)$ ស្មើនឹង ៖

ក. $np(1-p)$ ខ. $\sqrt{np}$ គ. np ឃ. $n(1-p)$

៩៤. វ៉ារ្យ៉ង់ $V(X)$ នៃអថេរចៃដន្យប៊ីណូម $X\sim B(n,p)$ ស្មើនឹង ៖

ក. np ខ. $np(1-p)$ គ. $\sqrt{np(1-p)}$ ឃ. n^2p

៩៥. គម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$ នៃអថេរចៃដន្យប៊ីណូម $X\sim B(n,p)$ ស្មើនឹង ៖

ក. $\sqrt{np(1-p)}$ ខ. $np(1-p)$ គ. $\sqrt{np}$ ឃ. np

៩៦. គេបោះកាក់ល្អមួយ 10 ដង។ តាង X ជាចំនួនក្បាលដែលចេញ។ សង្ឃឹមគណិត $E(X)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 2.5 ខ. 10 គ. 1 ឃ. 5

៩៧. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ វ៉ារ្យ៉ង់ $V(X)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 5 ខ. 1.25 គ. 2.5 ឃ. 2.25

៩៨. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ល្អមួយ 60 ដង។ តាង X ជាចំនួនដងដែលចេញលេខ 6។ សង្ឃឹមគណិត $E(X)$ ស្មើនឹង ៖

ក. 6 ខ. 10 គ. 12 ឃ. 5

៩៩. យោងតាមលំហាត់ខាងលើ វ៉ារ្យ៉ង់ $V(X)$ ស្មើនឹង ៖

ក. $\frac{50}{6} \approx 8.33$　　ខ. 10
គ. 50　　ឃ. 25

១០០. ការប្រឡងមួយមាន 20 សំណួរពហុជ្រើសរើស (សំណួរមួយមាន 4 ជម្រើស មាន ១ ត្រូវ)។ បើសិស្សទាយចៃដន្យ តើសង្ឃឹមថានឹងឆ្លើយត្រូវប៉ុន្មានសំណួរ?

ក. 4　　ខ. 10　　គ. 2　　ឃ. 5

ចំណាំ ៖ សូមពិនិត្យផ្ទៀងផ្ទាត់ **តារាងសោចម្លើយ MCQ ទាំង ១០០** នៅក្នុង **ផ្នែកដំណោះស្រាយ** នៅចុងបញ្ចប់នៃសៀវភៅ។

៦ លំហាត់អនុវត្តន៍

១. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ព្រមគ្នា។ តាង X ជាផលបូកនៃលេខដែលចេញលើមុខគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរ។

ក. ចូរកំណត់សំណុំតម្លៃនៃអថេរចៃដន្យ X។

ខ. រៀបចំតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X។

គ. គណនាសង្ឃឹមគណិត $E(X)$ និងវ៉ារ្យ៉ង់ $V(X)$។

ដំណោះស្រាយ

២. តារាងខាងក្រោមជាបំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យដាច់ Y ៖

Y	-2	-1	0	1	2
$P(Y=y)$	0.15	c	0.35	$2c$	0.2

ក. រកតម្លៃនៃចំនួនថេរ c។

ខ. គណនាប្រូបាប $P(Y<0)$ និង $P(Y\geq 1)$។

គ. គណនាសង្ឃឹមគណិត $E(Y)$ វ៉ារ្យ៉ង់ $V(Y)$ និងគម្លាតស្តង់ដា $\sigma(Y)$។

ដំណោះស្រាយ

៣. ក្នុងថង់មួយមានប៊ិចខៀវ 5 ដើម និងប៊ិចក្រហម 3 ដើម។ គេចាប់យកប៊ិច 2 ដើមព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ តាង X ជាចំនួនប៊ិចខៀវដែលចាប់បាន។

ក. រកសំណុំតម្លៃនៃ X។

ខ. រៀបចំតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X។

គ. គណនាតម្លៃមធ្យម $E(X)$ និងគម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$។

ដំណោះស្រាយ

៤. ការប្រឡងតេស្តមួយមានសំណួរពហុជ្រើសរើស (MCQ) ចំនួន 10 សំណួរ។ សំណួរនីមួយៗមានជម្រើស 4 ដែលក្នុងនោះមានចម្លើយត្រឹមត្រូវតែមួយគត់។ សិស្សម្នាក់មិនបានរៀនមេរៀនសោះ ហើយបានជ្រើសរើសចម្លើយដោយចៃដន្យទាំងស្រុងលើគ្រប់សំណួរទាំងអស់។ តាង X ជាចំនួនសំណួរដែលគាត់ឆ្លើយត្រូវ។

ក. តើ X មានបំណែងចែកប្រូបាបអ្វី? បញ្ជាក់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបំណែងចែកនោះ។

ខ. គណនាសង្ឃឹមគណិត និងគម្លាតស្តង់ដានៃចំនួនសំណួរដែលគាត់ឆ្លើយត្រូវ។

គ. រកប្រូបាបដែលគាត់ឆ្លើយត្រូវ 3 សំណួរគត់។

ឃ. រកប្រូបាបដែលគាត់ឆ្លើយខុសទាំងអស់។

ដំណោះស្រាយ

៥. តាមស្ថិតិនៃរោងចក្រមួយ គេដឹងថាមានផលិតផលខូច 5% នៃផលិតផលដែលផលិតបានសរុប។ គេជ្រើសរើសផលិតផល 8 មកត្រួតពិនិត្យដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបដែល ៖

ក. គ្មានផលិតផលខូចសោះ។

ខ. មានផលិតផលខូច 1 គត់។

គ. មានផលិតផលខូចយ៉ាងតិច 2។

ដំណោះស្រាយ

៦. គេបោះកាក់មួយដែលល្អស្មើចំនួន 6 ដង។ រកប្រូបាបដែល ៖

ក. ចេញខាងរូបចំនួន 4 ដង។

ខ. ចេញខាងរូបយ៉ាងតិច 5 ដង។

គ. ចេញខាងរូប និងខាងលេខមានចំនួនស្មើគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

៧. អថេរចៃដន្យ X មានបំណែងចែកប៊ីណូម $B(n,p)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $E(X)=8$ និង $\sigma(X)=2$។

ក. រកតម្លៃនៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រ n និង p។

ខ. គណនាប្រូបាប $P(X=0)$ និង $P(X=1)$។

ដំណោះស្រាយ

៨. ក្នុងប្រអប់មួយមានសំបុត្រឆ្នោត 20 សន្លឹក ក្នុងនោះមានសំបុត្រត្រូវរង្វាន់ 4 សន្លឹក។ មនុស្សម្នាក់ចាប់យកសំបុត្រម្តងមួយៗចំនួន 3 លើក ដោយ**ដាក់ចូលប្រអប់វិញ**រាល់ពេលចាប់រួច។ តាង X ជាចំនួនសន្លឹកដែលត្រូវរង្វាន់។

ក. បង្ហាញថា X មានបំណែងចែកប៊ីណូម និងកំណត់ប៉ារ៉ាម៉ែត្ររបស់វា។

ខ. គណនាប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក។

គ. គណនាសង្ឃឹមគណិត $E(X)$ និងវ៉ារ្យ៉ង់ $V(X)$។

ដំណោះស្រាយ

៩. មន្ទីរពេទ្យមួយទទួលព្យាបាលអ្នកជំងឺដោយឱសថថ្មីមួយប្រភេទដែលមានអត្រាជោគជ័យជាសះស្បើយ 80%។ ប្រសិនបើមានអ្នកជំងឺចំនួន 6 នាក់បានទទួលការព្យាបាលនេះដោយឯករាជ្យពីគ្នា ៖

ក. រកប្រូបាបដែលអ្នកជំងឺទាំងអស់ជាសះស្បើយ។

ខ. រកប្រូបាបដែលមានអ្នកជំងឺយ៉ាងតិច 4 នាក់ជាសះស្បើយ។

គ. គណនាចំនួនអ្នកជំងឺជាមធ្យមដែលរំពឹងថានឹងជាសះស្បើយ។

ដំណោះស្រាយ

១០. គេឱ្យអថេរចៃដន្យ X មានតារាងបំណែងចែកប្រូបាបដូចខាងក្រោម ៖

X	1	2	3
$P(X=x)$	0.2	0.5	0.3

គេកំណត់អថេរចៃដន្យថ្មី $Y=3X-2$។

ក. សរសេរតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ Y។

ខ. គណនា $E(X)$ និង $V(X)$ រួចទាញរក $E(Y)$ និង $V(Y)$ ដោយប្រើលក្ខណៈនៃសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យ៉ង់។

ដំណោះស្រាយ

ប្រមូលផ្តុំវិញ្ញាសាប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ លើប្រធានបទប្រូបាប ពីឆ្នាំ២០១៤ ដល់ ២០២៦ និងវិញ្ញាសាត្រៀមជ្រើសរើសពិសេស អមដោយកន្លែងកត់ត្រាដំណោះស្រាយ ៖

ផ្នែកទី១ ៖ ប្រធានវិញ្ញាសាប្រឡងផ្លូវការ (២០១៤ - ២០២៦)

១. (បាក់ឌុប ២០១៤) ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីក្រហម 4 ឃ្លីខៀវ 3 និងឃ្លីស 5 (សរុប 12 គ្រាប់)។ គេចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់។

ក. រកចំនួនករណីអាចនៃការចាប់ឃ្លី។

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

- A ៖ «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នាទាំង 3»
- B ៖ «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខុសគ្នាទាំង 3»
- C ៖ «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហមយ៉ាងតិច 1»

ដំណោះស្រាយ

២. (បាក់ឌុប ២០១៥) គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ដែលល្អស្មើចំនួន 2 ដងបន្តបន្ទាប់គ្នា។

ក. រកចំនួនករណីអាចនៃការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរលើក។

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

- A ៖ «ផលបូកនៃលេខដែលចេញលើមុខទាំងពីរស្មើនឹង 8»
- B ៖ «បោះលើកទី១ បានលេខធំជាងលើកទី២»
- C ៖ «បោះបានលេខគូទាំងពីរលើក»

ដំណោះស្រាយ

៣. **(បាក់ឌុប ២០១៦)** ក្នុងថង់មួយមានប័ណ្ណ 10 សន្លឹក ចុះលេខពី 1 ដល់ 10។ គេចាប់យកប័ណ្ណ 2 សន្លឹកព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។

ក. រកចំនួនករណីអាចទាំងអស់នៃការចាប់ប័ណ្ណ។

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

- A ៖ «ផលបូកនៃលេខលើប័ណ្ណទាំងពីរជាចំនួនគូ»
- B ៖ «ផលគុណនៃលេខលើប័ណ្ណទាំងពីរជាចំនួនសេស»
- C ៖ «យ៉ាងតិចមានប័ណ្ណមួយមានលេខជាពហុគុណនៃ 3»

ដំណោះស្រាយ

៤. (បាក់ឌុប ២០១៧) (១០ពិន្ទុ) ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សពូកែចំនួន 10 នាក់ ដែលក្នុងនោះ 4 នាក់ជាសិស្សស្រី និង 6 នាក់ជាសិស្សប្រុស។

គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់ ដោយចៃដន្យ យកទៅប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សនៃថ្នាក់ដទៃ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A ៖ «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី»

ខ. B ៖ «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស»

គ. C ៖ «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស»

ដំណោះស្រាយ

៥. **(បាក់ឌុប ២០១៨)** (១០ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌សចំនួន 2 ឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 4 និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 4។ គេចាប់យកឃ្លី 3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។
រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A ៖ «ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ក្រហម»

ខ. B ៖ «យ៉ាងតិចមានឃ្លី 2 មានពណ៌ខៀវ»

គ. C ៖ «ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា»

ដំណោះស្រាយ

៦. **(បាក់ឌុប ២០១៩)** (១០ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 16 ដែលគេសរសេរលេខពី 1 ដល់ 16។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។
រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A ៖ គេចាប់បានប៊ូលទាំង 3 មានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 4

ខ. B ៖ គេចាប់បានប៊ូលទាំង 3 មានលេខសុទ្ធតែចែកមិនដាច់នឹង 5

គ. C ៖ គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 4

ដំណោះស្រាយ

៧. **(បាក់ឌុប ២០២១)** (១០ពិន្ទុ) ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 2 ឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 3 និង ឃ្លីពណ៌ស ចំនួន 4។ គេចាប់យកឃ្លីចំនួន 3 ពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ស

ខ. ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា

ដំណោះស្រាយ

៨. **(បាក់ឌុប ២០២២)** (១០ពិន្ទុ) ក្នុងមណ្ឌលសុខភាពមួយមានបុគ្គលិកនារី 9 នាក់ និងបុគ្គលិកបុរស 5 នាក់។ គេរៀបចំជាក្រុមការងារមួយក្រុមមានគ្នា 4 នាក់ដោយចៃដន្យឱ្យចុះធ្វើការតាមភូមិ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A ៖ ក្រុមការងារដែលរៀបចំមានបុគ្គលិកទាំង 4 នាក់សុទ្ធតែជានារី

ខ. B ៖ ក្រុមការងារដែលរៀបចំមានបុគ្គលិក 50% ជានារី

ដំណោះស្រាយ

៩. **(បាក់ឌុប ២០២៣)** (១០ពិន្ទុ) អ្នកលក់បន្ទាត់ម្នាក់ គាត់មានបន្ទាត់សំប៉ែតចំនួន 25 ដែលក្នុងនោះមានបន្ទាត់ 3 ដែលធែបចុង។ គេចាប់យកបន្ទាត់មួយក្នុងចំណោម 25 ដោយចៃដន្យ។

១. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A ៖ «បន្ទាត់ដែលចាប់បានមិនធែបចុង»

២. អ្នកទិញគាត់ចាប់យកដោយមិនបានផ្ទៀងផ្ទាត់ ហើយគាត់ចង់បានដាច់ខាតបន្ទាត់ល្អចំនួន 7។ តើគាត់ត្រូវទិញបន្ទាត់យ៉ាងតិចចំនួនប៉ុន្មាន?

៣. គេចាប់យកបន្ទាត់ 2 ម្តងដោយចៃដន្យក្នុងចំណោមបន្ទាត់ទាំង 25។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ៖ «បន្ទាត់ទាំងពីរចាប់បានមិនធែបចុង»

ដំណោះស្រាយ

កម្រងប្រធានវិញ្ញាសាប្រឡងបាក់ឌុប (២០១៤-២០២៦)

១០. **(បាក់ឌុប ២០២៤)** (១០ពិន្ទុ) ក្នុងថ្នាក់រៀននៃសាលាអន្តរជាតិមួយមានសិស្ស 24 នាក់ ដែលក្នុងនោះមាន 3 នាក់ជាជនជាតិអង់គ្លេស 2 នាក់ជាជនជាតិបារាំង 5 នាក់ជាជនជាតិចិន 4 នាក់ជាជនជាតិកូរ៉េ និង 10 នាក់ជាជនជាតិខ្មែរ។ គេជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ដោយចៃដន្យជាតំណាងថ្នាក់យកទៅប្រកួតក្នុងកម្មវិធីមួយ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ទាំងបី៖

ក. «សិស្សទាំង 3 នាក់ សុទ្ធតែជាជនជាតិនៅទ្វីបអឺរ៉ុប»

ខ. «សិស្សទាំង 3 នាក់ សុទ្ធតែជាជនជាតិនៅទ្វីបអាស៊ី តែមិនមែនជាជនជាតិខ្មែរ»

គ. «សិស្សទាំង 3 នាក់ មានម្នាក់ជាជនជាតិខ្មែរ ម្នាក់ជាជនជាតិនៅទ្វីបអឺរ៉ុប និងម្នាក់ទៀតជាជនជាតិនៅទ្វីបអាស៊ីមិនមែនខ្មែរ»

ដំណោះស្រាយ

កម្រងប្រធានវិញ្ញាសាប្រឡងបាក់ឌុប (២០១៤-២០២៦)

១១. **(បាក់ឌុប ២០២៥)** (១០ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីទាំងអស់ចំនួន $4n$។ ដែលក្នុងនោះមានកូនឃ្លីចំនួន $2n+1$ មានពណ៌លឿង និង $2n-1$ មានពណ៌បៃតង។ គេចាប់យកកូនឃ្លីពីរព្រមគ្នា ពីក្នុងប្រអប់ដោយចៃដន្យ។ ក្នុងសំណួរនេះយើងកំណត់យក $n=10$។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A. កូនឃ្លីទាំងពីរដែលចាប់បានមានពណ៌ខុសគ្នា

B. កូនឃ្លីទាំងពីរដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង

C. កូនឃ្លីទាំងពីរដែលចាប់បានមានពណ៌ដូចគ្នា

ដំណោះស្រាយ

១២. **(បាក់ឌុប ២០២៦)** (១០ពិន្ទុ) ក្នុងថានមួយមានប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន 8 ដែលគេសរសេរលើប៊ូលទាំងនោះលេខរៀងពីលេខ 1 ដល់លេខ 8 ប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន 5 ដែលគេសរសេរលើប៊ូលទាំងនោះលេខរៀងពីលេខ 1 ដល់លេខ 5 និងប៊ូលពណ៌សចំនួន 7 ដែលគេសរសេរលើប៊ូលទាំងនោះលេខរៀងពីលេខ 1 ដល់លេខ 7។
គេចាប់យកប៊ូលមួយពីក្នុងថានដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A. ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខគូ

B. ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌ក្រហម

C. ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌ស និងលេខសេស

ដំណោះស្រាយ

ផ្នែកដំណោះស្រាយ

មេរៀនទី ១ ៖ វិភាគបន្សំ និងប្រូបាប

តារាងចម្លើយសំណួរពហុជ្រើសរើស (MCQ 100) — មេរៀនទី ១

ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ
១	គ	២១	គ	៤១	គ	៦១	ខ	៨១	គ
២	ខ	២២	ខ	៤២	ខ	៦២	ខ	៨២	ខ
៣	ក	២៣	ក	៤៣	ក	៦៣	ក	៨៣	ក
៤	ឃ	២៤	ឃ	៤៤	ឃ	៦៤	ឃ	៨៤	ឃ
៥	គ	២៥	គ	៤៥	គ	៦៥	គ	៨៥	គ
៦	ខ	២៦	ខ	៤៦	ខ	៦៦	ខ	៨៦	ខ
៧	ក	២៧	ក	៤៧	ក	៦៧	ក	៨៧	ក
៨	ឃ	២៨	ឃ	៤៨	ឃ	៦៨	ឃ	៨៨	ឃ
៩	គ	២៩	គ	៤៩	គ	៦៩	គ	៨៩	គ
១០	ខ	៣០	ខ	៥០	ខ	៧០	ខ	៩០	ខ
១១	ក	៣១	ក	៥១	ក	៧១	ក	៩១	ក
១២	ឃ	៣២	ឃ	៥២	ឃ	៧២	ឃ	៩២	ឃ
១៣	គ	៣៣	គ	៥៣	គ	៧៣	គ	៩៣	គ
១៤	ខ	៣៤	ខ	៥៤	ខ	៧៤	ខ	៩៤	ខ
១៥	ក	៣៥	ក	៥៥	ក	៧៥	ក	៩៥	ក
១៦	ឃ	៣៦	ឃ	៥៦	ឃ	៧៦	ឃ	៩៦	ឃ
១៧	គ	៣៧	គ	៥៧	គ	៧៧	គ	៩៧	គ
១៨	ខ	៣៨	ខ	៥៨	ខ	៧៨	ខ	៩៨	ខ
១៩	ក	៣៩	ក	៥៩	ក	៧៩	ក	៩៩	ក
២០	ឃ	៤០	ឃ	៦០	ឃ	៨០	ឃ	១០០	ឃ

ដំណោះស្រាយលម្អិតនៃលំហាត់អនុវត្តន៍

លំហាត់ទី ១

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 4 គ្រាប់ និងឃ្លីពណ៌ខៀវ 5 គ្រាប់ (សរុប 9 គ្រាប់)។ គេចាប់យកឃ្លី 2 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

ក «គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវទាំងពីរ»   ខ «គេចាប់បានឃ្លីមួយក្នុងមួយពណ៌»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_9^2=36$។

ក «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវទាំងពីរ» ៖

$$n(A)=C_5^2=10 \implies P(A)=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{5}{18}}$

ខ «ចាប់បានឃ្លីមួយក្នុងមួយពណ៌» ៖

$$n(B)=C_4^1\times C_5^1=20 \implies P(B)=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{5}{9}}$

លំហាត់ទី ២

ក្នុងអាងចិញ្ចឹមត្រីមួយមានត្រីពណ៌ក្រហម 4 និងត្រីពណ៌ស 3 (សរុប 7 ក្បាល)។ គេចាប់ត្រី 2 យកមកដាក់ក្នុងអាងថ្មីដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

ក «ត្រីពណ៌ក្រហមទាំងពីរ»   ខ «ត្រីពណ៌សទាំងពីរ»   គ «ត្រីមួយក្នុងមួយពណ៌»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_7^2=21$។

ក «ត្រីពណ៌ក្រហមទាំងពីរ» ៖

$$n(A)=C_4^2=6 \implies P(A)=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{2}{7}}$

ខ «ត្រីពណ៌សទាំងពីរ» ៖

$$n(B)=C_3^2=3 \implies P(B)=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{1}{7}}$

គ «ត្រីមួយក្នុងមួយពណ៌» ៖

$$n(C)=C_4^1\times C_3^1=12 \implies P(C)=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)=\frac{4}{7}}$

លំហាត់ទី ៣

នៅក្នុងធុងមួយមានប៊ូលក្រហម 4 ប៊ូលស 3 និងប៊ូលខៀវ 1 (សរុប 8 គ្រាប់)។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីធុងដោយចៃដន្យ។

ក រកប្រូបាប «ចាប់បានប៊ូលក្រហមពីរ និងមួយទៀតមិនក្រហម»
ខ រកប្រូបាប «ចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំងបី»
គ រកប្រូបាប «ចាប់បានយ៉ាងតិចប៊ូលក្រហមពីរ»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_8^3 = 56$។

ក «ក្រហម 2 និងមិនក្រហម 1» ៖

$$n(A) = C_4^2 \times C_4^1 = 24 \implies P(A) = \frac{24}{56} = \frac{3}{7}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{3}{7}}$

ខ «ក្រហមទាំងបី» ៖

$$n(B) = C_4^3 = 4 \implies P(B) = \frac{4}{56} = \frac{1}{14}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{1}{14}}$

គ «យ៉ាងតិចប៊ូលក្រហមពីរ» ៖

$$n(C) = 24 + 4 = 28 \implies P(C) = \frac{28}{56} = \frac{1}{2}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C) = \frac{1}{2}}$

លំហាត់ទី ៤

ក្នុងប្រអប់មួយមានខ្មៅដៃពណ៌ខៀវ 5 ដើម និងខ្មៅដៃពណ៌ក្រហម 4 ដើម (សរុប 9 ដើម)។ សិស្សម្នាក់ចាប់យកខ្មៅដៃ 3 ព្រមគ្នាចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។

ក រកប្រូបាប «សិស្សយកបានខ្មៅដៃខៀវ 2 ដើម និងក្រហម 1 ដើម»
ខ រកប្រូបាប «សិស្សយកបានខ្មៅដៃពណ៌ដូចគ្នា»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_9^3 = 84$។

ក ខៀវ 2 និងក្រហម 1 ៖

$$n(A) = C_5^2 \times C_4^1 = 40 \implies P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{10}{21}}$

ខ ពណ៌ដូចគ្នា (ខៀវ 3 ឬ ក្រហម 3) ៖

$$n(B) = C_5^3 + C_4^3 = 14 \implies P(B) = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{1}{6}}$

លំហាត់ទី ៥

ក្នុងថតតុមួយមានសៀវភៅគណិតវិទ្យា 7 ក្បាល និងសៀវភៅភាសាខ្មែរ 5 ក្បាល (សរុប 12 ក្បាល)។ សិស្សម្នាក់យកសៀវភៅ 4 ក្បាលព្រមគ្នាចេញពីថតតុដោយចៃដន្យ។

ក រកប្រូបាប «សិស្សយកបានសៀវភៅគណិតវិទ្យាទាំង 4 ក្បាល»
ខ រកប្រូបាប «សិស្សយកបានសៀវភៅភាសាខ្មែរយ៉ាងតិច 1 ក្បាល»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_{12}^4=495$។

ក គណិតទាំង 4 ៖

$$n(A)=C_7^4=35 \Longrightarrow P(A)=\frac{35}{495}=\frac{7}{99}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{7}{99}}$

ខ ខ្មែរយ៉ាងតិច 1 (ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ $\overline{B}=A$) ៖

$$P(B)=1-P(A)=1-\frac{7}{99}=\frac{92}{99}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{92}{99}}$

លំហាត់ទី ៦

គ្រូបន្ទុកថ្នាក់ជ្រើសរើសប្រធានក្រុមវេនសំអាតចំនួន 6 នាក់ ពីសិស្សប្រុស 20 នាក់ និងស្រី 15 នាក់ (សរុប 35 នាក់)។ គណនាប្រូបាប ៖

ក «ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែប្រុស» ខ «ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែស្រី»
គ «ប្រធានក្រុមមានប្រុស 3 នាក់ និងស្រី 3 នាក់»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_{35}^6=1623160$។

ក «សុទ្ធតែប្រុស» ៖

$$P(A)=\frac{C_{20}^6}{C_{35}^6}=\frac{38760}{1623160}\approx 0.0239$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)\approx 0.0239}$

ខ «សុទ្ធតែស្រី» ៖

$$P(B)=\frac{C_{15}^6}{C_{35}^6}=\frac{5005}{1623160}\approx 0.0031$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)\approx 0.0031}$

គ «ប្រុស 3 ស្រី 3» ៖

$$P(C)=\frac{C_{20}^3\times C_{15}^3}{C_{35}^6}\approx 0.3196$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)\approx 0.3196}$

លំហាត់ទី ៧

ថង់មួយមានឃ្លី 3 គឺ a,b,c។ គេចាប់យកឃ្លីម្ដងមួយ ចំនួន 2 លើកដោយដាក់ចូលថង់វិញ។
ក កំណត់លំហសំណាក S និងព្រឹត្តិការណ៍ A ៖ «ចាប់បានឃ្លីពីរផ្សេងគ្នា», B ៖ «ចាប់បានឃ្លី b នៅលើកទី១»
ខ រកប្រូបាប $P(A),P(B),P(A\cap B)$ និង $P(A\cup B)$

ដំណោះស្រាយ

ក លំហសំណាក ៖ $n(S)=3\times 3=9$។
$A=\{(a,b),(a,c),(b,a),(b,c),(c,a),(c,b)\} \implies n(A)=6$
$B=\{(b,a),(b,b),(b,c)\} \implies n(B)=3$

ខ គណនាប្រូបាប ៖

$$P(A)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3},\quad P(B)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

$A\cap B=\{(b,a),(b,c)\} \implies P(A\cap B)=\frac{2}{9}$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{7}{9}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{2}{3},P(B)=\frac{1}{3},P(A\cap B)=\frac{2}{9},P(A\cup B)=\frac{7}{9}}$

លំហាត់ទី ៨

ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 10 នាក់ (ស្រី 4 ប្រុស 6)។ គេជ្រើសរើសសិស្ស 4 នាក់ដោយចៃដន្យយកទៅប្រកួត។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

ក «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី»
ខ «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស»
គ «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_{10}^4=210$។

ក «សុទ្ធតែស្រី» ៖

$$n(A)=C_4^4=1 \implies P(A)=\frac{1}{210}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{1}{210}}$

ខ «សុទ្ធតែប្រុស» ៖

$$n(B)=C_6^4=15 \implies P(B)=\frac{15}{210}=\frac{1}{14}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{1}{14}}$

គ «50% ជាប្រុស» (ប្រុស 2 ស្រី 2) ៖

$$n(C)=C_6^2\times C_4^2=90 \implies P(C)=\frac{90}{210}=\frac{3}{7}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)=\frac{3}{7}}$

លំហាត់ទី ៩

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 15 ៖ បៃតង 7 (លេខ ១ ដល់ ៧), ខៀវ 5 (លេខ ១ ដល់ ៥), ក្រហម 3 (លេខ ១ ដល់ ៣)។ គេចាប់យកប៊ូលមួយដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបដែល ៖

ក ប៊ូលចាប់បានមានពណ៌បៃតង
ខ ប៊ូលចាប់បានមានលេខសេស
គ ប៊ូលចាប់បានមានពណ៌បៃតង និងលេខសេស

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=15$។

ក «ពណ៌បៃតង» (7 គ្រាប់) ៖

$$P(A)=\frac{7}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $P(A)=\frac{7}{15}$

ខ «លេខសេស» $(4+3+2=9$ គ្រាប់) ៖

$$P(B)=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$$

ដូចនេះ ៖ $P(B)=\frac{3}{5}$

គ «បៃតង និងលេខសេស» (4 គ្រាប់) ៖

$$P(C)=\frac{4}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $P(C)=\frac{4}{15}$

លំហាត់ទី ១០

ក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូលពណ៌ស 3 ប៊ូលពណ៌ខៀវ 3 និងប៊ូលពណ៌ក្រហម 2 (សរុប 8 គ្រាប់)។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីស្បោងដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

ក «យ៉ាងតិចមានប៊ូល 2 ពណ៌ខៀវ» ខ «ប៊ូលទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_8^3=56$។

ក «យ៉ាងតិចមានប៊ូល 2 ពណ៌ខៀវ» (ខៀវ 2 និងមិនខៀវ 1 ឬ ខៀវ 3) ៖

$$n(A)=C_3^2\times C_5^1+C_3^3=3\times 5+1=16$$

$$\Longrightarrow P(A)=\frac{16}{56}=\frac{2}{7}$$

ដូចនេះ ៖ $P(A)=\frac{2}{7}$

ខ «ប៊ូលទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា» (ស 1, ខៀវ 1, ក្រហម 1) ៖

$$n(B)=C_3^1\times C_3^1\times C_2^1=3\times 3\times 2=18$$

$$\Longrightarrow P(B)=\frac{18}{56}=\frac{9}{28}$$

ដូចនេះ ៖ $P(B)=\frac{9}{28}$

លំហាត់ទី ១១

ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សអាស៊ី 4 នាក់ អាមេរិក 2 នាក់ និងអឺរ៉ុប 3 នាក់ (សរុប 9 នាក់)។ គេរៀបចំក្រុមស្ម័យសិក្សាមានសិស្ស 3 នាក់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក «យ៉ាងតិចមានសិស្ស 2 នាក់ជាសិស្សអាស៊ី»

ខ «មានសិស្សមកពីទ្វីបទាំងបីក្នុងក្រុម»

គ «គ្មានសិស្សអាស៊ីសោះក្នុងក្រុម»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_9^3=84$។

ក អាស៊ីយ៉ាងតិច 2 (អាស៊ី 2 ឬ អាស៊ី 3) ៖

$$n(A)=C_4^2\times C_5^1+C_4^3=34\Longrightarrow P(A)=\frac{34}{84}=\frac{17}{42}$$

ដូចនេះ ៖ $P(A)=\frac{17}{42}$

ខ មកពីទ្វីបទាំងបី ៖

$$n(B)=C_4^1\times C_2^1\times C_3^1=24 \Longrightarrow P(B)=\frac{24}{84}=\frac{2}{7}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{2}{7}}$

គ គ្មានអាស៊ីសោះ ៖

$$n(C)=C_5^3=10 \Longrightarrow P(C)=\frac{10}{84}=\frac{5}{42}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)=\frac{5}{42}}$

លំហាត់ទី ១២

ក្នុងធុងមួយមានប៊ូល 12 ចុះលេខពី 1 ដល់ 12។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីធុងដោយចៃដន្យ។

ក រកប្រូបាប «ប៊ូលទាំង 3 មានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 3»

ខ រកប្រូបាប «មានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 3»

គ រកប្រូបាប «លេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានផលសងរួម $d=3$»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_{12}^3=220$។
លេខចែកដាច់នឹង 3 មាន 4 គ្រាប់, មិនចែកដាច់មាន 8 គ្រាប់។

ក ទាំង 3 ចែកដាច់នឹង 3 ៖

$$n(A)=C_4^3=4 \Longrightarrow P(A)=\frac{4}{220}=\frac{1}{55}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{1}{55}}$

ខ តែ 1 គត់ចែកដាច់នឹង 3 ៖

$$n(B)=C_4^1\times C_8^2=112 \Longrightarrow P(B)=\frac{112}{220}=\frac{28}{55}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{28}{55}}$

គ ស្វ៊ីតនព្វន្តមានផលសងរួម $d=3$ ៖
ករណីស្របមាន 6 ករណី ៖
$(1,4,7),(2,5,8),(3,6,9),$
$(4,7,10),(5,8,11),(6,9,12)$

$$n(C)=6 \Longrightarrow P(C)=\frac{6}{220}=\frac{3}{110}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)=\frac{3}{110}}$

លំហាត់ទី ១៣

ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីស 2 គ្រាប់ (លេខ 1,2) និងឃ្លីខ្មៅ 3 គ្រាប់ (លេខ 1,2,3) សរុប 5 គ្រាប់។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ព្រមគ្នាចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។

ក A ៖ «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា»

ខ B ៖ «ចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3»

គ C ៖ «ចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ដោយបានដឹងថា វាមានពណ៌ដូចគ្នា»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_5^2=10$។

ក «ពណ៌ដូចគ្នា» (ស 2 ឬ ខ្មៅ 2) ៖

$$n(A)=C_2^2+C_3^2=4 \Longrightarrow P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

ដូចនេះ ៖ $P(A)=\frac{2}{5}$

ខ «ផលបូកលេខស្មើ 3» ៖
គូផលបូក 3 ៖ $(W_1,W_2),(W_1,B_2),(W_2,B_1),(B_1,B_2)$ ៖

$$n(B)=4 \implies P(B)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

ដូចនេះ ៖ $P(B)=\frac{2}{5}$

គ «ផលបូក 3 ដោយដឹងថាពណ៌ដូចគ្នា» ៖
$A\cap B=\{(W_1,W_2),(B_1,B_2)\} \implies n(A\cap B)=2$ ៖

$$P(C)=P(B|A)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

ដូចនេះ ៖ $P(C)=\frac{1}{2}$

លំហាត់ទី ១៤

គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា ដោយប្រើលេខពី 1 ដល់ 9 (9 តួ)។

ក រកចំនួនករណីអាចទាំងអស់

ខ រកប្រូបាបដែលចំនួននោះជាពហុគុណនៃ 5

គ រកប្រូបាបដែលចំនួននោះជាចំនួនគូ

ដំណោះស្រាយ

ក ចំនួនករណីអាច ៖

$$n(S)=A_9^3=9\times 8\times 7=504$$

ដូចនេះ ៖ $n(S)=504$

ខ ពហុគុណនៃ 5 ៖

$$n(A)=A_8^2\times 1=56 \implies P(A)=\frac{56}{504}=\frac{1}{9}$$

ដូចនេះ ៖ $P(A)=\frac{1}{9}$

គ ចំនួនគូ ៖

$$n(B)=4\times A_8^2=224 \implies P(B)=\frac{224}{504}=\frac{4}{9}$$

ដូចនេះ ៖ $P(B)=\frac{4}{9}$

លំហាត់ទី ១៥

ក្នុងថង់មួយមានប៊ិចក្រហម 8 និងប៊ិចខៀវ 6 (សរុប 14 ដើម)។ គេចាប់យកប៊ិច 5 ព្រមគ្នាចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាប ៖

ក A ៖ «ប៊ិចទាំង 5 ពណ៌ក្រហម»

ខ B ៖ «ប៊ិច 3 ក្រហម និង 2 ខៀវ»

គ C ៖ «យ៉ាងហោចណាស់មានប៊ិចខៀវមួយ»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_{14}^5=2002$។

ក «ក្រហមទាំង 5» ៖

$$n(A)=C_8^5=56 \implies P(A)=\frac{56}{2002}=\frac{4}{143}$$

ដូចនេះ ៖ $P(A)=\frac{4}{143}$

ខ «ក្រហម 3 និងខៀវ 2» ៖

$$n(B)=C_8^3\times C_6^2=840\implies P(B)=\frac{840}{2002}=\frac{60}{143}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{60}{143}}$

គ «យ៉ាងហោចណាស់មានខៀវ 1» ៖

$$P(C)=1-P(A)=1-\frac{4}{143}=\frac{139}{143}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)=\frac{139}{143}}$

លំហាត់ទី ១៦

ទេសចរណ៍មួយក្រុមមានបុរស 3 នាក់ និងស្ត្រី 5 នាក់ (សរុប 8 នាក់) ឈរតម្រង់ជួរគ្នាដោយចៃដន្យ។

ក រកចំនួនរបៀបនៃការឈរជាជួរ

ខ រកប្រូបាបដែល ៖ A ៖ «នារីឈរនៅក្បាលជួរ», B ៖ «បុរសទាំង 3 នាក់ឈរជាប់គ្នា»

ដំណោះស្រាយ

ក ចំនួនរបៀបឈរជាជួរ ៖

$$n(S)=8!=40320 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S)=40320}$

ខ គណនាប្រូបាប ៖

- នារីនៅក្បាលជួរ ៖

$$P(A)=\frac{5\times 7!}{8!}=\frac{5}{8}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{5}{8}}$

- បុរស 3 នាក់ឈរជាប់គ្នា (ចាត់ជា 1 ដុំ $\implies 6!\times 3!$) ៖

$$P(B)=\frac{6!\times 3!}{8!}=\frac{6\times5\times4\times3\times2\times1\times6}{40320}=\frac{3}{28}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{3}{28}}$

លំហាត់ទី ១៧

មេបញ្ជាការកងទ័ពបានបង្កើតចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់មានលេខ 3 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា ដោយប្រើលេខពី 1 ដល់ 9។

ក រកចំនួនបែបនៃការបង្កើតចំនួនសម្ងាត់

ខ រកប្រូបាបនៃ ៖ A ៖ «ជាចំនួនគូ», B ៖ «ជាចំនួនសេស»

ដំណោះស្រាយ

ក ចំនួនបែប ៖

$$n(S)=A_9^3=504 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S)=504}$

ខ គណនាប្រូបាប ៖

- ចំនួនគូ (ខ្ទង់រាយមាន 4 ជម្រើស) ៖

$$n(A)=4\times A_8^2=224\implies P(A)=\frac{224}{504}=\frac{4}{9}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{4}{9}}$

- ចំនួនសេស ៖

$$P(B)=1-P(A)=1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{5}{9}}$

លំហាត់ទី ១៨

ក្រូចថ្លុង 20 ផ្លែមាន 16 ផ្លែផ្អែម និង 4 ផ្លែជូរ។ អ្នកទិញម្នាក់រើសយកក្រូច 3 ផ្លែដោយចៃដន្យ។

ក A ៖ «ក្រូចទាំង 3 សុទ្ធតែជូរ»

ខ B ៖ «ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែផ្អែម»

គ C ៖ «យ៉ាងតិចមានក្រូច 1 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_{20}^3 = 1140$។

ក «សុទ្ធតែជូរ» ៖

$$n(A) = C_4^3 = 4 \implies P(A) = \frac{4}{1140} = \frac{1}{285}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{1}{285}}$

ខ «សុទ្ធតែផ្អែម» ៖

$$n(B) = C_{16}^3 = 560 \implies P(B) = \frac{560}{1140} = \frac{28}{57}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{28}{57}}$

គ «ផ្អែមយ៉ាងតិច 1» ៖

$$P(C) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{285} = \frac{284}{285}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C) = \frac{284}{285}}$

លំហាត់ទី ១៩

គេប្រើលេខពី 0 ដល់ 9 ដើម្បីសរសេរចំនួនមាន 4 ខ្ទង់ (ខ្ទង់ដើមមិនមែន 0)។

ក តើអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួន?

ខ តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលខ្ទង់ទាំង 4 ខុសៗគ្នា?

គ តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខទាំង 4 ខ្ទង់ដូចគ្នា?

ដំណោះស្រាយ

ក ចំនួនសរុប ៖

$$9 \times 10 \times 10 \times 10 = 9000 \text{ ចំនួន}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{9000 \text{ ចំនួន}}$

ខ ខ្ទង់ទាំង 4 ខុសគ្នា ៖

$$9 \times 9 \times 8 \times 7 = 4536 \text{ ចំនួន}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{4536 \text{ ចំនួន}}$

គ ខ្ទង់ទាំង 4 ដូចគ្នា (មានរាង $aaaa$ ដោយ $a \in \{1, \ldots, 9\}$) ៖

មាន 9 ចំនួន $(1111, 2222, \ldots, 9999)$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{9 \text{ ចំនួន}}$

លំហាត់ទី ២០

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាមានលំហាត់ពីជគណិត 6 និងធរណីមាត្រ 4 (សរុប 10)។ បេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវជ្រើសរើសធ្វើលំហាត់ 2។

ក រកចំនួនករណីអាច
ខ រកប្រូបាប ៖ A ៖ «ពីជគណិតទាំងពីរ», B ៖ «ធរណីមាត្រទាំងពីរ», C ៖ «ពីជគណិតមួយ និងធរណីមាត្រមួយ»

ដំណោះស្រាយ

ក ចំនួនករណីអាច ៖

$$n(S) = C_{10}^2 = 45$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S) = 45}$

ខ គណនាប្រូបាប ៖
- A ៖ ពីជគណិតទាំង 2 ៖

$$n(A) = C_6^2 = 15 \implies P(A) = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{1}{3}}$

- B ៖ ធរណីមាត្រទាំង 2 ៖

$$n(B) = C_4^2 = 6 \implies P(B) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{2}{15}}$

- C ៖ ពីជគណិត 1 និងធរណី 1 ៖

$$n(C) = 6 \times 4 = 24 \implies P(C) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C) = \frac{8}{15}}$

លំហាត់ទី ២១

គេជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ពីសិស្ស 10 នាក់ (ប្រុស 6 ស្រី 4)។ រកប្រូបាបដែល ៖
ក រើសបានប្រុស 2 និងស្រី 1
ខ រើសបានប្រុសសុទ្ធ
គ រើសបានស្រីសុទ្ធ
ឃ យ៉ាងហោចណាស់មានប្រុសម្នាក់

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_{10}^3 = 120$។

ក ប្រុស 2 និងស្រី 1 ៖

$$n(A) = C_6^2 \times C_4^1 = 60 \implies P(A) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{1}{2}}$

ខ ប្រុសសុទ្ធ ៖

$$P(B) = \frac{C_6^3}{120} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{1}{6}}$

គ ស្រីសុទ្ធ ៖

$$P(C) = \frac{C_4^3}{120} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C) = \frac{1}{30}}$

ឃ យ៉ាងហោចណាស់មានប្រុស 1 ៖

$$P(D) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(D) = \frac{29}{30}}$

លំហាត់ទី ២២

ថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 50 នាក់ ៖ សិស្ស 30 នាក់ចូលចិត្តគណិតវិទ្យា (M) សិស្ស 25 នាក់ចូលចិត្តរូបវិទ្យា (P) និង 15 នាក់ចូលចិត្តទាំងពីរ $(M \cap P)$។

ក. រកចំនួនសិស្សចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ឬរូបវិទ្យា

ខ. រកចំនួនសិស្សមិនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងមិនចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា

គ. រកចំនួនសិស្សចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា តែមិនចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា

ដំណោះស្រាយ

ក. ចំនួនសិស្សចូលចិត្តគណិត ឬរូប ៖

$$n(M \cup P) = 30 + 25 - 15 = 40 \text{ នាក់}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{40 \text{ នាក់} \quad \left(P = \frac{4}{5}\right)}$

ខ. មិនចូលចិត្តទាំងពីរមុខ ៖

$$n(\overline{M \cup P}) = 50 - 40 = 10 \text{ នាក់}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{10 \text{ នាក់} \quad \left(P = \frac{1}{5}\right)}$

គ. ចូលចិត្តតែគណិតមួយមុខគត់ ៖

$$n(M \setminus P) = 30 - 15 = 15 \text{ នាក់}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{15 \text{ នាក់} \quad \left(P = \frac{3}{10}\right)}$

លំហាត់ទី ២៣

ក្នុងប្រអប់ A មានសៀវភៅពីជគណិត 3 និងធរណីមាត្រ 4 (សរុប 7 ក្បាល)។ ក្នុងប្រអប់ B មានពីជគណិត 5 និងធរណីមាត្រ 3 (សរុប 8 ក្បាល)។ គេចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ A ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ B ហើយចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ B ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ A វិញ។ រកប្រូបាបដែលចំនួនសៀវភៅទាំងពីរមុខក្នុងប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល។

ដំណោះស្រាយ

ដើម្បី ឱ្យ ចំនួន សៀវភៅ ទាំងពីរ មុខ ក្នុង ប្រអប់ ទាំងពីរ មិន ប្រែប្រួល គេត្រូវផ្ទេរសៀវភៅប្រភេទដូចគ្នាទៅវិញទៅមក ៖

- **ករណី ១ ៖** ផ្ទេរពីជគណិតពី A ទៅ B រួចផ្ទេរពីជគណិតពី B ទៅ A វិញ ៖

$$P_1 = \frac{3}{7} \times \frac{5+1}{8+1} = \frac{3}{7} \times \frac{6}{9} = \frac{2}{7} = \frac{18}{63}$$

- **ករណី ២ ៖** ផ្ទេរធរណីមាត្រពី A ទៅ B រួចផ្ទេរធរណីមាត្រពី B ទៅ A វិញ ៖

$$P_2 = \frac{4}{7} \times \frac{3+1}{8+1} = \frac{4}{7} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{63}$$

នាំឱ្យប្រូបាបសរុបដែលចំនួនសៀវភៅមិនប្រែប្រួល ៖

$$P = P_1 + P_2 = \frac{18}{63} + \frac{16}{63} = \frac{34}{63}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P = \frac{34}{63}}$

លំហាត់ទី ២៤

ក្នុងកាបូបមួយមានក្រដាសប្រាក់ 1000 ៛ ចំនួន 4 សន្លឹក និងក្រដាសប្រាក់ 500 ៛ ចំនួន 5 សន្លឹក (សរុប 9 សន្លឹក)។ គេហូតយកក្រដាសប្រាក់ 3 សន្លឹក ចេញពីកាបូបដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម ៖

ក A ៖ «ហូតបានក្រដាសប្រាក់ 1000 ៛ ទាំង 3 សន្លឹក»

ខ B ៖ «ហូតបានយ៉ាងតិចណាស់ក្រដាសប្រាក់ 500 ៛ ចំនួន 1 សន្លឹក»

គ C ៖ «ហូតបានប្រាក់ចំនួន 2000 ៛»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_9^3 = 84$។

ក 1000 ៛ ទាំង 3 ៖

$$n(A) = C_4^3 = 4 \implies P(A) = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{1}{21}}$

ខ យ៉ាងតិចក្រដាស 500 ៛ ចំនួន 1 សន្លឹក ៖

ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ $\overline{B}$ គឺ «គ្មានក្រដាស 500 ៛ សោះ» (1000 ៛ ទាំង 3 = ព្រឹត្តិការណ៍ A) ៖

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{21} = \frac{20}{21}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{20}{21}}$

គ ទទួលបានប្រាក់ 2000 ៛ (1000 ៛ មួយ និង 500 ៛ ពីរ) ៖

$$n(C) = C_4^1 \times C_5^2 = 4 \times 10 = 40 \implies P(C) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C) = \frac{10}{21}}$

លំហាត់ទី ២៥

ក្នុងប្រអប់មួយមានក្រដាសប្រាក់ 5000 ៛ ចំនួន 7 សន្លឹក និងក្រដាសប្រាក់ 10000 ៛ ចំនួន 5 សន្លឹក (សរុប 12 សន្លឹក)។ គេហូតយកក្រដាសប្រាក់ 4 សន្លឹកពីក្នុងប្រអប់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

ក «ហូតបានក្រដាសប្រាក់ 5000 ៛ ទាំង 4 សន្លឹក»

ខ «ហូតបានក្រដាសប្រាក់ 10000 ៛ យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក»

គ «ហូតបានក្រដាសប្រាក់ 5000 ៛ ចំនួន 3 សន្លឹកគត់»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_{12}^4 = 495$។

ក ក្រដាស 5000 ៛ ទាំង 4 សន្លឹក ៖

$$n(A) = C_7^4 = 35 \implies P(A) = \frac{35}{495} = \frac{7}{99}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{7}{99}}$

ខ ក្រដាស 10000 ៛ យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក ៖

ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ $\overline{B}$ គឺ «គ្មានក្រដាស 10000 ៛ សោះ» (5000 ៛ ទាំង 4 = ព្រឹត្តិការណ៍ A) ៖

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{99} = \frac{92}{99}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{92}{99}}$

គ ក្រដាស 5000 ៛ ចំនួន 3 សន្លឹកគត់ (និង 10000 ៛ មួយ)

៖

$$n(C) = C_7^3 \times C_5^1 = 35 \times 5 = 175$$

$$\Longrightarrow P(C) = \frac{175}{495} = \frac{35}{99}$$

ដូចនេះ ៖ $P(C) = \frac{35}{99}$

លំហាត់ទី ២៦

នៅក្នុងថង់មួយមាន ប៊ូលពណ៌ក្រហម 8 និងប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 6 (សរុប 14 គ្រាប់)។ គេចាប់យកប៊ូល 5 ព្រមគ្នាចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

ក «ចាប់បានប៊ូលទាំង 5 មានពណ៌ក្រហមទាំងអស់» ខ «ចាប់បានប៊ូល 3 ពណ៌ក្រហម និងប៊ូល 2 ពណ៌ខ្មៅ»
គ «គេចាប់បានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 1 យ៉ាងតិច»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖

$$n(S) = C_{14}^5 = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2002$$

ក ចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំង 5 ៖

$$n(A) = C_8^5 = 56 \Longrightarrow P(A) = \frac{56}{2002} = \frac{4}{143}$$

ដូចនេះ ៖ $P(A) = \frac{4}{143}$

ខ ចាប់បានក្រហម 3 និងខ្មៅ 2 ៖

$$n(B) = C_8^3 \times C_6^2 = 56 \times 15 = 840$$

$$\Longrightarrow P(B) = \frac{840}{2002} = \frac{60}{143}$$

ដូចនេះ ៖ $P(B) = \frac{60}{143}$

គ យ៉ាងតិចបានប៊ូលខ្មៅ 1 ៖
ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ $\overline{C}$ គឺ «ក្រហមទាំង 5» (A) ៖

$$P(C) = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{143} = \frac{139}{143}$$

ដូចនេះ ៖ $P(C) = \frac{139}{143}$

លំហាត់ទី ២៧

ក្នុងប្រអប់មួយមានថ្នាំគីណាល់ 7 គ្រាប់ និងថ្នាំអាស្ពីរីន 5 គ្រាប់ (សរុប 12 គ្រាប់)។ គេចាប់យកថ្នាំ 4 គ្រាប់ ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។

ក រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានថ្នាំគីណាល់ទាំង 4 គ្រាប់។ ខ រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានថ្នាំអាស្ពីរីនយ៉ាងតិច 1 គ្រាប់។

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖

$$n(S) = C_{12}^4 = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

ក ចាប់បានថ្នាំគីណាល់ទាំង 4 ៖

$$n(A) = C_7^4 = 35 \Longrightarrow P(A) = \frac{35}{495} = \frac{7}{99}$$

ដូចនេះ ៖ $P(A) = \frac{7}{99}$

ខ យ៉ាងតិចបានថ្នាំអាស្ពីរីន 1 គ្រាប់ ៖
ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគឺចាប់បានគីណាល់ទាំង 4 ៖

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{99} = \frac{92}{99}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{92}{99}}$

លំហាត់ទី ២៨

ក្នុងប្រអប់មួយមាន ប៊ិចខៀវចំនួន 7 ដើម និងប៊ិចក្រហមចំនួន 5 ដើម (សរុប 12 ដើម)។ គេចាប់យកប៊ិច 4 ដើម ចេញដោយចៃដន្យ។
ក រកប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ិចខៀវទាំង 4 ដើម។ ខ រកប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ិចខៀវចំនួន 3 ដើម និងប៊ិចក្រហមចំនួន 1 ដើម។ គ រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិច 1 ដើម។

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_{12}^4 = 495$។

ក ចាប់បានប៊ិចខៀវទាំង 4 ដើម ៖

$$n(A) = C_7^4 = 35 \implies P(A) = \frac{35}{495} = \frac{7}{99}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{7}{99}}$

ខ ចាប់បានខៀវ 3 និងក្រហម 1 ៖

$$n(B) = C_7^3 \times C_5^1 = 35 \times 5 = 175$$

$$\implies P(B) = \frac{175}{495} = \frac{35}{99}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{35}{99}}$

គ យ៉ាងតិចបានប៊ិចក្រហម 1 ដើម ៖
ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគឺចាប់បានខៀវទាំង 4 (A) ៖

$$P(C) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{99} = \frac{92}{99}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C) = \frac{92}{99}}$

លំហាត់ទី ២៩

ក្នុងស្បោងមួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម 4 ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 3 និងឃ្លីពណ៌ស 1 (សរុប 8 គ្រាប់)។ គេចាប់យកឃ្លី 3 ព្រមគ្នា ដោយចៃដន្យ។
ក «យ៉ាងតិចមានឃ្លីពីរពណ៌ក្រហម» ខ «យ៉ាងតិចមានឃ្លីពីរពណ៌ដូចគ្នា» គ «ឃ្លីទាំងបីមានពណ៌ខុសៗគ្នា»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_8^3 = 56$។

ក យ៉ាងតិចមានឃ្លីពីរពណ៌ក្រហម (2 ក្រ ឬ 3 ក្រ) ៖

$$n(A) = C_4^2 \times C_4^1 + C_4^3 = 6 \times 4 + 4 = 28$$

$$\implies P(A) = \frac{28}{56} = \frac{1}{2}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{1}{2}}$

គ ឃ្លីទាំងបីមានពណ៌ខុសៗគ្នា (1 ក្រ, 1 ខ្មៅ, 1 ស) ៖

$$n(C) = C_4^1 \times C_3^1 \times C_1^1 = 4 \times 3 \times 1 = 12$$

$$\Longrightarrow P(C)=\frac{12}{56}=\frac{3}{14}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)=\frac{3}{14}}$

ខ យ៉ាងតិចមានពីរពណ៌ដូចគ្នា (ផ្ទុយពីពណ៌ខុសៗគ្នា) ៖

$$P(B)=1-P(C)=1-\frac{3}{14}=\frac{11}{14}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{11}{14}}$

លំហាត់ទី ៣០

ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 30 នាក់ដែលក្នុងនោះ 14 នាក់ជានារី (16 នាក់ជាបុរស)។ ក្នុងចំណោមសិស្សទាំងនោះ នារី 8 នាក់ និងបុរស 4 នាក់ ជាសិស្សនៅក្នុងអន្តេវាសិកដ្ឋាន។ សិស្សដទៃទៀតនៅក្រៅអន្តេវាសិកដ្ឋាន។ គេជ្រើសរើសសិស្សម្នាក់ដោយចៃដន្យ។ តាង A ៖ «សិស្សនៅអន្តេវាសិកដ្ឋាន» និង B ៖ «សិស្សប្រុស»។

ក គណនាប្រូបាបនៃ A រួចរកប្រូបាបនៃ B។ ខ គណនាប្រូបាប $P(B|A)$។ គ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ $A\cap B$។

ដំណោះស្រាយ

សរុបសិស្ស $n(S)=30$។ សិស្សនៅអន្តេវាសិកដ្ឋាន ៖ $n(A)=8+4=12$។

ក គណនាប្រូបាប $P(A)$ និង $P(B)$ ៖

$$P(A)=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}\quad,\quad P(B)=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{2}{5}, P(B)=\frac{8}{15}}$

ខ គណនា $P(B|A)$ ៖

ក្នុងចំណោមសិស្សអន្តេវាសិកដ្ឋាន 12 នាក់ មានប្រុស 4 នាក់ ៖

$$P(B|A)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B|A)=\frac{1}{3}}$

គ កំណត់ប្រូបាបនៃ $A\cap B$ ៖

មានសិស្សប្រុសនៅអន្តេវាសិកដ្ឋាន 4 នាក់ ៖

$$P(A\cap B)=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A\cap B)=\frac{2}{15}}$

លំហាត់ទី ៣១

គ្រូម្នាក់ធ្វើសំណួរផ្ទាល់មាត់ដោយឱ្យសិស្សចាប់ឆ្នោតយកសំណួរមួយក្នុងចំណោមសំណួរពីជគណិត 3 សំណួរ និងធរណីមាត្រ 2 សំណួរ។ សុខជាសិស្សចូលចិត្តរៀនតែពីជគណិត។ តើសុខមានសំណាងប៉ុន្មានភាគរយចាប់បានសំណួរពីជគណិត និងប៉ុន្មានភាគរយចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រ?

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនសំណួរសរុប ៖ $3+2=5$ សំណួរ។

ក សំណាងចាប់បានសំណួរពីជគណិត ៖

$$P(\text{ពីជ})=\frac{3}{5}=0.60=60\%$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{60\%}$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{40\%}$

ខ សំណាងចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រ ៖

$$P(\text{ធរណី}) = \frac{2}{5} = 0.40 = 40\%$$

លំហាត់ទី ៣២

ក្នុងថុងមួយមានប៊ូល 12 ដែលសរសេរលេខពី 1 ដល់ 12។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ចេញពីថុងព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖
ក «ប៊ូលទាំងបីមានលេខចែកដាច់នឹង 3» ខ «ប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 3» គ «ប៊ូលមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្ត $d = 3$» ឃ «ប៊ូលមានលេខបង្កើតបានស្វ៊ីតធរណីមាត្រ $q = \frac{1}{2}$»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_{12}^3 = 220$។ លេខចែកដាច់នឹង 3 គឺ $\{3,6,9,12\}$ (4 លេខ)។
លេខមិនចែកដាច់នឹង 3 មាន 8 លេខ។

ក ទាំងបីចែកដាច់នឹង 3 ៖

$$n(A) = C_4^3 = 4 \implies P(A) = \frac{4}{220} = \frac{1}{55}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{1}{55}}$

ខ តែមួយគត់ចែកដាច់នឹង 3 ៖

$$n(B) = C_4^1 \times C_8^2 = 4 \times 28 = 112$$

$$\implies P(B) = \frac{112}{220} = \frac{28}{55}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{28}{55}}$

គ ស្វ៊ីតនព្វន្ត $d = 3$ ៖ $(a, a+3, a+6)$ ជាមួយ $a+6 \leq 12 \implies a \in \{1,2,3,4,5,6\}$ (មាន 6 ករណី) ៖

$$P(C) = \frac{6}{220} = \frac{3}{110}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C) = \frac{3}{110}}$

ឃ ស្វ៊ីតធរណីមាត្រ $q = \frac{1}{2}$ (លំដាប់ចុះ $(4a, 2a, a)$ មាន $a \in \{1,2,3\}$ គឺ $(4,2,1), (8,4,2), (12,6,3)$) ៖

$$P(D) = \frac{3}{220}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(D) = \frac{3}{220}}$

លំហាត់ទី ៣៣

គេរើសសិស្សម្នាក់ឱ្យធ្វើជាប្រធានក្រុម ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី 5 នាក់ និងសិស្សប្រុស 3 នាក់ (សរុប 8 នាក់)។ រកប្រូបាបដែលប្រធានក្រុមជាសិស្សស្រី និងរកប្រូបាបសិស្សប្រុសជាប្រធានក្រុម។

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_8^1 = 8$។

ក ប្រធានក្រុមជាសិស្សស្រី ៖

$$n(\text{ស្រី}) = 5 \implies P(\text{ស្រី}) = \frac{5}{8}$$

ដូចនេះ ៖ $P(\text{ស្រី}) = \frac{5}{8}$

ខ ប្រធានក្រុមជាសិស្សប្រុស ៖

$$n(\text{ប្រុស}) = 3 \implies P(\text{ប្រុស}) = \frac{3}{8}$$

ដូចនេះ ៖ $P(\text{ប្រុស}) = \frac{3}{8}$

លំហាត់ទី ៣៤

គេធ្វើវិញ្ញាសាហូតប័ណ្ណម្តងមួយសន្លឹកចំនួន 2 ដងចេញពីថង់មួយដែលមានប័ណ្ណលេខ $1, 2, 3$ ដោយហូតហើយដាក់ចូលវិញ។

ក សរសេរលំហសំណាក S ព្រឹត្តិការណ៍ A (ហូតលើកទី 1 បានលេខគូ) និងព្រឹត្តិការណ៍ B (ផលបូកលេខទាំងពីរលើកស្មើនឹង 5)។ ខ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និងប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B។

ដំណោះស្រាយ

ក កំណត់សំណុំ ៖

លំហសំណាក ៖

$$S = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\}$$

$\implies n(S) = 3 \times 3 = 9$។

ព្រឹត្តិការណ៍ A (លើកទី 1 បានលេខគូ $\{2\}$) ៖

$$A = \{(2,1),(2,2),(2,3)\} \implies n(A) = 3$$

ព្រឹត្តិការណ៍ B (ផលបូកស្មើ 5) ៖

$$B = \{(2,3),(3,2)\} \implies n(B) = 2$$

ខ រកប្រូបាប ៖

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{9}$$

ដូចនេះ ៖ $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{9}$

លំហាត់ទី ៣៥

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 2 និងឃ្លីខៀវ 3 (សរុប 5 គ្រាប់)។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ចេញពីថង់ម្តងមួយៗដោយចៃដន្យ។

ក ករណីយកហើយ**ដាក់ចូលវិញ** ៖ រកប្រូបាប «ក្រហមមុន និងខៀវក្រោយ» និង «ក្រហមមុន ឬខៀវក្រោយ»។

ខ ករណីយកហើយ**មិនដាក់ចូលវិញ** ៖ រកប្រូបាប «ក្រហមមុន និងខៀវក្រោយ» និង «ក្រហមមុន ឬខៀវក្រោយ»។

ដំណោះស្រាយ

ក ករណីដាក់ចូលវិញ $(n(S) = 5 \times 5 = 25)$ ៖

- ក្រហមមុន និងខៀវក្រោយ (RK) ៖

$$P = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$$

- ក្រហមមុន (R_1) ឬខៀវក្រោយ (K_2) ៖

$$P = P(R_1) + P(K_2) - P(R_1 \cap K_2) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{6}{25} = \frac{19}{25}$$

ដូចនេះ ៖ $\frac{6}{25}$ និង $\frac{19}{25}$

ខ ករណីមិនដាក់ចូលវិញ $(n(S) = 5 \times 4 = 20)$ ៖

- ក្រហមមុន និងខៀវក្រោយ ៖

$$P = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

ដំណោះស្រាយ មេរៀនទី ១

• ក្រហមមុន ឬខៀវក្រោយ ៖

$$P=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}-\frac{3}{10}=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{\frac{3}{10} \text{ និង } \frac{7}{10}}$

លំហាត់ទី ៣៦

គេជ្រើសរើសសិស្ស 2 នាក់ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី 4 នាក់ និងសិស្សប្រុស 5 នាក់ (សរុប 9 នាក់)។ រកប្រូបាបដែល ៖
ក ស្រីជាប្រធានក្រុម ខ ប្រុសទាំង 2 ជាតំណាងក្រុម គ ស្រីជាប្រធាន និងប្រុសជាអនុប្រធាន ឃ យ៉ាងតិចមានសិស្សស្រីម្នាក់ជាតំណាងក្រុម

ដំណោះស្រាយ

ក ស្រីជាប្រធាន (រើសម្នាក់ជាប្រធានក្នុងចំណោម 9 នាក់) ៖

$$P=\frac{4}{9}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P=\frac{4}{9}}$

ខ ប្រុសទាំង 2 ជាតំណាងក្រុម $(n(S)=C_9^2=36)$ ៖

$$n(B)=C_5^2=10 \implies P(B)=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{5}{18}}$

គ ស្រីជាប្រធាន និងប្រុសជាអនុប្រធាន $(n(S)=A_9^2=72)$ ៖

$$n(C)=4\times 5=20 \implies P(C)=\frac{20}{72}=\frac{5}{18}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)=\frac{5}{18}}$

ឃ យ៉ាងតិចមានសិស្សស្រីម្នាក់ ៖

$$P(D)=1-P(\text{ប្រុសទាំង ២})=1-\frac{5}{18}=\frac{13}{18}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(D)=\frac{13}{18}}$

លំហាត់ទី ៣៧

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 4 និងឃ្លីខៀវ 6 (សរុប 10 គ្រាប់)។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។
ក រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីក្រហមទាំងពីរ។ ខ រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីខៀវទាំងពីរ។ គ រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លី 2 មានពណ៌ដូចគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_{10}^2=45$។

ក ក្រហមទាំងពីរ ៖

$$n(A)=C_4^2=6 \implies P(A)=\frac{6}{45}=\frac{2}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{2}{15}}$

ខ ខៀវទាំងពីរ ៖

$$n(B)=C_6^2=15 \implies P(B)=\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{1}{3}}$

គ ឃ្លីទាំងពីរមានពណ៌ដូចគ្នា ៖

$$P(C)=P(A)+P(B)=\frac{2}{15}+\frac{5}{15}=\frac{7}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)=\frac{7}{15}}$

លំហាត់ទី ៣៨

ក្នុងប្រអប់ A មានសំបុត្រ 5 សន្លឹក ចុះលេខពី 1 ដល់ 5។ ប្រអប់ B មានសំបុត្រ 3 សន្លឹក ចុះលេខពី 4 ដល់ 6។ គេចាប់យកសំបុត្រ 1 សន្លឹកចេញពីប្រអប់នីមួយៗដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបដែលសំបុត្រទាំងពីរ ៖

ក មានលេខដូចគ្នា ខ មានលេខខុសគ្នា គ មានផលបូកលេខជាចំនួនសេស

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=5\times 3=15$។

ក មានលេខដូចគ្នា ៖ គឺ $(4,4)$ និង $(5,5)$ (2 ករណី) ៖

$$P(A)=\frac{2}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{2}{15}}$

ខ មានលេខខុសគ្នា ៖

$$P(B)=1-P(A)=1-\frac{2}{15}=\frac{13}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{13}{15}}$

គ ផលបូកលេខជាចំនួនសេស (សេស + គូ ឬ គូ + សេស) ៖

A មាន 3 សេស $\{1,3,5\}$ និង 2 គូ $\{2,4\}$។

B មាន 1 សេស $\{5\}$ និង 2 គូ $\{4,6\}$។

$n(C)=3\times 2+2\times 1=6+2=8$ ករណី ៖

$$P(C)=\frac{8}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)=\frac{8}{15}}$

លំហាត់ទី ៣៩

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួន 2 ដង។

ក រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំងពីរលើកខុសគ្នា។ ខ រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំងពីរលើកជាលេខគូ។

គ រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខទាំងពីរលើកខុសគ្នា និងជាលេខគូ។

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=6\times 6=36$។

ក លេខទាំងពីរលើកខុសគ្នា ៖

លេខដូចគ្នាមាន 6 ករណី ៖

$$P(A)=1-\frac{6}{36}=\frac{30}{36}=\frac{5}{6}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{5}{6}}$

ខ លេខទាំងពីរលើកជាលេខគូ $\{2,4,6\}$ ៖

$$n(B)=3\times 3=9\implies P(B)=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{1}{4}}$

គ ខុសគ្នាផង និងជាលេខគូផង ៖

$$n(C)=3\times 2=6\implies P(C)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)=\frac{1}{6}}$

លំហាត់ទី ៤០

គេបង្កើតលេខសម្ងាត់របស់សោដោយចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ ខុសពីលេខ 0 (ជ្រើសពី $\{1,2,\dots,9\}$)។
ក តើគេអាចបង្កើតលេខសម្ងាត់នេះបានប៉ុន្មានបែប? ខ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖ (a) លេខសម្ងាត់ជាចំនួនគូ, (b) ទាំង 4 ខ្ទង់ជាលេខគូ, (c) មានលេខ 1 តែម្តងគត់, (d) ទាំង 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

ក ចំនួនលេខសម្ងាត់អាចបង្កើតបាន ៖
ខ្ទង់នីមួយៗមាន 9 ជម្រើស ៖

$$N=9^4=6561 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ ៖ 6561 របៀប

ខ គណនាប្រូបាប ៖
• (a) លេខសម្ងាត់ជាចំនួនគូ (ខ្ទង់ចុងក្រោយគូ មាន 4 ជម្រើស $\{2,4,6,8\}$) ៖

$$P=\frac{9\times9\times9\times4}{9^4}=\frac{4}{9}$$

• (b) ទាំង 4 ខ្ទង់ជាលេខគូ ៖

$$P=\frac{4^4}{9^4}=\frac{256}{6561}$$

• (c) មានលេខ 1 តែម្តងគត់ ៖

$$n=C_4^1\times1\times8^3=2048 \implies P=\frac{2048}{6561}$$

• (d) ទាំង 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា ៖

$$P=\frac{A_9^4}{9^4}=\frac{9\times8\times7\times6}{6561}=\frac{3024}{6561}=\frac{112}{243}$$

លំហាត់ទី ៤១

គេរើសសិស្ស 8 នាក់ដោយចៃដន្យក្នុងចំណោមសិស្សប្រុស 9 នាក់ និងសិស្សស្រី 11 នាក់ (សរុប 20 នាក់) ទៅសម្ភាសន៍។
ក តើគេអាចរៀបសិស្សបានប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា? ខ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖ (a) «ក្រុមសិស្សទាំង 8 នាក់មានសុទ្ធតែសិស្សស្រី», (b) «ក្នុងក្រុមមានសិស្សស្រី 8 នាក់ និងប្រុស 3 នាក់»។

ដំណោះស្រាយ

ក ចំនួនរបៀបរៀបសិស្ស ៖

$$n(S)=C_{20}^8=\frac{20!}{8!\,12!}=125970 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ ៖ 125970 របៀប

ខ គណនាប្រូបាប ៖
• (a) ទាំង 8 នាក់សុទ្ធតែស្រី ៖

$$n(A)=C_{11}^8=165 \implies P(A)=\frac{165}{125970}=\frac{11}{8398}\approx0.0013$$

• (b) មានស្រី 8 នាក់ និងប្រុស 3 នាក់ ៖
ដោយសារគេជ្រើសរើសសិស្សតែ 8 នាក់គត់ មិនអាចមានសរុប 11 នាក់បានឡើយ ៖

$$P(B)=0$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{11}{8398}\approx0.0013 \quad , \quad P(B)=0}$

លំហាត់ទី ៤២

គេរៀបចំឆ្នោត 150 សន្លឹកដើម្បីលក់ឱ្យអស់មុនពេលចេញផ្សៀង ដែលក្នុងនោះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 5 សន្លឹក (ខុស 145 សន្លឹក)។ មនុស្សម្នាក់ទិញឆ្នោត 10 សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែល ៖

ក គ្មានត្រូវរង្វាន់សោះ ខ ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក គ ត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹកគត់

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_{150}^{10}$។

ក គ្មានត្រូវរង្វាន់សោះ (ទាំង 10 សន្លឹកសុទ្ធតែខុស) ៖

$$P(A) = \frac{C_{145}^{10}}{C_{150}^{10}} \approx 0.7073$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) \approx 0.7073}$

ខ ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក ៖

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - 0.7073 = 0.2927$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) \approx 0.2927}$

គ ត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹកគត់ ៖

$$P(C) = \frac{C_5^3 \times C_{145}^7}{C_{150}^{10}} \approx 0.0044$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C) \approx 0.0044}$

លំហាត់ទី ៤៣

ក្នុងថង់មួយមានអក្សរ 10 តួ $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$ (មានស្រៈ 3 គឺ $\{a, e, i\}$ និងព្យញ្ជនៈ 7)។ គេចាប់យកអក្សរ 4 តួព្រមគ្នាចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបដែល ៖

ក គ្មានបានស្រៈមួយសោះ ខ បានស្រៈតែមួយគត់ គ បានស្រៈតែ 2 គត់ ឃ យ៉ាងតិចណាស់បានស្រៈមួយ

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_{10}^4 = 210$។

ក គ្មានបានស្រៈសោះ (បានព្យញ្ជនៈទាំង 4) ៖

$$n(A) = C_7^4 = 35 \implies P(A) = \frac{35}{210} = \frac{1}{6}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{1}{6}}$

ខ បានស្រៈតែមួយគត់ ៖

$$n(B) = C_3^1 \times C_7^3 = 3 \times 35 = 105 \implies P(B) = \frac{105}{210} = \frac{1}{2}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{1}{2}}$

គ បានស្រៈតែ 2 គត់ ៖

$$n(C) = C_3^2 \times C_7^2 = 3 \times 21 = 63 \implies P(C) = \frac{63}{210} = \frac{3}{10}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C) = \frac{3}{10}}$

ឃ យ៉ាងតិចណាស់បានស្រៈមួយ ៖

$$P(D) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(D) = \frac{5}{6}}$

លំហាត់ទី ៤៤

គេបោះកាក់មួយ និងគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ព្រមគ្នា។ ចូរកំណត់ ៖

ក សកម្មភាពដែលជាពិសោធន៍ចៃដន្យ និងជាវិញ្ញាសា។ ខ លំហសំណាក S និងព្រឹត្តិការណ៍ A («បោះកាក់បានខាងរូប H»), B («បោះគ្រាប់ឡុកឡាក់បានលេខ 4»)។ គ រកប្រូបាបព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹង A, ផ្ទុយនឹង B និងផលគុណ A និង B។

ដំណោះស្រាយ

ក កំណត់សកម្មភាព ៖

- **ពិសោធន៍ចៃដន្យ** ៖ ការបោះកាក់មួយ និងគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយព្រមគ្នា។
- **វិញ្ញាសា** ៖ ការអនុវត្តជាក់ស្តែងម្តងៗនៃការបោះនេះ។

ខ លំហសំណាក និងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

$S = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6\} \Longrightarrow n(S) = 12$។

$A = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6\} \Longrightarrow n(A) = 6 \Longrightarrow P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$។

$B = \{H4, T4\} \Longrightarrow n(B) = 2 \Longrightarrow P(B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$។

គ គណនាប្រូបាប ៖

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

ដោយ A និង B ឯករាជ្យគ្នា ៖

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(\overline{A}) = \frac{1}{2}, P(\overline{B}) = \frac{5}{6}, P(A \cap B) = \frac{1}{12}}$

មេរៀនទី ២ ៖ ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ និងទ្រឹស្តីបទបៃយេស

តារាងចម្លើយសំណួរពហុជ្រើសរើស (MCQ 100) — មេរៀនទី ២

ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ
១	គ	២១	គ	៤១	គ	៦១	គ	៨១	គ
២	ខ	២២	ខ	៤២	ខ	៦២	ខ	៨២	ខ
៣	ក	២៣	ក	៤៣	ក	៦៣	ក	៨៣	ក
៤	ឃ	២៤	ឃ	៤៤	ឃ	៦៤	ឃ	៨៤	ឃ
៥	គ	២៥	គ	៤៥	គ	៦៥	ឃ	៨៥	គ
៦	ខ	២៦	ខ	៤៦	ខ	៦៦	ខ	៨៦	ខ
៧	ក	២៧	ក	៤៧	ក	៦៧	ក	៨៧	ក
៨	ឃ	២៨	ឃ	៤៨	ឃ	៦៨	ក	៨៨	ឃ
៩	គ	២៩	គ	៤៩	គ	៦៩	គ	៨៩	គ
១០	ខ	៣០	ខ	៥០	ខ	៧០	ខ	៩០	ខ
១១	ក	៣១	ក	៥១	ក	៧១	ក	៩១	ក
១២	ឃ	៣២	ឃ	៥២	ឃ	៧២	ឃ	៩២	ឃ
១៣	គ	៣៣	គ	៥៣	គ	៧៣	គ	៩៣	គ
១៤	ខ	៣៤	ខ	៥៤	ខ	៧៤	ខ	៩៤	ខ
១៥	ក	៣៥	ក	៥៥	ក	៧៥	ក	៩៥	ក
១៦	ឃ	៣៦	ឃ	៥៦	ឃ	៧៦	ឃ	៩៦	ឃ
១៧	គ	៣៧	គ	៥៧	គ	៧៧	គ	៩៧	គ
១៨	ខ	៣៨	ខ	៥៨	ខ	៧៨	ខ	៩៨	ខ
១៩	ក	៣៩	ក	៥៩	ក	៧៩	ក	៩៩	ក
២០	ឃ	៤០	ឃ	៦០	ឃ	៨០	ឃ	១០០	ឃ

ដំណោះស្រាយ មេរៀនទី ២

ដំណោះស្រាយលម្អិតនៃលំហាត់អនុវត្តន៍

លំហាត់ទី ១

គេហូតបៀមួយសន្លឹកដោយចៃដន្យចេញពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែលហូតបាន ៖
ក សន្លឹកអាត់ ខ សន្លឹកក្រហម គ សន្លឹកអាត់ ឬក្រហម ឃ មិនមែនអាត់ និងមិនមែនក្រហម

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=52$។

ក សន្លឹកអាត់មាន 4 សន្លឹក ៖

$$P(A)=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{1}{13}}$

ខ សន្លឹកក្រហមមាន 26 សន្លឹក ៖

$$P(B)=\frac{26}{52}=\frac{1}{2}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{1}{2}}$

គ សន្លឹកអាត់ ឬក្រហម $(A\cup B)$ ៖
មានអាត់ក្រហម 2 សន្លឹក $(A\cap B)$ ៖

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=\frac{4}{52}+\frac{26}{52}-\frac{2}{52}=\frac{28}{52}=\frac{7}{13}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A\cup B)=\frac{7}{13}}$

ឃ មិនមែនអាត់ និងមិនមែនក្រហម ៖

$$P=1-P(A\cup B)=1-\frac{7}{13}=\frac{6}{13}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P=\frac{6}{13}}$

លំហាត់ទី ២

ថង់មួយមានឃ្លី 10 ចុះលេខពី 0 ទៅ 9។ គេចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យ។ ចូរកំណត់ ៖
ក លំហសំណាក S និងព្រឹត្តិការណ៍ ៖ (a) «ចាប់បានឃ្លីមានលេខជាពហុគុណនៃ 3», (b) «ចាប់បានឃ្លីមានលេខធំជាង 5»។ ខ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ $A,B,A\cap B$ និង $A\cup B$។

ដំណោះស្រាយ

ក កំណត់សំណុំ ៖
$S=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \implies n(S)=10$។
$A=\{0,3,6,9\} \implies n(A)=4$។
$B=\{6,7,8,9\} \implies n(B)=4$។

ខ គណនាប្រូបាប ៖

$$P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}\quad,\quad P(B)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

$A\cap B=\{6,9\} \implies n(A\cap B)=2$ ៖

$$P(A\cap B)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$$

តាមរូបមន្តផលបូកប្រូបាប ៖

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=\frac{4}{10}+\frac{4}{10}-\frac{2}{10}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A\cup B)=\frac{3}{5}}$

លំហាត់ទី ៣

ថង់មួយមានឃ្លីខៀវ 7 និងឃ្លីស 3 (សរុប 10 គ្រាប់)។ គេចាប់យកឃ្លីម្តង 3 ដោយចៃដន្យតែម្តងគត់។ រកប្រូបាបដែលចាប់បាន ៖

ក ឃ្លីខៀវ 2 និងឃ្លីស 1 ខ ឃ្លីខៀវទាំង 3 គ ឃ្លីសទាំង 3

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖

$$n(S)=C_{10}^{3}=\frac{10\times 9\times 8}{3\times 2\times 1}=120$$

ក ខៀវ 2 និងស 1 ៖

$$n(A)=C_7^2\times C_3^1=21\times 3=63$$

$$\Longrightarrow P(A)=\frac{63}{120}=\frac{21}{40}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A)=\frac{21}{40}}$

ខ ខៀវទាំង 3 ៖

$$n(B)=C_7^3=35 \Longrightarrow P(B)=\frac{35}{120}=\frac{7}{24}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B)=\frac{7}{24}}$

គ សទាំង 3 ៖

$$n(C)=C_3^3=1 \Longrightarrow P(C)=\frac{1}{120}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C)=\frac{1}{120}}$

លំហាត់ទី ៤

ក្នុងប្រអប់មួយមានក្រដាសបត់ជាសន្លឹកឆ្នោតចាប់យករង្វាន់ 20 សន្លឹក ដែលឆ្នោតត្រូវរង្វាន់មាន 12 សន្លឹក សម្រាប់សិស្ស 20 នាក់ ចាប់យកម្នាក់មួយសន្លឹកបន្តបន្ទាប់គ្នាដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ សុខចាប់មុនគេ, សៅចាប់ទី២, សនចាប់ទី៣។ រកប្រូបាបដែល ៖

ក សុខចាប់បានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ ខ សៅចាប់បានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ គ សនចាប់បានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ ឃ តើអ្នកចាប់មុន និងអ្នកចាប់ក្រោយ អ្នកណាមានសំណាងជាង?

ដំណោះស្រាយ

ក សុខចាប់មុនគេ ៖

$$P(\text{សុខ})=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(\text{សុខ})=\frac{3}{5}}$

ខ សៅចាប់ទី២ (រូបមន្តប្រូបាបសរុប) ៖

$$P(\text{សៅ})=\frac{11}{19}\left(\frac{12}{20}\right)+\frac{12}{19}\left(\frac{8}{20}\right)=\frac{228}{380}=\frac{3}{5}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(\text{សៅ})=\frac{3}{5}}$

គ សនចាប់ទី៣ ៖

តាមលក្ខណៈប្រូបាបនៃការចាប់បន្តបន្ទាប់ដោយគ្មានការ

ជំនួស ៖

$$P(\text{សន}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(\text{សន}) = \frac{3}{5}}$

ឃ អ្នកចាប់មុន និងអ្នកចាប់ក្រោយ មានសំណាងស្មើគ្នា ព្រោះប្រូបាបត្រូវវង្វាន់គឺ $\frac{3}{5}$ ដូចគ្នា។

លំហាត់ទី ៥

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 ព្រមគ្នា មួយពណ៌ខៀវ មួយទៀតពណ៌ក្រហម $(n(S) = 36)$។ រកប្រូបាបដែល ៖

ក លេខចេញលើគ្រាប់ខៀវស្មើនឹង 2 ដង នៃលេខចេញលើគ្រាប់ក្រហម ខ ផលបូកលេខគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរស្មើនឹង 5

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = 6 \times 6 = 36$។

ក លេខខៀវ $= 2\times$ លេខក្រហម ៖

គូ $(X_{\text{ខៀវ}}, X_{\text{ក្រហម}})$ អាចជា ៖

$\{(2,1),(4,2),(6,3)\}$ (មាន 3 ករណី) ៖

$$P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) = \frac{1}{12}}$

ខ ផលបូកលេខទាំងពីរស្មើ 5 ៖

$\{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$ (មាន 4 ករណី) ៖

$$P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) = \frac{1}{9}}$

លំហាត់ទី ៦

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ដូចគ្នា 2 ព្រមគ្នា $(n(S) = 36)$។ តាង A ៖ «ផលបូកលេខទាំងពីរជាចំនួនគូ» និង B ៖ «គម្លាតរវាងលេខទាំងពីរជាចំនួនគូ»។

ក គណនា $P(A), P(B)$ និង $P(A \cap B)$។ ខ តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ទាក់ទងគ្នា ឬមិនទាក់ទងគ្នា? គ គណនា $P(A|B)$ និង $P(B|A)$។

ដំណោះស្រាយ

ក គណនាប្រូបាប ៖

- A (ផលបូកគូ) ៖ (គូ, គូ) ឬ (សេស, សេស) ៖

$$n(A) = 3\times3 + 3\times3 = 18 \implies P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

- B (គម្លាតគូ) ៖ ផលដកជាចំនួនគូ លុះត្រាតែលេខទាំងពីរមានភាពគូសេសដូចគ្នា $(A = B)$ ៖

$$n(B) = 18 \implies P(B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

- $A \cap B = A \implies P(A \cap B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$។

ខ ពិនិត្យភាពទាក់ទងគ្នា ៖

ដោយ $P(A \cap B) = \frac{1}{2} \neq P(A)P(B) = \frac{1}{4}$ នាំឱ្យ A និង B ជា **ព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា (អាស្រ័យគ្នា)**។

គ គណនាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ ៖

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/2}{1/2} = 1$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/2}{1/2} = 1$$

ដូចនេះ ៖ $P(A|B)=1 \quad , \quad P(B|A)=1$

លំហាត់ទី ៧

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ 2 ដងបន្តបន្ទាប់គ្នា ($n(S)=36$)។ គេតាង ៖

A ៖ «ផលបូកលេខដែលបោះបានជាចំនួនគូ»

B ៖ «បោះលើកទី១ បានលេខ 6»

C ៖ «បោះលើកទី១ បានលេខធំជាងលើកទី២»

ក គណនាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ $P(B|A)$ និង $P(C|A)$។ ខ តើព្រឹត្តិការណ៍ទាំងគូនេះទាក់ទងគ្នា ឬមិនទាក់ទងគ្នា ៖ A និង B; A និង C; B និង C?

ដំណោះស្រាយ

សំណុំករណី ៖ $n(S)=36$។ $n(A)=18 \implies P(A)=\frac{1}{2}$។

$B=\{(6,1),\dots,(6,6)\} \implies n(B)=6, P(B)=\frac{1}{6}$។

$A\cap B=\{(6,2),(6,4),(6,6)\} \implies n(A\cap B)=3$។

$n(C)=\frac{36-6}{2}=15 \implies P(C)=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$។

$A\cap C$ មាន 6 ករណី ៖ $\{(3,1),(5,1),(5,3),(4,2),(6,2),(6,4)\}$។

ក គណនាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ ៖

$$P(B|A)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$$

$$P(C|A)=\frac{n(A\cap C)}{n(A)}=\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$$

ខ ពិនិត្យភាពឯករាជ្យ ៖

- $P(B|A)=\frac{1}{6}=P(B) \implies A,B$ **មិនទាក់ទងគ្នា**។
- $P(C|A)=\frac{1}{3}\neq P(C)=\frac{5}{12} \implies A,C$ **ទាក់ទងគ្នា**។
- $B\cap C=\{(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5)\} \implies n=5$ ៖

$P(B\cap C)=\frac{5}{36}\neq P(B)P(C)=\frac{5}{72} \implies B,C$ **ទាក់ទងគ្នា**។

លំហាត់ទី ៨

ថង់មួយមានប៊ូលក្រហម 5 និងប៊ូលខ្មៅ 1 (សរុប 6 គ្រាប់)។ គេចាប់យកប៊ូលម្តងមួយៗចំនួន 3 ដងដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ គេតាង ៖

A ៖ «ប៊ូលលើកទី១ ពណ៌ក្រហម»

B ៖ «ប៊ូលលើកទី២ ពណ៌ក្រហម»

C ៖ «ប៊ូលលើកទី៣ ពណ៌ខ្មៅ»

ក គណនាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ $P(A|B), P(C|A\cap B), P(A|C)$។ ខ តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង C អាស្រ័យគ្នា ឬមិនអាស្រ័យគ្នា? គ តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B អាស្រ័យគ្នា ឬមិនអាស្រ័យគ្នា?

ដំណោះស្រាយ

ក គណនាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ ៖

- $P(A)=\frac{5}{6}, P(B)=\frac{5}{6}$។

$P(A\cap B)=\frac{5}{6}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ ៖

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{2/3}{5/6}=\frac{4}{5}$$

- បន្ទាប់ពីចាប់បានក្រហម ២ នៅសល់ប៊ូល 4 (ក្រហម 3, ខ្មៅ 1) ៖

$$P(C|A\cap B)=\frac{1}{4}$$

- បើលើកទី៣ បានខ្មៅ ដោយសារមានខ្មៅតែមួយ លើកទី១ និងទី២ ប្រាកដជាក្រហម ៖

$$P(A|C)=1$$

ខ ដោយ $P(A|C)=1\neq P(A)=\frac{5}{6}$ នាំឱ្យ A និង C ជាព្រឹត្តិ

ការណ៍អាស្រ័យគ្នា។

គ ដោយ $P(A|B)=\frac{4}{5}\neq P(A)=\frac{5}{6}$ នាំឱ្យ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍អាស្រ័យគ្នា។

លំហាត់ទី ៩

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 គ្រាប់ខុសគ្នា $(n(S)=36)$។ រកប្រូបាបដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចេញលេខ 1 ដោយដឹងថាគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខខុសគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

តាង E ៖ «គ្រាប់ទាំងពីរចេញលេខខុសគ្នា» ៖
ករណីលេខដូចគ្នាមាន 6 ករណី ៖

$$n(E)=36-6=30$$

តាង A ៖ «មានគ្រាប់មួយចេញលេខ 1»។
ករណីក្នុង E ដែលមានលេខ 1 គឺ ៖

$$(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)$$
$$(2,1),(3,1),(4,1),(5,1),(6,1)$$

មានសរុប $5+5=10$ ករណី។

តាមនិយមន័យប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ ៖

$$P(A|E)=\frac{n(A\cap E)}{n(E)}=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P=\frac{1}{3}}$

លំហាត់ទី ១០

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លី 6 គ្រាប់ ៖ ឃ្លី 3 មានលេខ 1, ឃ្លី 2 មានលេខ 2, និងឃ្លី 1 មានលេខ 3។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។
ក កំណត់លំហសំណាក S និងគណនាប្រូបាបនៃលទ្ធផលនីមួយៗ។ ខ គណនាប្រូបាប ៖ យកបានឃ្លី 2 មានលេខខុសគ្នា, យកបានឃ្លីលេខ 1 តែ 1 គត់, យកបានឃ្លីលេខ 1 យ៉ាងតិចម្តង។ គ គណនាប្រូបាបដែលឃ្លីយកចេញមានផលបូកលេខស្មើនឹង 4។

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_6^2=15$។

ក ប្រូបាបនៃលទ្ធផលនីមួយៗ ៖

- $P(\{1,1\})=\frac{C_3^2}{15}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$
- $P(\{1,2\})=\frac{C_3^1C_2^1}{15}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$
- $P(\{1,3\})=\frac{C_3^1C_1^1}{15}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$
- $P(\{2,2\})=\frac{C_2^2}{15}=\frac{1}{15}$
- $P(\{2,3\})=\frac{C_2^1C_1^1}{15}=\frac{2}{15}$

ខ គណនាប្រូបាប ៖

- លេខខុសគ្នា ៖ $1-\frac{3+1}{15}=\frac{11}{15}$
- លេខ 1 តែមួយគត់ ៖ $\frac{6+3}{15}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$
- លេខ 1 យ៉ាងតិចម្តង ៖ $1-\frac{C_3^2}{15}=1-\frac{3}{15}=\frac{4}{5}$

គ ផលបូកស្មើ 4 ($\{1,3\}$ ឬ $\{2,2\}$) ៖

$$P=\frac{3}{15}+\frac{1}{15}=\frac{4}{15}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P=\frac{4}{15}}$

លំហាត់ទី ១១

គេរៀបចំឆ្នោត 150 សន្លឹកដើម្បីលក់ឱ្យអស់មុនពេលចេញផ្ទៀង ដែលក្នុងនោះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 7 សន្លឹក។

ក បើទិញឆ្នោត 1 សន្លឹក តើប្រូបាបត្រូវរង្វាន់ស្មើនឹងប៉ុន្មាន? ខ បើទិញឆ្នោត 2 សន្លឹក រកប្រូបាបដែលត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក? គ ឧបមាថាក្នុងឆ្នោត 150 សន្លឹក មានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ $\frac{1}{10}$ (15 សន្លឹក)។ បើទិញ 15 សន្លឹក តើប្រាកដក្នុងចិត្តថាត្រូវរង្វាន់ឬទេ? រកប្រូបាបត្រូវយ៉ាងតិច 3 សន្លឹក។

ដំណោះស្រាយ

ក ទិញ 1 សន្លឹក ៖

$$P = \frac{7}{150}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P = \frac{7}{150}}$

ខ ទិញ 2 សន្លឹក $(n(S) = C_{150}^2 = 11175)$ ៖
គ្មានត្រូវរង្វាន់សោះ ៖

$$P_0 = \frac{C_{143}^2}{C_{150}^2} = \frac{10153}{11175} \approx 0.9085$$

$$\Longrightarrow P(\geq 1) = 1 - 0.9085 = 0.0915 \approx 0.091$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P \approx 0.091}$

គ ទិញ 15 សន្លឹក **មិនប្រាកដក្នុងចិត្ត**ថា ពិតជាត្រូវរង្វាន់ 100% ទេ ព្រោះការចាប់ជាលក្ខណៈចៃដន្យ ហើយអាចចាប់ប៉ះសន្លឹកមិនត្រូវទាំងអស់ (ប្រូបាបមិនត្រូវសោះ $\approx (0.9)^{15} \approx$ 20.6%)។
ប្រូបាបត្រូវយ៉ាងតិច 3 សន្លឹក ៖

$$P(X \geq 3) = 1 - [P(0) + P(1) + P(2)] \approx 0.184$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(X \geq 3) \approx 0.184}$

លំហាត់ទី ១២

ក្នុងកម្មវិធីប្រឡងមួយ គ្រូឱ្យសំណួរត្រៀមទៅសិស្ស 100 សំណួរ។ សិស្សម្នាក់ៗត្រូវចាប់យកសំណួរ 3 ដោយចៃដន្យដើម្បីឆ្លើយ។ សិស្ស A រៀបចំដោះស្រាយចម្លើយបាន $\frac{1}{4}$ នៃសំណួរទាំងអស់ (25 សំណួរចេះ, 75 សំណួរមិនចេះ)។ រកប្រូបាបដែលសិស្ស A ចាប់បានសំណួរដែលបានត្រៀម ៖

ក 3 សំណួរ ខ 2 សំណួរ គ គ្មានបានសំណួរដែលត្រៀមមួយសោះ ឃ យ៉ាងតិច 1 សំណួរ

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖

$$n(S) = C_{100}^3 = \frac{100 \times 99 \times 98}{6} = 161700$$

ក បានត្រៀមទាំង 3 សំណួរ ៖

$$P(A) = \frac{C_{25}^3}{C_{100}^3} = \frac{2300}{161700} = \frac{23}{1617} \approx 0.0142$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(A) \approx 0.0142}$

ខ បានត្រៀម 2 សំណួរ ៖

$$P(B) = \frac{C_{25}^2 \times C_{75}^1}{C_{100}^3} = \frac{300 \times 75}{161700} = \frac{75}{539} \approx 0.1391$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B) \approx 0.1391}$

គ គ្មានបានត្រៀមសោះ ៖

$$P(C) = \frac{C_{75}^3}{C_{100}^3} = \frac{67525}{161700} \approx 0.4176$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(C) \approx 0.4176}$

ឃ យ៉ាងតិចបានត្រៀម 1 សំណួរ ៖

$$P(D) = 1 - P(C) = 1 - 0.4176 = 0.5824$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(D) \approx 0.5824}$

លំហាត់ទី ១៣

គេចាប់បៀមួយដៃមាន 8 សន្លឹកចេញពីហ៊ូបៀ 52 សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែលបៀក្នុងដៃមាន ៖

ក សន្លឹកជួងតែ 2 ខ សន្លឹកការ៉ូ 2 និងសន្លឹកអាត់ 1 គ សន្លឹកការ៉ូ 3 និងសន្លឹកស្ដេច 2 សន្លឹក

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_{52}^8$។

ក សន្លឹកជួងតែ 2 (ជួង 2 ក្នុង 13, មិនមែនជួង 6 ក្នុង 39) ៖

$$P = \frac{C_{13}^2 \times C_{39}^6}{C_{52}^8}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P = \frac{C_{13}^2 C_{39}^6}{C_{52}^8}}$

ខ សន្លឹកការ៉ូ 2 និងសន្លឹកអាត់ 1 ៖

• បើមានអាត់ការ៉ូ (1 សន្លឹក) ៖ ការ៉ូដទៃ 1, មិនមែនអាត់/ការ៉ូ 6 ៖ $C_{12}^1 \times C_{36}^6$

• បើគ្មានអាត់ការ៉ូ ៖ ការ៉ូ 2, អាត់ផ្សេង 1, ដទៃ 5 ៖ $C_{12}^2 \times C_3^1 \times C_{36}^5$

$$P = \frac{C_{12}^1 C_{36}^6 + 3C_{12}^2 C_{36}^5}{C_{52}^8}$$

គ សន្លឹកការ៉ូ 3 និងសន្លឹកស្ដេច 2 ៖

បំបែកតាមករណីមាន ឬគ្មានស្ដេចការ៉ូ ៖

$$P = \frac{C_{12}^2 C_3^1 C_{36}^4 + C_{12}^3 C_3^2 C_{36}^3}{C_{52}^8}$$

លំហាត់ទី ១៤

ក្នុងចំណោមសិស្ស 30 នាក់ មាន 20 នាក់ចូលចិត្តអានទស្សនាវដ្ដីកីឡា (A), 14 នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡាផ្ទាល់ (B), និង 8 នាក់ចូលចិត្តទាំងពីរ ($A \cap B$)។ គ្រូសួរសិស្ស 6 នាក់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក «សិស្សទាំង 6 នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡា ឬអានទស្សនាវដ្ដីកីឡា» ខ «គ្មានសិស្សណាម្នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡា» គ «មានសិស្សម្នាក់គត់ចូលចិត្តលេងកីឡា»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = C_{30}^6 = 593775$។ $n(A \cup B) = 20 + 14 - 8 = 26$ នាក់។

សិស្សចូលចិត្តលេងកីឡាមាន 14 នាក់; មិនលេងកីឡាមាន 16 នាក់។

ក សិស្សទាំង 6 ចូលចិត្តលេង ឬអាន ($A \cup B$) ៖

$$P = \frac{C_{26}^6}{C_{30}^6} = \frac{230230}{593775} \approx 0.3877$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P \approx 0.3877}$

ខ គ្មានសិស្សណាចូលចិត្តលេងកីឡា (រើសពី 16 នាក់) ៖

$$P = \frac{C_{16}^6}{C_{30}^6} = \frac{8008}{593775} \approx 0.0135$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P \approx 0.0135}$

គ មានសិស្សម្នាក់គត់ចូលចិត្តលេងកីឡា ៖

$$P = \frac{C_{14}^1 \times C_{16}^5}{C_{30}^6} = \frac{14 \times 4368}{593775} \approx 0.1030$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P \approx 0.1030}$

លំហាត់ទី ១៥

គេហូតយកបៀ 1 សន្លឹកចេញពីហ៊ូបៀ 52 សន្លឹក។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖
C ៖ «ហូតបៀបានសន្លឹកកឺ»
F ៖ «ហូតបៀបានសន្លឹកស្តេច»
D ៖ «ហូតបៀបានសន្លឹកក្រមុំ ឬប៊ិច»

ក តើព្រឹត្តិការណ៍ C និង F អាស្រ័យគ្នាឬទេ? ខ គណនា $P(C|F)$។ តើព្រឹត្តិការណ៍ C និង F អាស្រ័យគ្នាឬទេ?

ដំណោះស្រាយ

ក្នុងហ៊ូបៀ 52 សន្លឹក ៖ $n(C)=13 \Longrightarrow P(C)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$។
$n(F)=4 \Longrightarrow P(F)=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$។
$C\cap F$ (ស្តេចកឺ) មាន 1 សន្លឹក ៖

$$P(C\cap F)=\frac{1}{52}$$

ក ពិនិត្យផលគុណប្រូបាប ៖

$$P(C)\times P(F)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{13}=\frac{1}{52}=P(C\cap F)$$

នាំឱ្យ C និង F ជាព្រឹត្តិការណ៍**ឯករាជ្យគ្នា (មិនអាស្រ័យគ្នា)**។

ខ គណនាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ ៖

$$P(C|F)=\frac{P(C\cap F)}{P(F)}=\frac{1/52}{1/13}=\frac{1}{4}$$

ដោយ $P(C|F)=P(C)=\frac{1}{4}$ បញ្ជាក់ឡើងវិញថា C និង F **មិនអាស្រ័យគ្នា (ឯករាជ្យគ្នា)**។

លំហាត់ទី ១៦

គេមានប្រអប់ពីរ ៖ ប្រអប់ទី១ មានឃ្លីពណ៌ស 2 គ្រាប់ ខ្មៅ 3 គ្រាប់; ប្រអប់ទី២ មានឃ្លីពណ៌ស 3 គ្រាប់ ខ្មៅ 4 គ្រាប់។ គេជ្រើសរើសប្រអប់មួយដោយចៃដន្យ រួចចាប់យកឃ្លីមួយចេញពីប្រអប់នោះ។

ក រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស (តាមរូបមន្តប្រូបាបសរុប)។ ខ រកប្រូបាបដែលឃ្លីនោះយកចេញពីប្រអប់ទី១ ដោយដឹងថាជាឃ្លីពណ៌ខ្មៅ (ទ្រឹស្តីបទបៃយេស)។

ដំណោះស្រាយ

តាង B_1,B_2 ៖ ជ្រើសបានប្រអប់ទី១, ទី២ ៖

$$P(B_1)=P(B_2)=\frac{1}{2}$$

តាង W ៖ «ចាប់បានឃ្លីស», K ៖ «ចាប់បានឃ្លីខ្មៅ»។
$P(W|B_1)=\frac{2}{5}$, $P(K|B_1)=\frac{3}{5}$។
$P(W|B_2)=\frac{3}{7}$, $P(K|B_2)=\frac{4}{7}$។

ក តាមរូបមន្តប្រូបាបសរុប ៖

$$P(W)=P(W|B_1)P(B_1)+P(W|B_2)P(B_2)$$

$$=\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{3}{7}\right)\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{5}+\frac{3}{14}=\frac{29}{70}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(W)=\frac{29}{70}}$

ខ តាមទ្រឹស្តីបទបៃយេស ៖

$$P(K)=1-P(W)=1-\frac{29}{70}=\frac{41}{70}$$

$$P(B_1|K)=\frac{P(K|B_1)P(B_1)}{P(K)}=\frac{\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}}{\frac{41}{70}}=\frac{21}{41}\approx 0.512$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(B_1|K)=\frac{21}{41}\approx 0.512}$

មេរៀនទី ៣ ៖ អថេរចៃដន្យ និងបំណែងចែកប្រូបាប

តារាងចម្លើយសំណួរពហុជ្រើសរើស (MCQ 100) — មេរៀនទី ៣

ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ	ល.រ	ចម្លើយ
១	គ	២១	គ	៤១	គ	៦១	គ	៨១	គ
២	ខ	២២	ខ	៤២	ខ	៦២	ខ	៨២	ខ
៣	ក	២៣	ក	៤៣	ក	៦៣	ក	៨៣	ក
៤	ឃ	២៤	ឃ	៤៤	ឃ	៦៤	ឃ	៨៤	ឃ
៥	គ	២៥	គ	៤៥	គ	៦៥	គ	៨៥	គ
៦	ខ	២៦	ខ	៤៦	ខ	៦៦	ខ	៨៦	ខ
៧	ក	២៧	ក	៤៧	ក	៦៧	ក	៨៧	ក
៨	ឃ	២៨	ឃ	៤៨	ឃ	៦៨	ឃ	៨៨	ឃ
៩	គ	២៩	គ	៤៩	គ	៦៩	គ	៨៩	គ
១០	ខ	៣០	ខ	៥០	ខ	៧០	ខ	៩០	ខ
១១	ក	៣១	ក	៥១	ក	៧១	ក	៩១	ក
១២	ឃ	៣២	ឃ	៥២	ឃ	៧២	ឃ	៩២	ឃ
១៣	គ	៣៣	គ	៥៣	គ	៧៣	គ	៩៣	គ
១៤	ខ	៣៤	ខ	៥៤	ខ	៧៤	ខ	៩៤	ខ
១៥	ក	៣៥	ក	៥៥	ក	៧៥	ក	៩៥	ក
១៦	ឃ	៣៦	ឃ	៥៦	ឃ	៧៦	ឃ	៩៦	ឃ
១៧	គ	៣៧	គ	៥៧	គ	៧៧	គ	៩៧	គ
១៨	ខ	៣៨	ខ	៥៨	ខ	៧៨	ខ	៩៨	ខ
១៩	ក	៣៩	ក	៥៩	ក	៧៩	ក	៩៩	ក
២០	ឃ	៤០	ឃ	៦០	ឃ	៨០	ឃ	១០០	ឃ

ដំណោះស្រាយលម្អិតនៃលំហាត់អនុវត្តន៍

លំហាត់ទី ១

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ព្រមគ្នា។ តាង X ជាផលបូកនៃលេខដែលចេញលើមុខគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរ។

ក ចូរកំណត់សំណុំតម្លៃនៃអថេរចៃដន្យ X។ ខ រៀបចំតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X។ គ គណនាសង្ឃឹមគណិត $E(X)$ និងវ៉ារ្យ៉ង់ $V(X)$។

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S) = 6 \times 6 = 36$។

ក សំណុំតម្លៃនៃ X ៖

$$X(S) = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{X(S) = \{2,3,\ldots,12\}}$

ខ តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X ៖

x_i	2	3	4	5	6	7
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$

x_i	8	9	10	11	12
P	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

គ គណនា $E(X)$ និង $V(X)$ ៖
ដោយបំណែងចែកស៊ីមេទ្រីធៀបនឹង 7 ៖

$$E(X) = 7$$

$$E(X^2) = \frac{1974}{36} = \frac{329}{6} ៖$$

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{329}{6} - 49 = \frac{35}{6} \approx 5.833$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{E(X) = 7 \quad , \quad V(X) = \frac{35}{6}}$

លំហាត់ទី ២

តារាងខាងក្រោមជាបំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យដាច់ Y ៖

Y	-2	-1	0	1	2
$P(Y=y)$	0.15	c	0.35	$2c$	0.20

ក រកតម្លៃថេរ c។ ខ គណនា $P(Y<0)$ និង $P(Y \geq 1)$។ គ គណនា $E(Y)$, $V(Y)$ និង $\sigma(Y)$។

ដំណោះស្រាយ

ក រកតម្លៃ c ៖
ផលបូកប្រូបាបទាំងអស់ស្មើ 1 ៖

$$0.15 + c + 0.35 + 2c + 0.20 = 1$$

$$\Longrightarrow 3c + 0.70 = 1 \Longrightarrow 3c = 0.30 \Longrightarrow c = 0.10$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{c = 0.10}$

ខ គណនាប្រូបាប ៖

$$P(Y<0) = P(-2) + P(-1) = 0.15 + 0.10 = 0.25$$

$$P(Y \geq 1) = P(1) + P(2) = 0.20 + 0.20 = 0.40$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{0.25 \quad \text{និង} \quad 0.40}$

គ គណនាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ៖

$$E(Y)=(-2)(0.15)+(-1)(0.10)+0+1(0.20)+2(0.20)$$

$$=-0.40+0.60=0.20$$

$$E(Y^2)=4(0.15)+1(0.10)+0+1(0.20)+4(0.20)=1.70$$

$$V(Y)=1.70-(0.20)^2=1.70-0.04=1.66$$

$$\sigma(Y)=\sqrt{1.66}\approx 1.288$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{E=0.20\,,\,V=1.66\,,\,\sigma\approx 1.288}$

លំហាត់ទី ៣

ក្នុងថង់មួយមានប៊ិចខៀវ 5 ដើម និងប៊ិចក្រហម 3 ដើម (សរុប 8 ដើម)។ គេចាប់យកប៊ិច 2 ដើមព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ តាង X ជាចំនួនប៊ិចខៀវដែលចាប់បាន។

ក រកសំណុំតម្លៃនៃ X។ **ខ** រៀបចំតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X។ **គ** គណនាតម្លៃមធ្យម $E(X)$ និងគម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$។

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_8^2=28$។

ក សំណុំ តម្លៃ ៖ $X(S)=\{0,1,2\}$។ **ដូចនេះ ៖** $\boxed{X(S)=\{0,1,2\}}$

ខ គណនាប្រូបាប ៖

- $P(X=0)=\frac{C_3^2}{28}=\frac{3}{28}$
- $P(X=1)=\frac{C_5^1C_3^1}{28}=\frac{15}{28}$
- $P(X=2)=\frac{C_5^2}{28}=\frac{10}{28}=\frac{5}{14}$

X	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{10}{28}$

គ គណនាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ៖

$$E(X)=0+1\left(\frac{15}{28}\right)+2\left(\frac{10}{28}\right)=\frac{35}{28}=1.25$$

$$E(X^2)=0+1\left(\tfrac{15}{28}\right)+4\left(\tfrac{10}{28}\right)=\tfrac{55}{28}$$

$$V(X)=\frac{55}{28}-(1.25)^2=\frac{45}{112}\approx 0.4018$$

$$\sigma(X)=\sqrt{0.4018}\approx 0.6339$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{E(X)=1.25\quad,\quad \sigma(X)\approx 0.6339}$

លំហាត់ទី ៤

ការប្រឡងតេស្តមួយមាន MCQ ចំនួន 10 សំណួរ ជម្រើស 4 (មានត្រូវតែ 1)។ សិស្សជ្រើសរើសចម្លើយដោយចៃដន្យទាំងស្រុង។ តាង X ជាចំនួនសំណួរដែលឆ្លើយត្រូវ។

ក កំណត់បំណែងចែក និងប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃ X។ **ខ** គណនាសង្ឃឹមគណិត និងគម្លាតស្តង់ដា។ **គ** រកប្រូបាបដែលគាត់ឆ្លើយត្រូវ 3 សំណួរគត់។ **ឃ** រកប្រូបាបដែលគាត់ឆ្លើយខុសទាំងអស់។

ដំណោះស្រាយ

ក ការឆ្លើយសំណួរនីមួយៗជាពិសោធន៍ប៊ែរនូយីឯករាជ្យ ៖

$$n=10\quad,\quad p=\frac{1}{4}=0.25\quad,\quad q=0.75$$

នាំឱ្យ $X\sim B(10,0.25)$។ **ដូចនេះ ៖** $\boxed{X\sim B(10,0.25)}$

ខ គណនាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ៖

$$E(X)=np=10\times 0.25=2.5 \text{ សំណួរ}$$

$$V(X)=npq=10\times 0.25\times 0.75=1.875$$

$$\sigma(X)=\sqrt{1.875}\approx 1.369 \text{ សំណួរ}$$

ដូចនេះ ៖ $E(X)=2.5 \quad , \quad \sigma(X)\approx 1.369$

ⓖ ឆ្លើយត្រូវ 3 សំណួរគត់ $(k=3)$ ៖

$$P(X=3)=C_{10}^{3}(0.25)^3(0.75)^7$$

$$=120\times 0.015625\times 0.133484\approx 0.2503$$

ដូចនេះ ៖ $P(X=3)\approx 0.2503$

ⓦ ឆ្លើយខុសទាំងអស់ $(k=0)$ ៖

$$P(X=0)=(0.75)^{10}\approx 0.0563$$

ដូចនេះ ៖ $P(X=0)\approx 0.0563$

លំហាត់ទី ៥

តាមស្ថិតិនៃរោងចក្រមួយ គេដឹងថាមានផលិតផលខូច 5% $(p=0.05)$។ គេជ្រើសរើសផលិតផល 8 មកត្រួតពិនិត្យដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបដែល ៖

ⓐ គ្មានផលិតផលខូចសោះ ⓑ មានផលិតផលខូច 1 គត់ ⓒ មានផលិតផលខូចយ៉ាងតិច 2

ដំណោះស្រាយ

តាង X ជាចំនួនផលិតផលខូច ៖ $X\sim B(8,0.05)$ ជាមួយ $q=0.95$។

ⓐ គ្មានផលិតផលខូចសោះ $(k=0)$ ៖

$$P(X=0)=(0.95)^8\approx 0.6634$$

ដូចនេះ ៖ $P(X=0)\approx 0.6634$

ⓑ មានផលិតផលខូច 1 គត់ $(k=1)$ ៖

$$P(X=1)=C_8^1(0.05)^1(0.95)^7=8(0.05)(0.6983)\approx 0.2793$$

ដូចនេះ ៖ $P(X=1)\approx 0.2793$

ⓒ មានផលិតផលខូចយ៉ាងតិច 2 ៖

$$P(X\geq 2)=1-[P(X=0)+P(X=1)]$$

$$=1-(0.6634+0.2793)=1-0.9427=0.0573$$

ដូចនេះ ៖ $P(X\geq 2)\approx 0.0573$

លំហាត់ទី ៦

គេបោះកាក់មួយដែលល្អស្មើចំនួន 6 ដង $(n=6,p=0.5)$។ រកប្រូបាបដែល ៖

ⓐ ចេញខាងរូបចំនួន 4 ដង ⓑ ចេញខាងរូបយ៉ាងតិច 5 ដង ⓒ ចេញខាងរូប និងខាងលេខមានចំនួនស្មើគ្នា

ដំណោះស្រាយ

តាង X ជាចំនួនដងចេញរូប ៖ $X\sim B(6,0.5)$។

ⓐ ចេញខាងរូប 4 ដង ៖

$$P(X=4)=C_6^4(0.5)^6=15\times\frac{1}{64}=\frac{15}{64}\approx 0.2344$$

ដូចនេះ ៖ $P(X=4)=\frac{15}{64}$

ⓑ ចេញខាងរូបយ៉ាងតិច 5 ដង ៖

$$P(X\geq 5)=P(X=5)+P(X=6)$$

$$=(C_6^5+C_6^6)(0.5)^6=(6+1)\frac{1}{64}=\frac{7}{64}\approx 0.1094$$

ដូចនេះ ៖ $P(X\geq 5)=\frac{7}{64}$

ⓒ ចេញរូប និងលេខស្មើគ្នា $(k=3)$ ៖

$$P(X=3)=C_6^3(0.5)^6=20\times\frac{1}{64}=\frac{5}{16}=0.3125$$

ដូចនេះ ៖ $P(X=3)=\frac{5}{16}$

លំហាត់ទី ៧

អថេរចៃដន្យ X មានបំណែងចែកប៊ីណូម $B(n,p)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $E(X)=8$ និង $\sigma(X)=2$។

ក រកតម្លៃនៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រ n និង p។ ខ គណនាប្រូបាប $P(X=0)$ និង $P(X=1)$។

ដំណោះស្រាយ

ក រកតម្លៃ n និង p ៖

យើងមាន ៖ $E(X)=np=8$ និង $V(X)=\sigma^2=4$។

ដោយ $V(X)=np(1-p)$ ៖

$$8(1-p)=4 \implies 1-p=\frac{1}{2} \implies p=0.5$$

$$n=\frac{8}{0.5}=16$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n=16 \quad , \quad p=0.5}$

ខ គណនាប្រូបាប ៖

$$P(X=0)=C_{16}^{0}(0.5)^{16}=\frac{1}{65536}\approx 1.53\times 10^{-5}$$

$$P(X=1)=C_{16}^{1}(0.5)^{16}=\frac{16}{65536}=\frac{1}{4096}\approx 2.44\times 10^{-}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(0)=\frac{1}{65536}, P(1)=\frac{1}{4096}}$

លំហាត់ទី ៨

ក្នុងប្រអប់មួយមានសំបុត្រឆ្នោត 20 សន្លឹក ក្នុងនោះត្រូវរង្វាន់ 4 សន្លឹក។ មនុស្សម្នាក់ចាប់យកសំបុត្រម្តងមួយៗចំនួន 3 លើក ដោយ**ដាក់ចូលប្រអប់វិញ**រាល់ពេលចាប់រួច។ តាង X ជាចំនួនសន្លឹកត្រូវរង្វាន់។

ក បង្ហាញថា X មានបំណែងចែកប៊ីណូម និងកំណត់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។ ខ គណនាប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក។ គ គណនាសង្ឃឹមគណិត $E(X)$ និងវ៉ារ្យ៉ង់ $V(X)$។

ដំណោះស្រាយ

ក ដោយការចាប់មានការដាក់ចូលវិញ ការចាប់នីមួយៗជាពិសោធន៍បែរនូយីឯករាជ្យដែលមានអត្រាត្រូវថេរ ៖

$$p=\frac{4}{20}=0.2 \quad , \quad q=0.8 \quad , \quad n=3$$

នាំឱ្យ $X\sim B(3,0.2)$។ ដូចនេះ ៖ $\boxed{X\sim B(3,0.2)}$

ខ ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក ៖

$$P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-(0.8)^3=1-0.512=0.488$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(X\geq 1)=0.488}$

គ គណនា $E(X)$ និង $V(X)$ ៖

$$E(X)=np=3\times 0.2=0.6 \text{ សន្លឹក}$$

$$V(X)=npq=3\times 0.2\times 0.8=0.48$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{E(X)=0.6 \quad , \quad V(X)=0.48}$

លំហាត់ទី ៩

មន្ទីរពេទ្យមួយទទួលព្យាបាលអ្នកជំងឺដោយឱសថថ្មីមួយប្រភេទដែលមានអត្រាជោគជ័យជាសះស្បើយ 80% $(p=0.8)$។ អ្នកជំងឺ 6 នាក់បានទទួលការព្យាបាលនេះដោយឯករាជ្យពីគ្នា ៖

ក រកប្រូបាបដែលអ្នកជំងឺទាំងអស់ជាសះស្បើយ។ ខ រកប្រូបាបដែលមានអ្នកជំងឺយ៉ាងតិច 4 នាក់ជាសះស្បើយ។ គ គណនាចំនួនអ្នកជំងឺជាមធ្យមដែលរំពឹងថានឹងជាសះស្បើយ។

ដំណោះស្រាយ

តាង X ជាចំនួនអ្នកជំងឺជាសះស្បើយ ៖
$X \sim B(6, 0.8)$ ជាមួយ $q = 0.2$។

ក ទាំងអស់ជាសះស្បើយ $(k = 6)$ ៖

$$P(X = 6) = (0.8)^6 \approx 0.2621$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(X = 6) \approx 0.2621}$

ខ យ៉ាងតិច 4 នាក់ជាសះស្បើយ ៖

$$P(X \geq 4) = P(4) + P(5) + P(6)$$

$$P(4) = C_6^4(0.8)^4(0.2)^2 = 15(0.4096)(0.04) = 0.24576$$

$$P(5) = C_6^5(0.8)^5(0.2)^1 = 6(0.32768)(0.2) = 0.393216$$

$$P(6) = (0.8)^6 = 0.262144$$

$$\Longrightarrow P(X \geq 4) = 0.24576 + 0.393216 + 0.262144 \approx 0.9$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{P(X \geq 4) \approx 0.9011}$

គ ចំនួនជាមធ្យម ៖

$$E(X) = np = 6 \times 0.8 = 4.8 \text{ នាក់}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{E(X) = 4.8 \text{ នាក់}}$

លំហាត់ទី ១០

គេឱ្យអថេរចៃដន្យ X មានតារាងបំណែងចែកប្រូបាបដូចខាងក្រោម ៖

X	1	2	3
$P(X = x)$	0.2	0.5	0.3

គេកំណត់អថេរចៃដន្យថ្មី $Y = 3X - 2$។

ក សរសេរតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ Y។ ខ គណនា $E(X)$ និង $V(X)$ រួចទាញរក $E(Y)$ និង $V(Y)$។

ដំណោះស្រាយ

ក តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ Y ៖

- $x = 1 \Longrightarrow y = 3(1) - 2 = 1$
- $x = 2 \Longrightarrow y = 3(2) - 2 = 4$
- $x = 3 \Longrightarrow y = 3(3) - 2 = 7$

Y	1	4	7
$P(Y = y)$	0.2	0.5	0.3

ខ គណនាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ៖

$$E(X) = 1(0.2) + 2(0.5) + 3(0.3) = 0.2 + 1.0 + 0.9$$

$$E(X^2) = 1(0.2) + 4(0.5) + 9(0.3) = 0.2 + 2.0 + 2.7 = 4$$

$$V(X) = 4.9 - (2.1)^2 = 4.9 - 4.41 = 0.49$$

តាមលក្ខណៈសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យ៉ង់ ៖

$$E(Y) = E(3X - 2) = 3E(X) - 2 = 3(2.1) - 2 = 4.3$$

$$V(Y) = V(3X - 2) = 3^2 V(X) = 9 \times 0.49 = 4.41$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{E(Y) = 4.3 \quad , \quad V(Y) = 4.41}$

ដំណោះស្រាយ មេរៀនទី ៣

គម្រូវិញ្ញាសាប្រឡងបាក់ឌុប (២០១៤-២០២៦)

ដំណោះស្រាយលម្អិតនៃគម្រូវិញ្ញាសាប្រឡងបាក់ឌុប

បាក់ឌុប ២០១៤

ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីក្រហម 4 ឃ្លីខៀវ 3 និងឃ្លីស 5 (សរុប 12 គ្រាប់)។ គេចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់។

ក រកចំនួនករណីអាចនៃការចាប់ឃ្លី។ ខ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖ A ៖ «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នាទាំង 3», B ៖ «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខុសគ្នាទាំង 3», C ៖ «ចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហមយ៉ាងតិច 1»។

ដំណោះស្រាយ

ក ចំនួនករណីអាចនៃការចាប់ឃ្លី 3 ពី 12 គ្រាប់ ៖

$$n(S)=C_{12}^3=\frac{12\times11\times10}{3\times2\times1}=220$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S)=220}$

ខ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ ៖

• A ៖ «ពណ៌ដូចគ្នាទាំង 3» (ក្រ ៣ ឬ ខ ៣ ឬ ស ៣) ៖

$$n(A)=C_4^3+C_3^3+C_5^3=4+1+10=15$$

$$\Longrightarrow \boxed{P(A)=\frac{15}{220}=\frac{3}{44}}$$

• B ៖ «ពណ៌ខុសគ្នាទាំង 3» (1 ក្រ, 1 ខ, 1 ស) ៖

$$n(B)=C_4^1\times C_3^1\times C_5^1=4\times3\times5=60$$

$$\Longrightarrow \boxed{P(B)=\frac{60}{220}=\frac{3}{11}}$$

• C ៖ «ក្រហមយ៉ាងតិច 1» (ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ $\overline{C}$) ៖

គ្មានក្រហមសោះ (ចាប់ពីខៀវ និងស សរុប ៨ គ្រាប់) ៖

$$n(\overline{C})=C_8^3=56 \Longrightarrow P(\overline{C})=\frac{56}{220}=\frac{14}{55}$$

$$\Longrightarrow \boxed{P(C)=1-\frac{14}{55}=\frac{41}{55}}$$

គន្លឹះដោះស្រាយ និងវិធីផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយផ្ទាល់ (សំណួរ គ)

ក្រៅពីវិធីប្រើព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ យើងអាចគណនាព្រឹត្តិការណ៍ C «ក្រហមយ៉ាងតិច 1» ដោយផ្ទាល់ ៖

- ក្រហម 1 (និងមិនមែនក្រហម 2) ៖ $C_4^1\times C_8^2=4\times28=112$ ករណី
- ក្រហម 2 (និងមិនមែនក្រហម 1) ៖ $C_4^2\times C_8^1=6\times8=48$ ករណី
- ក្រហម 3 ៖ $C_4^3=4$ ករណី

ចំនួនករណីស្របសរុប ៖ $n(C)=112+48+4=164 \Longrightarrow \boxed{P(C)=\frac{164}{220}=\frac{41}{55}}$ (ដូចគ្នានឹងវិធីខាងលើ)។

បាក់ឌុប ២០១៥

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ដែលល្អស្មើចំនួន 2 ដងបន្តបន្ទាប់គ្នា។

ក រកចំនួនករណីអាចនៃការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរលើក។ ខ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖ A ៖ «ផលបូកលេខទាំងពីរស្មើនឹង 8», B ៖ «បោះលើកទី១ បានលេខធំជាងលើកទី២», C ៖ «បោះបានលេខគូទាំងពីរលើក»។

ដំណោះស្រាយ

ក ចំនួនករណីអាច ៖

$$n(S) = 6\times 6 = 36$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S) = 36}$

ខ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

• A ៖ ផលបូកស្មើ 8 ៖

$A = \{(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)\} \implies n(A) = 5$ ៖

$$\implies \boxed{P(A) = \frac{5}{36}}$$

• B ៖ លើកទី១ ធំជាងលើកទី២ (ដក ៦ ករណីស្មើ) ៖

$$n(B) = \frac{36-6}{2} = 15 \implies \boxed{P(B) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}}$$

• C ៖ លេខគូទាំងពីរលើក $\{2,4,6\}$ ៖

$$n(C) = 3\times 3 = 9 \implies \boxed{P(C) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}}$$

បាក់ឌុប ២០១៦

ក្នុងថង់មួយមានប័ណ្ណ 10 សន្លឹក ចុះលេខពី 1 ដល់ 10។ គេចាប់យកប័ណ្ណ 2 សន្លឹកព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។

ក រកចំនួនករណីអាចទាំងអស់នៃការចាប់ប័ណ្ណ។ ខ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖ A ៖ «ផលបូកលេខលើប័ណ្ណទាំងពីរជាចំនួនគូ», B ៖ «ផលគុណលេខលើប័ណ្ណទាំងពីរជាចំនួនសេស», C ៖ «យ៉ាងតិចមានប័ណ្ណមួយមានលេខជាពហុគុណនៃ 3»។

ដំណោះស្រាយ

ក ចំនួនករណីអាច ៖

$$n(S) = C_{10}^2 = \frac{10\times 9}{2} = 45$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S) = 45}$

ខ ក្នុង 10 សន្លឹក មាន 5 គូ និង 5 សេស ៖

• A ៖ ផលបូកជាចំនួនគូ (គូ ២ ឬ សេស ២) ៖

$$n(A) = C_5^2 + C_5^2 = 20 \implies \boxed{P(A) = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}}$$

• B ៖ ផលគុណជាចំនួនសេស (សេសទាំងពីរ) ៖

$$n(B) = C_5^2 = 10 \implies \boxed{P(B) = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}}$$

• C ៖ យ៉ាងតិចមួយជាពហុគុណនៃ 3 ៖

មិនមែនពហុគុណនៃ 3 មាន 7 សន្លឹក ៖

$$P(\overline{C}) = \frac{C_7^2}{45} = \frac{7}{15} \implies \boxed{P(C) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}}$$

បាក់ឌុប ២០១៧ (១០ពិន្ទុ)

ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សពូកែចំនួន 10 នាក់ ដែលក្នុងនោះ 4 នាក់ជាសិស្សស្រី និង 6 នាក់ជាសិស្សប្រុស។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់ដោយចៃដន្យ យកទៅប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សនៃថ្នាក់ដទៃ។
រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក A ៖ «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី» ខ B ៖ «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស»
គ C ៖ «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាចនៃការរៀបចំសិស្ស ៖

$$n(S)=C_{10}^4=210$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S)=210}$

ក A ៖ «សុទ្ធតែស្រី» (4 នាក់ពីស្រី 4) ៖

$$n(A)=C_4^4=1 \Longrightarrow \boxed{P(A)=\frac{1}{210}}$$

ខ B ៖ «សុទ្ធតែប្រុស» (4 នាក់ពីប្រុស 6) ៖

$$n(B)=C_6^4=15 \Longrightarrow \boxed{P(B)=\frac{15}{210}=\frac{1}{14}}$$

គ C ៖ «50% ជាសិស្សប្រុស» (ប្រុស 2, ស្រី 2) ៖

$$n(C)=C_6^2\times C_4^2=15\times 6=90$$

$$\Longrightarrow \boxed{P(C)=\frac{90}{210}=\frac{3}{7}}$$

បាក់ឌុប ២០១៨ (១០ពិន្ទុ)

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌សចំនួន 2 ឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 4 និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 4 (សរុប 10 គ្រាប់)។ គេចាប់យកឃ្លី 3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។
រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក A ៖ «ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ក្រហម» ខ B ៖ «យ៉ាងតិចមានឃ្លី 2 មានពណ៌ខៀវ» គ C ៖ «ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាចនៃការចាប់ឃ្លី ៖

$$n(S)=C_{10}^3=120$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S)=120}$

ក A ៖ «ឃ្លីទាំង 3 ពណ៌ក្រហម» ៖

$$n(A)=C_4^3=4 \Longrightarrow \boxed{P(A)=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}}$$

ខ B ៖ «យ៉ាងតិចមានឃ្លី 2 ពណ៌ខៀវ» ៖

$$n(B)=C_4^2\times C_6^1+C_4^3=36+4=40$$

$$\Longrightarrow \boxed{P(B)=\frac{40}{120}=\frac{1}{3}}$$

គ C ៖ «ពណ៌ខុសៗគ្នាទាំង 3» ៖

$$n(C)=C_2^1\times C_4^1\times C_4^1=32$$

$$\Longrightarrow \boxed{P(C)=\frac{32}{120}=\frac{4}{15}}$$

បាក់ឌុប ២០១៩ (១០ពិន្ទុ)

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 16 ដែលគេសរសេរលេខពី 1 ដល់ 16។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក A ៖ «គេចាប់បានប៊ូលទាំង 3 មានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 4»

ខ B ៖ «គេចាប់បានប៊ូលទាំង 3 មានលេខសុទ្ធតែចែកមិនដាច់នឹង 5»

គ C ៖ «គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 4»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាចនៃការចាប់ប៊ូល ៖

$$n(S) = C_{16}^3 = 560$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S) = 560}$

ក ចែកដាច់នឹង 4 មាន $\{4, 8, 12, 16\}$ (4 គ្រាប់) ៖

$$n(A) = C_4^3 = 4 \implies \boxed{P(A) = \frac{4}{560} = \frac{1}{140}}$$

ខ ចែកមិនដាច់នឹង 5 មាន $16 - 3 = 13$ គ្រាប់ ៖

$$n(B) = C_{13}^3 = 286 \implies \boxed{P(B) = \frac{286}{560} = \frac{143}{280}}$$

គ មួយចែកដាច់នឹង 4 និងពីរមិនចែកដាច់ ៖

$$n(C) = C_4^1 \times C_{12}^2 = 4 \times 66 = 264$$

$$\implies \boxed{P(C) = \frac{264}{560} = \frac{33}{70}}$$

បាក់ឌុប ២០២១ (១០ពិន្ទុ)

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 2 ឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 3 និង ឃ្លីពណ៌ស ចំនួន 4 (សរុប 9 គ្រាប់)។ គេចាប់យកឃ្លីចំនួន 3 ពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

ក ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ស

ខ ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាចនៃការចាប់ឃ្លី ៖

$$n(S) = C_9^3 = 84$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S) = 84}$

ក ព្រឹត្តិការណ៍ A ៖ «ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ស» ៖

$$n(A) = C_4^3 = 4 \implies \boxed{P(A) = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}}$$

ខ ព្រឹត្តិការណ៍ B ៖ «ពណ៌ខុសៗគ្នា» ៖

$$n(B) = C_2^1 \times C_3^1 \times C_4^1 = 24$$

$$\implies \boxed{P(B) = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}}$$

បាក់ឌុប ២០២២ (១០ពិន្ទុ)

ក្នុងមណ្ឌលសុខភាពមួយមានបុគ្គលិកនារី 9 នាក់ និងបុគ្គលិកបុរស 5 នាក់ (សរុប 14 នាក់)។ គេរៀបចំជាក្រុមការងារមួយក្រុមមានគ្នា 4 នាក់ដោយចៃដន្យឱ្យចុះធ្វើការតាមភូមិ។
រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

ក A ៖ «ក្រុមការងារដែលរៀបចំមានបុគ្គលិកទាំង 4 នាក់សុទ្ធតែជានារី»

ខ B ៖ «ក្រុមការងារដែលរៀបចំមានបុគ្គលិក 50% ជានារី»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាចនៃការជ្រើសរើសមនុស្ស ៖

$$n(S) = C_{14}^4 = 1001$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S) = 1001}$

ក A ៖ «បុគ្គលិកទាំង 4 សុទ្ធតែជានារី» ៖

$$n(A) = C_9^4 = 126 \Longrightarrow \boxed{P(A) = \frac{126}{1001} = \frac{18}{143}}$$

ខ B ៖ «បុគ្គលិក 50% ជានារី» (2 នារី, 2 បុរស) ៖

$$n(B) = C_9^2 \times C_5^2 = 36 \times 10 = 360$$

$$\Longrightarrow \boxed{P(B) = \frac{360}{1001}}$$

បាក់ឌុប ២០២៣ (១០ពិន្ទុ)

អ្នកលក់បន្ទាត់ម្នាក់ គាត់មានបន្ទាត់សំប៉ែតចំនួន 25 ដែលក្នុងនោះមានបន្ទាត់ 3 ដែលធែបចុង (និងបន្ទាត់ល្អ 22)។ គេចាប់យកបន្ទាត់មួយក្នុងចំណោម 25 ដោយចៃដន្យ។

១ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A ៖ «បន្ទាត់ដែលចាប់បានមិនធែបចុង»

២ អ្នកទិញគាត់ចាប់យកដោយមិនបានផ្ទៀងផ្ទាត់ ហើយគាត់ចង់បានដាច់ខាតបន្ទាត់ល្អចំនួន 7។ តើគាត់ត្រូវទិញបន្ទាត់យ៉ាងតិចចំនួនប៉ុន្មាន?

៣ គេចាប់យកបន្ទាត់ 2 ម្តងដោយចៃដន្យក្នុងចំណោមបន្ទាត់ទាំង 25។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ៖ «បន្ទាត់ទាំងពីរចាប់បានមិនធែបចុង»

ដំណោះស្រាយ

១ $n(S) = 25$, បន្ទាត់ល្អមាន 22 ដើម ៖

$$\boxed{P(A) = \frac{22}{25} = 88\%}$$

២ ករណីអាក្រក់បំផុតគឺទិញប៉ះបន្ទាត់ធែបចុង 3 មុន ៖

$$N = 3 + 7 = 10 \text{ បន្ទាត់}$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{\text{យ៉ាងតិច } 10 \text{ បន្ទាត់}}$

៣ ចាប់បន្ទាត់ 2 ព្រមគ្នាពី 25 ដើម ៖

$$n(S) = C_{25}^2 = 300$$

បន្ទាត់ទាំងពីរមិនធែបចុង (ចាប់ពីបន្ទាត់ល្អ 22) ៖

$$n(B) = C_{22}^2 = 231 \Longrightarrow \boxed{P(B) = \frac{231}{300} = \frac{77}{100}}$$

បាក់ឌុប ២០២៤ (១០ពិន្ទុ)

ក្នុងថ្នាក់រៀននៃសាលាអន្តរជាតិមួយមានសិស្ស 24 នាក់ ដែលក្នុងនោះមាន 3 នាក់ជាជនជាតិអង់គ្លេស 2 នាក់ជាជនជាតិបារាំង 5 នាក់ជាជនជាតិចិន 4 នាក់ជាជនជាតិកូរ៉េ និង 10 នាក់ជាជនជាតិខ្មែរ។ គេជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ដោយចៃដន្យជាតំណាងថ្នាក់យកទៅប្រកួតក្នុងកម្មវិធីមួយ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ទាំងបី ៖

ក «សិស្សទាំង 3 នាក់ សុទ្ធតែជាជនជាតិនៅទ្វីបអឺរ៉ុប»

ខ «សិស្សទាំង 3 នាក់ សុទ្ធតែជាជនជាតិនៅទ្វីបអាស៊ី តែមិនមែនជាជនជាតិខ្មែរ»

គ «សិស្សទាំង 3 នាក់ មានម្នាក់ជាជនជាតិខ្មែរ ម្នាក់ជាជនជាតិនៅទ្វីបអឺរ៉ុប និងម្នាក់ទៀតជាជនជាតិនៅទ្វីបអាស៊ីមិនមែនខ្មែរ»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាចនៃការជ្រើសរើសសិស្ស 3 ពី 24 នាក់ ៖

$$n(S) = C_{24}^3 = \frac{24\times 23\times 22}{6} = 2024$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S) = 2024}$

ក សិស្សទ្វីបអឺរ៉ុបមាន $3+2=5$ នាក់ ៖

$$n(A) = C_5^3 = 10 \implies \boxed{P(A) = \frac{10}{2024} = \frac{5}{1012}}$$

ខ សិស្សទ្វីបអាស៊ីមិនមែនខ្មែរមាន $5+4=9$ នាក់ ៖

$$n(B) = C_9^3 = \frac{9\times 8\times 7}{6} = 84$$

$$\implies \boxed{P(B) = \frac{84}{2024} = \frac{21}{506}}$$

គ ខ្មែរ ១ នាក់, អឺរ៉ុប ១ នាក់, អាស៊ីមិនមែនខ្មែរ ១ នាក់ ៖

$$n(C) = C_{10}^1 \times C_5^1 \times C_9^1 = 10\times 5\times 9 = 450$$

$$\implies \boxed{P(C) = \frac{450}{2024} = \frac{225}{1012}}$$

ការបែងចែកប្រភេទ និងចំណាំសំខាន់ (បាក់ឌុប ២០២៤)

បែងចែកសិស្សតាមតំបន់ភូមិសាស្ត្រដើម្បីងាយស្រួលគណនា ៖

- **ទ្វីបអឺរ៉ុប ៖** អង់គ្លេស (3) + បារាំង (2) = 5 នាក់
- **ទ្វីបអាស៊ី (មិនមែនខ្មែរ) ៖** ចិន (5) + កូរ៉េ (4) = 9 នាក់
- **ជនជាតិខ្មែរ ៖** 10 នាក់ $\implies$ សរុបទាំងអស់ $5+9+10=24$ នាក់

ចំណាំ ៖ ចំនួនករណីអាច $n(S) = C_{24}^3 = 2024$ ត្រូវគ្នានឹងឆ្នាំប្រឡង **២០២៤** តែម្តង!

បាក់ឌុប ២០២៥ (១០ពិន្ទុ)

ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីទាំងអស់ចំនួន $4n$ ដែលក្នុងនោះមានកូនឃ្លីចំនួន $2n+1$ មានពណ៌លឿង និង $2n-1$ មានពណ៌បៃតង។ គេចាប់យកកូនឃ្លីពីរព្រមគ្នាពីក្នុងប្រអប់ដោយចៃដន្យ ដោយកំណត់យក $n=10$។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

ក A ៖ «កូនឃ្លីទាំងពីរដែលចាប់បានមានពណ៌ខុសគ្នា»

ខ B ៖ «កូនឃ្លីទាំងពីរដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង»

គ C ៖ «កូនឃ្លីទាំងពីរដែលចាប់បានមានពណ៌ដូចគ្នា»

ដំណោះស្រាយ

ចំពោះ $n=10$ ៖
- ចំនួនឃ្លីសរុប ៖ $4(10)=40$ គ្រាប់
- ឃ្លីពណ៌លឿង ៖ $2(10)+1=21$ គ្រាប់
- ឃ្លីពណ៌បៃតង ៖ $2(10)-1=19$ គ្រាប់

ចំនួនករណីអាចនៃការចាប់ឃ្លី ៖

$$n(S)=C_{40}^2=780$$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S)=780}$

ក «ពណ៌ខុសគ្នា» (លឿង ១, បៃតង ១) ៖

$$n(A)=C_{21}^1\times C_{19}^1=21\times 19=399$$

$$\Longrightarrow \boxed{P(A)=\frac{399}{780}=\frac{133}{260}}$$

ខ «ពណ៌បៃតងទាំងពីរ» ៖

$$n(B)=C_{19}^2=\frac{19\times 18}{2}=171$$

$$\Longrightarrow \boxed{P(B)=\frac{171}{780}=\frac{57}{260}}$$

គ «ពណ៌ដូចគ្នាទាំងពីរ» (ផ្ទុយពី A) ៖

$$\boxed{P(C)=1-P(A)=\frac{127}{260}}$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ ៖ $C_{21}^2+C_{19}^2=381 \Longrightarrow P(C)=\frac{381}{780}=\frac{127}{260}$។

ពង្រីកចំណេះដឹង ៖ រូបមន្តទូទៅជាអនុគមន៍នៃ n (បាក់ឌុប ២០២៥)

ចំពោះតម្លៃ n ណាមួយ $(n\geq 1)$ ៖

- ចំនួនករណីអាច ៖ $n(S)=C_{4n}^2=2n(4n-1)=8n^2-2n$
- ប្រូបាបពណ៌ខុសគ្នា ៖ $P(A)=\frac{C_{2n+1}^1\times C_{2n-1}^1}{C_{4n}^2}=\frac{4n^2-1}{8n^2-2n}$
- ចំពោះ $n=10$ ៖ $P(A)=\frac{4(100)-1}{8(100)-20}=\frac{399}{780}=\frac{133}{260}$ (ពិតជាត្រឹមត្រូវ)
- នៅពេល $n\to+\infty$ ៖ $\lim_{n\to+\infty}P(A)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}=50\%$។

បាក់ឌុប ២០២៦ (១០ពិន្ទុ)

ក្នុងថានមួយមានប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន 8 ចុះលេខពី 1 ដល់ 8, ប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន 5 ចុះលេខពី 1 ដល់ 5 និងប៊ូលពណ៌សចំនួន 7 ចុះលេខពី 1 ដល់ 7 (សរុប 20 ប៊ូល)។ គេចាប់យកប៊ូលមួយពីក្នុងថានដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

ក A ៖ «ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខគូ»

ខ B ៖ «ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌ក្រហម»

គ C ៖ «ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌ស និងលេខសេស»

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនករណីអាចនៃការចាប់ប៊ូល 1 ពី 20 ៖

$n(S) = 20$

ដូចនេះ ៖ $\boxed{n(S) = 20}$

ក «ប៊ូលមានលេខគូ» ៖

- ក្រហមលេខគូ $\{2,4,6,8\} \implies 4$
- បៃតងលេខគូ $\{2,4\} \implies 2$
- សលេខគូ $\{2,4,6\} \implies 3$

សរុបប៊ូលលេខគូ $n(A) = 4+2+3 = 9$ ៖

$$\implies \boxed{P(A) = \frac{9}{20} = 45\%}$$

ខ «ប៊ូលពណ៌ក្រហម» (មាន 8 គ្រាប់) ៖

$$n(B) = 8 \implies \boxed{P(B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 40\%}$$

គ «ពណ៌ស និងលេខសេស» ៖

ប៊ូលពណ៌សលេខសេស $\{1,3,5,7\}$ មាន 4 គ្រាប់ ៖

$$n(C) = 4 \implies \boxed{P(C) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 20\%}$$

សេចក្តីសន្និដ្ឋាន និងការណែនាំគន្លឹះសម្រាប់បេក្ខជនប្រឡងបាក់ឌុប

ដើម្បីទទួលបានពិន្ទុពេញក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ប្រូបាបនៃវិញ្ញាសាប្រឡងបាក់ឌុប បេក្ខជនគួរចងចាំនូវចំណុចគន្លឹះសំខាន់ៗដូចខាងក្រោម ៖

1. **វិភាគប្រធានឱ្យបានច្បាស់លាស់ ៖** កំណត់ប្រភេទនៃការទាញ ឬជ្រើសរើស (ចាប់ព្រមគ្នា $\implies C_n^k$, ចាប់ម្តងមួយដោយគ្មានសំណង $\implies A_n^k$, ឬចាប់ម្តងមួយដោយមានសំណង $\implies n^k$)។
2. **សរសេរលំហសំណាក និងព្រឹត្តិការណ៍ ៖** ត្រូវសរសេរកំណត់លំហសំណាក S, គណនាចំនួនករណីអាច $n(S)$, និងតាងព្រឹត្តិការណ៍ដោយអក្សរធំ A,B,C ឱ្យបានត្រឹមត្រូវជានិច្ចមុននឹងគណនា។
3. **ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បដិសេធ (ផ្ទុយ) ៖** ចំពោះសំណួរដែលមានពាក្យគន្លឹះ «**យ៉ាងតិច...**» ឬ «**យ៉ាងហោចណាស់...**» គួរប្រើរូបមន្តព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ ដើម្បីចំណេញពេលវេលា និងជៀសវាងការខកខានករណី។
4. **ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ និងទ្រឹស្តីបទបៃយេស ៖** គួសដ្យាក្រាមដើមឈើ (Tree Diagram) ជាមុនសិន ដើម្បីមើលឃើញច្បាស់នូវលំហូរនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ និងមិនច្រឡំរវាង $P(A|B)$ និង $P(B|A)$។
5. **ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌសុពលភាព ៖** ពិនិត្យមើលលទ្ធផលប្រូបាប $0 \le P(A) \le 1$ និងផលបូកក្នុងតារាងបំណែងចែកអថេរចៃដន្យ $\sum p_i = 1$។ ប្រសិនបើលទ្ធផលធំជាង 1 ឬអវិជ្ជមាន បង្ហាញថាការគណនាមានកំហុស។

ឧបសម្ព័ន្ធ

ក ៖ តារាងសង្ខេបវិភាគបន្សំ និងរូបមន្តគ្រឹះនៃប្រូបាប

១. គោលការណ៍រាប់ ចម្លាស់ និងបន្សំ

- គោលការណ៍បូក ៖ បើកិច្ចការមួយអាចធ្វើតាម m របៀប ឬ n របៀបដាច់ដោយឡែកពីគ្នា នោះកិច្ចការនោះអាចធ្វើតាម $m+n$ របៀប។
- គោលការណ៍គុណ ៖ បើកិច្ចការមួយត្រូវឆ្លងកាត់ពីរដំណាក់កាលជាប់គ្នា ដោយដំណាក់កាលទី១ មាន m របៀប និងដំណាក់កាលទី២ មាន n របៀប នោះកិច្ចការនោះអាចធ្វើតាម $m\times n$ របៀប។
- ចម្លាស់ k ធាតុយកពី n ធាតុ (គិតលំដាប់) ៖ $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}=n(n-1)\cdots(n-k+1)$
- បន្សំ k ធាតុយកពី n ធាតុ (មិនគិតលំដាប់) ៖ $C_n^k=\dbinom{n}{k}=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}=\dfrac{A_n^k}{k!}$
- លក្ខណៈបន្សំ ៖ $C_n^0=C_n^n=1,\quad C_n^k=C_n^{n-k},\quad C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1}$

២. និយមន័យ និងលក្ខណៈគ្រឹះនៃប្រូបាប

- និយមន័យប្រូបាបបុរាណ ៖ $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}$
- កម្រិតតម្លៃប្រូបាប ៖ $0\le P(A)\le 1$ ចំពោះគ្រប់ព្រឹត្តិការណ៍ A
- ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតមាន និងប្រាកដ ៖ $P(\emptyset)=0,\quad P(S)=1$
- ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ ៖ $P(\overline{A})=1-P(A)\iff P(A)+P(\overline{A})=1$
- ច្បាប់បូកប្រូបាបទូទៅ ៖ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
- ព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា $(A\cap B=\emptyset)$ ៖ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

ខ ៖ តារាងសង្ខេបប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ និងទ្រឹស្តីបទបៃយេស

១. ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ និងព្រឹត្តិការណ៍ឯករាជ្យ

- ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ ៖ $P(B/A) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ $(P(A)\neq 0)$ និង $P(A/B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ $(P(B)\neq 0)$
- ច្បាប់គុណប្រូបាប ៖ $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B/A) = P(B)\cdot P(A/B)$
- ព្រឹត្តិការណ៍ឯករាជ្យ ៖ A និង B ឯករាជ្យពីគ្នាលុះត្រាតែ $\boxed{P(A\cap B) = P(A)\times P(B)}$ $\iff P(B/A) = P(B)$

២. រូបមន្តប្រូបាបសរុប និងទ្រឹស្តីបទបៃយេស (Bayes' Theorem)

បើ $A_1, A_2, \dots, A_n$ ជាបំណែងចែកនៃ S $(A_i\cap A_j = \emptyset$ ចំពោះ $i\neq j$ និង $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = S)$ ហើយ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ក្នុង S ៖

a. រូបមន្តប្រូបាបសរុប (Law of Total Probability) ៖

$$\boxed{P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B/A_i)\cdot P(A_i) = P(B/A_1)P(A_1) + P(B/A_2)P(A_2) + \cdots + P(B/A_n)P(A_n)}$$

b. ទ្រឹស្តីបទបៃយេស (Bayes' Theorem) ៖

$$\boxed{P(A_k/B) = \frac{P(B/A_k)\cdot P(A_k)}{P(B)} = \frac{P(B/A_k)\cdot P(A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(B/A_i)\cdot P(A_i)}}$$

៣. វិធានគុណទូទៅ និងដ្យាក្រាមដើមឈើប្រូបាប

- វិធានគុណទូទៅ ៖ $P(A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n) = P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)\cdots P(A_n/A_1\cap\cdots\cap A_{n-1})$
- ដ្យាក្រាមដើមឈើប្រូបាប (Tree Diagram) ៖
  - មែកជំហានទី១ ៖ តំណាងឱ្យប្រូបាបបឋម $P(A_i)$ (ផលបូកស្មើ 1)
  - មែកជំហានទី២ ៖ តំណាងឱ្យប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ $P(B/A_i)$ តាមមែកនីមួយៗ
  - ចុងមែក ៖ គណនាដោយគុណតាមមែក $P(A_i\cap B) = P(A_i)\cdot P(B/A_i)$
  - ប្រូបាបសរុប ៖ ផលបូកគ្រប់ចុងមែកស្រប $P(B) = \sum P(A_i\cap B)$
- លក្ខណៈបំពេញនៃប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ ៖ $P(\overline{A}/B) = 1 - P(A/B)$ $(P(B)\neq 0)$

គ ៖ តារាងសង្ខេបអថេរចៃដន្យ និងបំណែងចែកប៊ីណូម

១. អថេរចៃដន្យដាច់ និងប៉ារ៉ាម៉ែត្រលក្ខណៈ

ឈ្មោះប៉ារ៉ាម៉ែត្រ	រូបមន្តគណនា	លក្ខណៈសំខាន់ៗ
លក្ខខណ្ឌប្រូបាប	$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$	$0 \le p_i \le 1$ ចំពោះគ្រប់ i
សង្ឃឹមគណិត (Mean)	$\mu = E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$	$E(aX+b) = aE(X)+b$
វ៉ារ្យ៉ង់ (Variance)	$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$	$V(aX+b) = a^2V(X) \ge 0$
គម្លាតស្តង់ដា	$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$	$\sigma(aX+b) = \lvert a\rvert\sigma(X)$

២. ច្បាប់បំណែងចែកប៊ីណូម $X \sim B(n,p)$

- លក្ខខណ្ឌអនុវត្ត ៖ ពិសោធន៍បែរនូយីដដែលៗ n ដងដោយឯករាជ្យ, លទ្ធផលមានតែ ២ (ជោគជ័យ p, បរាជ័យ $q = 1-p$)។
- រូបមន្តប្រូបាប ៖ $P(X=k) = C_n^k\, p^k\,(1-p)^{n-k} \quad (k = 0,1,2,\ldots,n)$
- ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ៖ $E(X) = np \qquad V(X) = npq \qquad \sigma(X) = \sqrt{npq}$

៣. លក្ខណៈនៃសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យ៉ង់ចំពោះអថេរពីរ

- លក្ខណៈលីនេអ៊ែរ ៖ $E(X+Y) = E(X)+E(Y)$ និង $E(aX+bY) = aE(X)+bE(Y)$
- បើ X និង Y ឯករាជ្យពីគ្នា ៖ $E(XY) = E(X)\cdot E(Y)$ និង $V(X \pm Y) = V(X)+V(Y)$
- វិសមភាពឆេប៊ីឈែហ្វ ៖ $P(\lvert X-\mu\rvert \ge k\sigma) \le \frac{1}{k^2} \quad (k>0)$

៤. ការប្រៀបធៀបបំណែងចែកបែរនូយី និងប៊ីណូម

លក្ខណៈប្រៀបធៀប	បំណែងចែកបែរនូយី	បំណែងចែកប៊ីណូម
និមិត្តសញ្ញា	$X \sim B(1,p)$	$X \sim B(n,p)$
ចំនួនដងសាកល្បង	$n = 1$ ដង	n ដងឯករាជ្យ
សំណុំតម្លៃនៃ X	$\{0,1\}$	$\{0,1,2,\ldots,n\}$
ច្បាប់ប្រូបាប $P(X=k)$	$P(1) = p$, $P(0) = q$	$C_n^k p^k q^{n-k}$
សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យ៉ង់	$E(X) = p$, $V(X) = pq$	$E(X) = np$, $V(X) = npq$

ឃ ៖ យុទ្ធសាស្ត្រដោះស្រាយលំហាត់ប្រូបាបក្នុងវិញ្ញាសាបាក់ឌុប

១. វិធីសាស្ត្រកំណត់ចំនួនករណីអាច $n(S)$

ប្រភេទនៃការចាប់ ឬពិសោធន៍	រូបមន្ត $n(S)$	ការកត់សម្គាល់
ចាប់ k វត្ថុ ព្រមគ្នា ចេញពី n វត្ថុ	C_n^k	មិនគិតលំដាប់ (ប្រើបន្សំ)
ចាប់ម្តងមួយៗ មិនដាក់ចូលវិញ ចំនួន k ដង	A_n^k	គិតលំដាប់ (ប្រើចម្លាស់)
ចាប់ម្តងមួយៗ ដាក់ចូលវិញ ចំនួន k ដង	n^k	គិតលំដាប់ និងអាចជាន់គ្នា
បោះកាក់មួយចំនួន k ដង	2^k	ម្តងៗមាន ២ ករណី (H,T)
បោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួន k ដង	6^k	ម្តងៗមាន ៦ ករណី $(1\ldots6)$

២. គន្លឹះដោះស្រាយព្រឹត្តិការណ៍ស្មុគស្មាញ

- **គន្លឹះពាក្យ «យ៉ាងតិចមួយ» ៖** ប្រើ ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ ៖ $P(\text{យ៉ាងតិច } 1) = 1 - P(\text{គ្មានសោះ / ស្មើសូន្យ})$
- **គន្លឹះប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ និងបៃយេស ៖**
  1. តាងព្រឹត្តិការណ៍ឱ្យច្បាស់លាស់ ៖ A_i (ប្រភព ឬលក្ខខណ្ឌដើម), B (លទ្ធផលសង្កេតឃើញ)។
  2. គូរ ដ្យាក្រាមដើមឈើប្រូបាប ដើម្បីងាយស្រួលគុណតាមមែក និងបូកតាមចុងមែក។
  3. អនុវត្តរូបមន្តប្រូបាបសរុប $P(B)$ ជាមុន ទើបអនុវត្តរូបមន្តបៃយេស $P(A_k/B)$ តាមក្រោយ។

៣. កំហុសឆ្គងញឹកញាប់ដែលត្រូវចៀសវាងក្នុងវិញ្ញាសាបាក់ឌុប

- **ច្រឡំបន្សំ និងចម្លាស់ ៖** ចាប់ព្រមគ្នាមិនគិតលំដាប់ប្រើ C_n^k។ ប្រើ A_n^k ឬ n^k លុះត្រាតែមានលំដាប់។
- **ច្រឡំព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុង និងឯករាជ្យ ៖** មិនចុះសម្រុងគឺ $A \cap B = \emptyset \implies P(A\cap B) = 0$។ ឯករាជ្យគឺ $P(A\cap B) = P(A)\times P(B)$។
- **ច្រឡំលក្ខខណ្ឌ ៖** $P(A/B)$ (រក A ដោយដឹង B) ខុសគ្នាពី $P(B/A)$ (រក B ដោយដឹង A)។
- **លក្ខខណ្ឌប្រូបាប ៖** $0 \le P \le 1$ ជានិច្ច និងផលបូកក្នុងតារាងបំណែងចែកស្មើ 1 ជានិច្ច $(\sum p_i = 1)$។

៤. យុទ្ធសាស្ត្រ ៤ ជំហានដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់ប្រូបាបបានពិន្ទុពេញ

- **ជំហានទី ១ (កំណត់លំហសំណាក) ៖** សរសេរលំហសំណាក S និងគណនាចំនួនករណីអាច $n(S)$ ឱ្យបានច្បាស់។
- **ជំហានទី ២ (តាងព្រឹត្តិការណ៍) ៖** តាងអក្សរ $A, B, C, \ldots$ ជំនួសព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗឱ្យត្រូវតាមប្រធាន។
- **ជំហានទី ៣ (គណនាករណីស្រប) ៖** បង្ហាញការវិភាគ ឬរាប់ចំនួនករណីស្រប $n(A)$ មុននឹងគណនាផលធៀប។
- **ជំហានទី ៤ (សរសេររូបមន្ត និងសន្និដ្ឋាន) ៖** សរសេរ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$, ជំនួសលេខ, សម្រួលប្រភាគ និងគូសប្រអប់។

ឯកសារយោង

1. **ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា** (២០១០-២០២៥) ៖ សៀវភៅសិក្សាគោល គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ កម្រិតខ្ពស់, នាយកដ្ឋានអភិវឌ្ឍន៍កម្មវិធីសិក្សា, រាជធានីភ្នំពេញ។

2. **ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា** (២០១០-២០២៥) ៖ សៀវភៅសិក្សាគោល គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ កម្រិតមូលដ្ឋាន, នាយកដ្ឋានអភិវឌ្ឍន៍កម្មវិធីសិក្សា, រាជធានីភ្នំពេញ។

3. **ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា** ៖ សៀវភៅគ្រូ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២, នាយកដ្ឋានអភិវឌ្ឍន៍កម្មវិធីសិក្សា, រាជធានីភ្នំពេញ។

4. **នាយកដ្ឋានធានាគុណភាពអប់រំ** ៖ កម្រងវិញ្ញាសាប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ (បាក់ឌុប) គណិតវិទ្យា (២០១៤-២០២៦), ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា។

5. **នាយកដ្ឋានបណ្តុះបណ្តាល និងវិក្រឹតការ** ៖ កម្រងវិញ្ញាសាប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេសផ្នែកគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២, រាជធានីភ្នំពេញ។

6. **Ross, Sheldon M.** (2019) ៖ *A First Course in Probability* (10th Edition), Pearson Education, Boston, USA.

7. **Feller, William** (2008) ៖ *An Introduction to Probability Theory and Its Applications* (Volume 1, 3rd Edition), John Wiley & Sons, New York, USA.

8. **Hogg, Robert V., McKean, Joseph W., & Craig, Allen T.** (2018) ៖ *Introduction to Mathematical Statistics* (8th Edition), Pearson, Boston, USA.

9. **Lipschutz, Seymour, & Schiller, John J.** (2012) ៖ *Schaum's Outline of Probability, Random Variables, and Random Processes* (3rd Edition), McGraw-Hill Education, New York, USA.

10. **Bertsekas, Dimitri P., & Tsitsiklis, John N.** (2008) ៖ *Introduction to Probability* (2nd Edition), Athena Scientific, Belmont, Massachusetts.